ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BÙI LINH PHƯỢNG

BIỆN PHÁP NÂNG CAO HIỆU QUẢ VIỆC TRANG BỊ LỊCH SỬ TOÁN TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TRƯỜNG THPT

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN - 2009

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BÙI LINH PHƯỢNG

BIỆN PHÁP NÂNG CAO HIỆU QUẢ VIỆC TRANG BỊ LỊCH SỬ TOÁN TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TRƯỜNG THPT

Chuyên ngành: Phương pháp dạy học toán

Mã Số: 60.14.10

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Người hướng dẫn khoa học: TS Trịnh Thanh Hải

THÁI NGUYÊN - 2009

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới TS Trịnh Thanh Hải, người thầy đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Tôi xin trân trọng cảm ơn các thầy giáo, cô giáo khoa Toán, khoa Sau Đại học - Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã đóng góp nhiều ý kiến quý báu giúp đỡ tôi trong quá trình nghiên cứu, hoàn thành luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn các trường THPT trên địa bàn tỉnh Thái Nguyên, các đồng chí, đồng nghiệp đã tạo điều kiện giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn này.

Do bản thân còn nhiều hạn chế nên luận văn không tránh khỏi những thiếu sót, tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy cô giáo và các bạn.

Tôi xin chân thành cảm ơn !

Thái Nguyên, ngày 25 tháng 09 năm 2009

Học viên

Bùi Linh Phượng

NHỮNG TỪ VIẾT TẮT TRONG LUẬN VĂN

Viết đầy đủ	Viết tắt
Phương pháp dạy học	PHDH
Giáo viên	GV
Học sinh	HS
Phương pháp	PP
Sách giáo khoa	SGK
Trung học phổ thông	THPT
Phổ thông	PT
Trang	tr.
Nhà xuất bản	NXB
Bộ Giáo dục và Đào tạo	BGD & ĐT
Phân phối chương trình	PPCT
Sách giáo khoa cơ bản	CB
Sách giáo khoa nâng cao	NC

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Toán học là môn học có vai trò rất quan trọng trong chương trình THPT, nó giúp cho học sinh phát triển các năng lực và phẩm chất trí tuệ, rèn luyện cho học sinh óc tư duy trừu tượng, tư duy chính xác, hợp lôgic, phương pháp khoa học trong suy luận, trong học tập. Nhưng nó cũng là một môn học mang tính trừu tượng cao, khá khô khan. Nhiệm vụ của người giáo viên đứng trên bục giảng là phải làm thế nào để giờ giảng của mình thêm sinh động, thu hút được sự chú ý, tạo được nhu cầu khám phá tri thức của học sinh. Để góp phần thực hiện được điều đó, khi dạy học đến từng vấn đề cụ thể, giáo viên có thể dành một vài phút để giới thiệu về lịch sử của vấn đề và các nhà toán học có liên quan đến vấn đề đó.

Trong chương trình Toán THPT, SGK toán đã giới thiệu sơ qua về các nhà toán học và một vài kiến thức về lịch sử toán có liên quan đến những nội dung bài học.

Tuy nhiên, thực trạng dạy học toán ở trường THPT hiện nay cho thấy các giáo viên ít quan tâm đến vấn đề này vì các lý do:

- Thời gian một tiết học hạn chế.
- Kiến thức của giáo viên THPT về vấn đề này còn hạn chế, các thầy cô giáo chưa có cơ hội để tiếp cận và nghiên cứu hay tìm hiểu về vấn đề này mặc dù nó rất quan trọng đối với những người học toán, dạy toán và nghiên cứu toán.

Như vậy, việc tìm hiểu những kiến thức về lịch sử toán nói chung, về kiến thức lịch sử toán liên quan trực tiếp đến chương trình toán THPT nói riêng là rất cần thiết . Hơn nữa, việc tìm tòi biện pháp để truyền thụ những kiến thức lịch sử toán đến học sinh cũng là một vấn đề rất thú vị và quan trọng đối với mỗi người giáo viên. Mặt khác, hiện nay tài liệu về lịch sử toán còn ít và cũng chưa có nhiều học viên cao học đi sâu tìm hiểu lĩnh vực này.

Với mong muốn là xác định được một số kiến thức về lịch sử toán học liên quan đến chương trình toán THPT và một số biện pháp để cung cấp kiến thức này cho học sinh THPT nhằm góp một phần nhỏ bé vào việc đổi mới PPDH, nâng cao chất lượng đào tạo bộ môn toán ở trường THPT, chúng tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu: ***"Biện pháp nâng cao hiệu quả việc trang bị lịch sử toán trong dạy học môn toán ở trường THPT ".***

2. Mục đích nghiên cứu

- Tìm hiểu cơ sở lý luận và thực tiễn về dạy học các tri thức lịch sử toán ở trường THPT.
- Đề xuất những biện pháp nâng cao hiệu quả việc dạy học tri thức lịch sử toán trong dạy học môn toán ở trường THPT, nhằm phát huy tính tích cực trong học tập, khơi dậy lòng ham mê hiểu biết của học sinh, góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn toán ở trường THPT.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Xác định vai trò của tri thức lịch sử toán trong dạy học toán ở trường THPT.
- Xác định được những tri thức về lịch sử toán liên quan đến chương trình toán THPT.
- Chỉ ra được một số biện pháp truyền thụ kiến thức về lịch sử toán trong dạy học toán ở trường THPT.

4. Giả thuyết khoa học

Nếu xác định được những kiến thức về lịch sử toán liên quan trực tiếp đến chương trình toán THPT và tìm được các biện pháp để truyền thụ những tri thức này đến HS thì sẽ góp phần đổi mới PPDH, nâng cao chất lượng dạy học toán ở trường THPT.

5. Phương pháp nghiên cứu

a) Nghiên cứu tài liệu

- Nghiên cứu nội dung, chương trình SGK toán THPT. Lịch sử các vấn đề và các nhà toán học được giới thiệu trong SGK Toán THPT.

- Tìm hiểu tài liệu về lịch sử toán học và các nhà toán học có liên quan đến SGK toán THPT.

b) Quan sát điều tra

- Điều tra, tìm hiểu tình hình thực tiễn giảng dạy các yếu tố của lịch sử toán ở trường THPT.

- Dùng phiếu điều tra đánh giá tính hiệu quả của đề tài thông qua ý kiến đánh giá của giáo viên và phiếu trưng cầu ý kiến của học sinh .

- Tham khảo ý kiến đồng nghiệp, học sinh về vai trò của lịch sử toán học và các nhà toán học trong dạy học toán.

c) Thực nghiệm sư phạm:

- Thực nghiệm tổ chức hoạt động ngoại khóa, trò chơi, thi tìm hiểu về lịch sử toán và các nhà toán học cho học sinh trong trường

- Thực nghiệm các giờ dạy có tích hợp một số kiến thức về lịch sử toán hay hình ảnh của một số nhà toán học.

- Xử lý kết quả để đưa ra kết luận sư phạm.

- Giới hạn phạm vi: Thực nghiệm sư phạm tại trường THPT Thái Nguyên, trường THPT Dương Tự Minh - thành phố Thái Nguyên, trường THPT Đại Từ và trường THPT Bình Yên - Định Hóa.

6. Cấu trúc luận văn

Ngoài các phần mở đầu, kết luận, luận văn gồm ba chương:

Chương 1: Cơ sở lí luận, thực tiễn và những tri thức lịch sử toán liên quan trực tiếp với chương trình, SGK toán THPT.

Chương 2: Một số biện pháp trang bị kiến thức lịch sử toán trong dạy học môn toán ở trường THPT.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm.

Chương 1
CƠ SỞ LÝ LUẬN, THỰC TIỄN VÀ NHỮNG TRI THỨC LỊCH SỬ TOÁN CÓ LIÊN QUAN TRỰC TIẾP VỚI CHƯƠNG TRÌNH, SGK TOÁN THPT

1.1. Các định hướng đổi mới phương pháp dạy học môn toán

Luật giáo dục nước Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam đã quy định :

"Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của người học; bồi dưỡng năng lực tự học, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên " (Luật giáo dục 2005, chương I, điều 4).

"Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của học sinh; phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học; bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn; tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập của học sinh " (Luật giáo dục 2005, chương I, điều 24).

Xuất phát từ mục tiêu chung của nhà trường Việt Nam, từ đặc điểm, vai trò, vị trí và ý nghĩa của môn toán, việc dạy học môn toán có các mục tiêu chung sau đây [2]:

* Cung cấp cho HS những kiến thức, kĩ năng, phương pháp toán học phổ thông cơ bản, thiết thực;

* Góp phần quan trọng vào việc phát triển năng lực, trí tuệ, hình thành khả năng suy luận đặc trưng của toán học cần thiết cho cuộc sống;

* Góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất, phong cách lao động khoa học, biết hợp tác lao động, có ý chí và thói quen tự học thường xuyên;

* Tạo cơ sở để HS tiếp tục học đại học, cao đẳng, trung học chuyên nghiệp, học nghề hoặc đi vào cuộc sống lao động theo định hướng phân ban: ban Khoa học Tự nhiên và ban Khoa học Xã hội và Nhân văn.

Để đạt được những mục tiêu đó thì nền giáo dục nước ta cần phải đổi mới phương pháp. Công cuộc đổi mới này đề ra những yêu cầu mới đối với hệ thống giáo dục, điều đó đòi hỏi chúng ta, cùng với những thay đổi về nội dung, cần có những đổi mới căn bản về PPDH.

Các định hướng đổi mới PPDH được thể hiện qua 6 hàm ý sau đây đặc trưng cho PPDH hiện đại [2]:

1. Xác lập vị trí chủ thể của người học, đảm bảo tính tự giác, tích cực chủ động và sáng tạo của hoạt động học tập được thể hiện độc lập hoặc trong giao lưu.

2. Tri thức được cài đặt trong những tình huống có dụng ý sư phạm.

3. Dạy việc học, dạy tự học thông qua toàn bộ quá trình dạy học.

4. Tự tạo và khai thác những phương tiện dạy học để tiếp nối và gia tăng sức mạnh của con người.

5. Tạo miền lạc quan học tập dựa trên lao động và thành quả của bản thân người học.

6. Xác định vai trò mới của người thầy với tư cách người thiết kế, uỷ thác, điều khiển và thể chế hoá.

Lấy "Học" làm trung tâm thay vì lấy "Dạy" làm trung tâm: Trong phương pháp tổ chức, người học - đối tượng của hoạt động "Dạy", đồng thời là chủ thể của hoạt động "Học" được cuốn hút vào các hoạt động do GV tổ chức và chỉ đạo, thông qua đó tự lực khám phá những điều mình chưa rõ, chưa có chứ không phải thụ động tiếp thu những tri thức đã được GV sắp đặt. Người GV phải có nhiệm vụ kích thích tính tự giác, tinh thần tự học, tự tìm hiểu của HS. Khi đứng trước một vấn đề, người học không đơn giản chỉ là tiếp thu nó một cách thụ động mà phải biết tự đặt câu hỏi cho mình: kiến thức này xuất phát từ đâu? Nó có nguồn gốc từ thực tế hay không? Do ai phát hiện ra? Và vào khoảng thời gian nào? Không ai khác, chính GV là người trả lời những câu hỏi đó hoặc phải là người tổ chức, sắp xếp, hướng dẫn HS tự tìm hiểu, tự trả lời những câu hỏi đó. Từ các câu chuyện, mẩu chuyện về các nhà toán học hay về lịch sử của vấn đề mà các em đang học, không những giúp cho các em thêm hiểu biết, mở rộng tầm nhìn mà còn giúp cho các em có thêm niềm tin vào chính bản thân mình. Các em thấy rõ rằng tất cả các kiến thức, tri thức của loài người đều xuất phát từ thực tế. Các nhà khoa học là những người đi trước, phát hiện ra những kiến thức đó một cách ngẫu nhiên chứ không phải tất nhiên. Các em có thể tự đặt mình vào những tình huống của đời sống thực tế, trực tiếp quan sát, thảo luận, làm thí nghiệm, giải quyết vấn đề đặt theo cách suy nghĩ của mình, từ đó nắm được kiến thức kỹ năng mới, vừa nắm được phương pháp "làm ra" kiến thức kỹ năng đó, không dập theo một khuôn mẫu sẵn có, được bộc lộ và phát huy tiềm năng sáng tạo. Và các em có niềm tin rằng mỗi một HS đều có thể trở thành một nhà khoa học trong tương lai.

1.2. Vai trò của tri thức lịch sử toán trong quá trình dạy học toán

1.2.1. Vai trò của tri thức lịch sử toán đối với giáo viên

Đối với người làm công tác giáo dục, việc hiểu rõ các sự kiện lịch sử cơ bản của bộ môn mình giảng dạy, hiểu rõ các quy luật phát triển của khoa học liên quan đến bộ môn là rất cần thiết.

Mỗi chúng ta khi đọc một tài liệu về toán học đều thấy thích thú với những nét phác hoạ về lịch sử phát triển của vấn đề, về những ứng dụng của nó vào việc giải quyết các bài toán được đặt ra trước xã hội loài người, về ý nghĩa của những vấn đề trong thực tiễn đời sống đối với sự phát triển của toán học. Và chúng ta đã biết rằng các bài toán mà người xưa đã giải hàng trăm năm trước đây cũng là những bài toán rất lý thú đối với học sinh.

Thầy giáo dạy toán cần biết được các vấn đề như: con người đã lao động như thế nào để sáng tạo ra các khái niệm toán học? Các hình ảnh cụ thể trực quan là cần thiết như thế nào trong các bước đầu tiên? Các lý thuyết toán học trừu tượng và các chứng minh chặt chẽ đã được xây dựng và tích luỹ như thế nào? v.v… Lịch sử toán học cho ta thấy một cách sâu sắc những khó khăn đặc biệt mà loài người đã phải vượt qua trong quá trình phát triển toán học.

Lịch sử toán học có thể giúp cho thầy giáo toán trong quá trình dạy học là biến toán học thành một môn học hấp dẫn, lôi cuốn đối với học sinh, làm cho các giờ học toán không phải là một gánh nặng đối với học sinh, mà là một nguồn vui, một cái gì đẹp đẽ, có thể giúp ích cho HS trong cuộc sống, trong công tác sau này.

Để giúp HS hiểu rõ lịch sử toán, người giáo viên có thể tích hợp vào các bài giảng của mình lời giới thiệu ngắn gọn, đúng lúc những nét lịch sử của vấn đề, làm cho giờ học thêm sinh động. Các buổi nói chuyện về lịch sử toán học - lịch sử phát minh, tiểu sử các nhà toán học lớn sẽ có tác dụng trong việc khêu gợi khả năng sáng tạo của học sinh, động viên họ, giúp họ củng cố lòng tin ở bản thân mình.

Vì vậy, việc tìm hiểu các kiến thức về lịch sử toán nói chung và lịch sử của vấn đề có liên quan đến chương trình toán THPT nói riêng là một trong những nhiệm vụ tự học, tự bồi dưỡng của một người giáo viên toán.

1.2.2. Vai trò của tri thức lịch sử toán đối với học sinh THPT

Trong quá trình học toán, khi tiếp cận với các phần kiến thức toán, hầu hết học sinh đều ở thế bị động, HS nắm bắt vấn đề một cách thụ động, máy móc mà có thể không biết được bản chất của vấn đề, nguồn gốc của vấn đề đó xuất phát từ đâu, khi nào và giáo viên chỉ yêu cầu học sinh nắm được kiến thức, khái niệm để giải quyết những bài toán cụ thể có liên quan.

Ví dụ: Trong chương trình hình học lớp 8, học sinh phải công nhận và thuộc công thức tính chu vi đường tròn $C = 2\pi R$, công thức tính diện tích hình tròn: $S = \pi R^2$ mà không cần biết lịch sử số π. Nếu học sinh có thắc mắc thì rất ít thầy cô giáo có thể giải thích được. Đến khi học sinh học đại số lớp 10, chương 6, ở bài đầu tiên, học sinh được làm quen với khái niệm mới về số đo góc và cung lượng giác là radian, công thức đổi số đo từ độ sang radian và ngược lại. Khi dẫn dắt học sinh đến công thức này, giáo viên phải sử dụng đến công thức tính chu vi đường tròn $C = 2\pi R$. Từ công thức này, học sinh có thể đổi số đo của một góc từ độ sang radian, từ radian sang độ nhưng các em cũng không biết được nguồn gốc của số π xuất phát từ đâu

Khi học về lượng giác, ngoài những chỉ dẫn trong SGK, nếu được bổ sung thêm các kiến thức về lịch sử của vấn đề HS sẽ thấy rõ rằng lượng giác xuất phát từ nhu cầu của thực tế và những kiến thức đó được sử dụng để tính toán trong các ngành thiên văn, vật lý, kỹ thuật,… qua đó nảy sinh động cơ học tập cho HS.

Nhờ những kiến thức về lịch sử toán, học sinh thấy rằng toán học phát sinh và phát triển do nhu cầu thực tế của con người. Thực tế cho thấy có một số HS đã ảo tưởng cho rằng toán học là độc lập với thực tại, không liên hệ gì với thực tế.

Như vậy, kiến thức về lịch sử toán học rất quan trọng, khi nắm được nguồn gốc xuất phát những kiến thức, các em sẽ hiểu rằng: toán học luôn luôn xuất phát từ thực tế, đời sống của con người và nó quay trở lại phục vụ cuộc sống của con người và toán học rất gần gũi với thực tế chứ nó không xa rời thực tế như chúng ta vẫn lầm tưởng.

1.2.3. Vai trò của lịch sử toán trong công tác giáo dục học sinh

Cũng như trong các lĩnh vực khác, trong toán học cũng luôn luôn diễn ra cuộc đấu tranh giữa duy tâm và duy vật. Một số nhà toán học vĩ đại cũng không tránh khỏi những quan niệm duy tâm, Nhà toán học Lep – nit (người đã có công lớn cùng với Niu – tơn sáng tạo ra giải tích vi cực) khi nghiên cứu hệ thống đếm cơ số 2, nhìn thấy sự đơn giản của hệ thống này – chỉ dùng 2 kí hiệu 1 và 0 để ghi tất cả các số, các bảng tính rất đơn giản, ngày nay dùng trong máy tính và nhiều vấn đề lý thuyết, đã phát biểu rằng: "1 là biểu thị của Chúa, 0 là số 0. 1 và 0 thì ra tất cả các số, nghĩa là Chúa và trống không là tất cả vũ trụ. Chúa đã tạo ra tất cả".

Một nhà toán học khác, khi thấy con số 10 là con số trong hệ thống đếm và ghi số của nhiều dân tộc (điều này rất khoa học vì ở đâu người ta cũng dùng 10 ngón tay của mình để đếm), đã khai thác điều đó cho tín ngưỡng của mình: Con số 10 là con số hoàn hảo nhất: "Từ 1 đến 10, có 5 số lẻ mà cũng có 5 số chẵn, 10 là tổng của 4 số đầu tiên… Chính vì thế mà tay chân chúng ta có 10 ngón, và phù hợp với đấng thần linh mà mọi người đều tính với cơ số 10".

Một giáo sư toán học dưới thời Nga hoàng (ở thế kỷ 19) là Ni-côn-ski đã giảng cho học sinh rằng: “Toán học là hình ảnh tuyệt vời của chân lý của thượng đế, . . . không thể có một số mà không bao gồm đơn vị, cũng như vũ trụ không thể tồn tại mà không có một đấng Thượng đế duy nhất … Hai đường thẳng hình chữ thập là tượng chưng cho tình yêu và công lý. Đường huyền của một tam giác vuông tượng trưng cho sự gặp gỡ của công lý và tình yêu qua môi giới của Thượng đế là con người, nối liền núi cao và thung lũng, nối liền Trời với Đất”.

Mặc dầu những lý luận ngây thơ trên đây ngày càng bị phá sản, mãi tới năm 1951, người ta còn nghe Giáo hoàng Pi XII tuyên bố rằng: “Nhà toán học chân chính là người biết lấy những con số và công thức để diễn tả sự hòa hợp vô hạn của Thượng đế tối linh”.

Đến ngày nay, các quan điểm duy tâm về toán học cũng rất phổ biến trong khoa học tư sản, dưới nhiều hình thức tinh vi, nhưng chủ yếu xoay quanh vấn đề: “các kí hiệu, công thức, mệnh đề toán học không cần gì đến thực tế cả, nó là do chủ quan của con người sáng tạo ra”.

Nhưng lịch sử toán học đã chứng tỏ rằng toán học chỉ có thể phát triển mạnh mẽ nếu nó đi sâu nghiên cứu các hiện tượng trong thực tiễn của đời sống. Ở A-ten, vào thế kỉ thứ 5 trước công nguyên, toán học phát triển được chủ yếu là do cuộc đấu tranh thắng lợi của quan điểm duy vật – mà đứng đầu là nhà triết học Đê – mô –cơ – rit chống quan điểm duy tâm. Ở “thời đại hoàng kim” của toán học, Ac – si – met, Ê – stô – ten và nhiều nhà toán học khác ở A – lec – xăng – dri đã xây dựng toán học trên cơ sở thực tiễn, và do đó đã thúc đẩy khoa học rất nhiều. Trong thời kì “đêm trường trung cổ” của châu Âu, khi toàn bộ khoa học bị tập chung vào nhà thờ, thì toán học hoàn toàn không phát triển được. Mãi đến thế kỉ 16, toán học mới lại phát triển, do yêu cầu của sức sản xuất của xã hội tư sản mới phôi thai. Và cùng với sự phát triển của sản xuất, của khoa học kĩ thuật, các quan điểm duy vật trong toán học ngày càng được chứng minh. Nhà vật lý học Ga – li – lê đã xác nhận giá trị khách quan của toán học trong những dòng sau đây: "Vật lý và thiên văn học viết trong những sách dày bao giờ cũng rộng mở cho mọi người . . . Vật lý và thiên văn học được diễn tả bằng ngôn ngữ của toán học, và cách kí hiệu của nó là những hình tam giác, hình tròn và những hình toán học khác".

Đối với Niu – tơn thì thời gian và không gian tồn tại khách quan, và nghiên cứu cái đó là vấn đề của toán học và cơ học. Nhà toán học vĩ đại Ơ – le đã nhấn mạnh nhiều lần rằng "cảm giác chỉ cung cấp cho chúng ta những cái tồn tại thực tế bên ngoài", và "con người có khả năng trừu tượng hóa từ cái thực tế bên ngoài, và chính theo đường lối đó mà các khái niệm được hình thành, đặc biệt là khái niệm về số và hình".

Trên đây chỉ là một vài vấn đề rất sơ lược về triết học trong toán học, việc hiểu biết lịch sử toán cũng như về triết học trong toán học là rất cần thiết đối với người dạy toán và học toán. Việc hiểu biết về các quan điểm duy vật trong toán học càng giúp cho người học hiểu rõ thêm về vai trò của thực tiễn đối với sự phát triển của toán học.

Ta có thể nhận thấy được tác dụng trực tiếp của những vấn đề khoa học tự nhiên đến sự phát triển của toán học trong suốt quá trình lịch sử của toán học. Chẳng hạn như phép tính vi phân và tích phân ở dạng đầu tiên được xuất hiện từ phương pháp tổng quát nhất để giải các bài toán cơ học, cơ học vũ trụ. Lý thuyết các đa thức, sai ít nhất so với số không, đã được viện sĩ Nga Sê – bư – sép nghiên cứu khi nghiên cứu vấn đề về máy hơi nước. . . Ngày nay, do ảnh hưởng trực tiếp từ những nhu cầu trong các lĩnh vực mới về kỹ thuật, mà nhiều ngành toán học đã phát triển rất mạnh mẽ: các phương pháp giải gần đúng phương trình vi phân đạo hàm riêng và phương trình tích phân, các phương pháp của ký thuyết nhóm, . . . Ngược lại thì thực tiễn, đặc biệt là kỹ thuật, lại là một phương tiện hỗ trợ không thể thay thế được trong việc nghiên cứu toán học và có tác dụng làm thay đổi nhiều bộ mặt của toán học. Các máy tính điện tử đã mở ra một khả năng vô hạn để mở rộng loại các bài toán, giải được bằng phương tiện của toán học, và làm thay đổi mối quan hệ giữa các phương pháp tìm lời giải đúng và gần đúng.

Từ những điều đó HS hiểu rõ được tính chất thực tiễn của toán học, cũng như các môn khoa học khác như vật lý, hóa học, sinh học, . . . toán học cũng phát sinh và phát triển trên cơ sở nhu cầu thực tiễn của con người và để thỏa mãn những nhu cầu ấy. Khi học toán, nếu các em biết được trong điều kiện thực tế nào, những nguyên nhân khách quan nào đã làm phát sinh khái niệm này hay khái niệm khác, hoặc đã thúc đẩy sự phát triển của một lý thuyết toán học nào thì sẽ bồi dưỡng được quan điểm duy vật cho HS, đả phá luận điệu duy tâm cho rằng toán học là sự sáng tạo tùy ý của con người, không liên quan gì đến thế giới hiện thực. Điều đó góp phần xây dựng tư tưởng vô thần, chống mê tín, dị đoan, dần dần xây dựng cơ sở thế giới quan khoa học cho HS.

Quá trình phát triển của các toán học phản ánh các quy luật của biện chứng. Ví dụ: Từ lớp 5 đến lớp 12, khái niệm về số liên tục được mở rộng, từ số tự nhiên đến số nguyên dương, số hữu tỉ, số thực và cuối cùng là số phức. Khái niệm về số đã phát triển dần dần do nhu cầu của thực tiễn và được mở rộng là để giải quyết mâu thuẫn phát sinh trong thực tiễn. Coi số không là một số, ta giải quyết được mâu thuẫn của phép đếm: Khi có các vật để đếm thì biểu thị bằng các số tự nhiên, khi không có vật để đếm thì biểu thị bằng số không; khái niệm phân số giải quyết mâu thuẫn của phép chia; khái niệm số âm giải quyết mâu thuẫn của phép trừ; khái niệm số vô tỉ giải quyết mâu thuẫn của phép khai phương (trừ phép khai phương bậc chẵn của số âm); khái niệm số ảo giải quyết mâu thuẫn phép khai phương bậc chẵn của số âm.

Theo Ăng – ghen thì trong toán học sơ cấp và cao cấp đều đầy dẫy mâu thuẫn. Hai mặt của mâu thuẫn vừa đối lập với nhau vừa dựa vào nhau mà tồn tại và đều trong một khối thống nhất, đó là sự thống nhất của các mặt đối lập. Ví dụ như: hai số đối nhau, +a và –a lại đều là căn bậc hai (đại số) của a^2; không có số âm thì không có cái gọi là số dương, và các số âm và số dương cùng thống nhất trong trường số hữu tỉ; tương tự như vậy, số hữu tỉ và số vô tỉ cùng thống nhất trong trường số thực; số thực và số ảo cùng thống nhất trong trường số phức;… Mỗi một phép tính cũng đều có một phép tính đối lập với nó như nhân và chia, cộng và trừ, . . . Nhưng những phép tính đó lại có thể chuyển hóa lẫn cho nhau. Ví dụ trừ đi một số có nghĩa là cộng với số đối của số đó, chia cho một số có nghĩa là nhân với nghịch đảo của số đó, . . .

HS hiểu và nắm được quy luật phát triển của toán học không nằm ngoài quy luật phát triển khách quan của thế giới, tức là quy luật của biện chứng, chúng ta phải luôn luôn xem xét sự vật trong trạng thái chuyển động và biến hóa, phải phân tích mâu thuẫn nội tại của các sự vật, . . . Như vậy là đã xây dựng cơ sở thế giới quan Mác Lê – nin cho HS, nhất là đã giúp các em tự vận dụng được quan điểm và phương pháp ấy để quan sát vấn đề, suy xét vấn đề, phân tích vấn đề và giải quyết vấn đề một cách độc lập.

Qua lịch sử toán học, giáo dục cho HS lòng tôn trọng và yêu quý sự nghiệp của các nhà toán học vĩ đại đã góp phần cống hiến cho kho tàng văn hoá chung của nhân loại. Tiểu sử của họ thường là những gương sáng đấu tranh cho tư tưởng tiến bộ, là những trí óc thông minh lỗi lạc, lao động cần cù, nhẫn nại, say sưa với khoa học đã để lại cho chúng ta những di sản văn hóa đồ sộ như ngày nay và do đó có tác dụng giáo dục đạo đức rất lớn đối với HS.

Việc hiểu biết và lịch sử toán học cũng như qúa trình phát triển của nó trong thực tiễn, trong lao động sản xuất cũng giáo dục cho HS tình yêu và niềm tin vào cuộc sống, vào lao động.

1.3. Một số nội dung lịch sử toán liên quan đến nội dung của SGK THPT

1.3.1. Thân thế và sự nghiệp một số nhà bác học

1.3.1.1. Tiểu sử nhà toán học Ghê-ooc Can-to (ĐS 10 NC-tr. 23)

Can- to sinh ngày 3-3-1845 tại Xanh Pê-tec-bua trong một gia đình có bố là một thương gia, mẹ là một nghệ sĩ. Tài năng và lòng say mê toán học của ông hình thành rất sớm. Sau khi tốt nghiệp Phổ thông một cách xuất sắc, ông ôm ấp hoài bão đi sâu và toán học. Bố của ông muốn ông trở thành một kĩ sư vì nghề này kiếm được hiều tiền hơn. Nhưng ông đã quyết tâm học sâu về toán và cuối cùng ông thuyết phục được cha bằng lòng cho ông theo học ngành Toán. Ông viết thư cho cha đại ý như sau: “Con rất sung sướng vì cha đã đồng ý cho con theo đuổi hoài bão của con. Tâm hồn con, cơ thể con sống theo hoài bão ấy”. Ông bảo vệ luận án tiến sĩ tại trường Đại học Bec-lin vào năm 1867. Từ năm 1869 đến năm 1905, ông dạy ở trường Đại học Ha-lơ (Halle). Ông là người sáng lập nên lí thuyết tập hợp. Ngay sau khi ra đời, lí thuyết tập hợp đã là cơ sở cho một cuộc cách mạng trong viết sách và giảng dạy toán. Những công trình toán học của ông đã để lại dấu ấn sâu sắc cho các thế hệ các nhà toán học lớp sau. Năm 1925, Hin-be (D. Hilbert), nhà toán học lỗi lạc của thế kỉ XX đã viết: “Tôi đã tìm thấy trong các công trình của ông vẻ đẹp của hoa và trí tuệ. Tôi nghĩ rằng đó là đỉnh cao của hoạt động trí tuệ của con người”. Từ năm 40 tuổi, tuy có những thời kỳ đau ốm phải nằm viện nhưng ông vẫn không ngừng sáng tạo. Một trong những công trình quan trọng của ông đã được hoàn thành trong khoảng thời gian giữa hai cơn đau. Ông mất ngày 06-11918 tại một bệnh viện ở Ha-lơ, thọ 73 tuổi.

1.3.1.2. Lượng giác và nhà toán học Ơ-le (ĐS 10 NC- trang 217)

Như mọi khoa học khác, Lượng giác phát sinh từ nhu cầu của đời sống: Ngành Hàng hải đòi hỏi phải biết xác định vị trí của tàu bè ngoài biển khơi, vị trí của các hành tinh, của các vì sao; cuộc sống xã hội với các hoạt động sản xuất đòi hỏi đo đạc ruộng đất, thiết lập bản đồ…Các nhu cầu đó làm cho môn Lượng giác phát sinh và phát triển. Thời cổ, các nhà toán học Hi Lạp đã góp phần đáng kể vào việc phát triển môn Lượng giác. Lê-ô-na Ơ-le là người đã xây dựng lí thuyết sâu sắc về lượng giác trong cuốn “Mở đầu về giải tích các đại lượng vô cùng bé” xuất bản năm 1748. Trong công trình đó, Ơ-le đã đề cập khái niệm radian, nhưng từ “radian” (gắn với từ “radius” có nghĩa là bán kính) mãi đến năm 1873 mới được dùng chính thức lần đầu tiên ở Đại học Ben-phát (Belfast), Bắc Ai-len.

Ơ-le là một trong những nhà toán học lớn nhất từ xưa tới nay. Ông sinh tại Ba-lơ, Thụy sĩ. Ông đã tiến hành nghiên cứu nhiều đề tài khoa học thuộc nhiều lĩnh vực khác nhau như cơ học, âm nhạc, thiên văn,… Hầu hết mọi ngành toán học đều mang dấu ấn các kết quả nghiên cứu của ông. Ơ-le là người say mê, cần cù trong công việc. Cuối đời, dù bị mù cả hai mắt, ông vẫn tiếp tục hoạt động sáng tạo. Trong cuộc đời mình, Ơ-le đã viết trên 800 công trình khoa học. Số công trình của ông ít ai sánh kịp.

Tên của Ơ-le được đặt cho một miệng núi lửa ở phần trông thấy được của mặt trăng.

1.3.1.3. Cô-si (Cauchy) - nhà toán học Pháp (ĐS 10 CB-tr. 79)

Ông nghiên cứu nhiều lĩnh vực toán học khác nhau, công bố hơn 800 công trình về số học, lý thuyết số, đại số, giải tích toán học, phương trình vi phân, cơ học lí thuyết, cơ học thiên thể, vật lí toán.

Các công trình của Cô-si cho thấy rõ nhược điểm của việc dựa vào trực giác hình học để suy ra các kết quả tế nhị của giải tích. Ông định nghĩa một cách chính xác các khái niệm giới hạn và liên tục của hàm số. Ông xây dựng một cách chặt chẽ lí thuyết hội tụ của chuỗi, đưa ra khái niệm bán kính hội tụ. Ông định nghĩa tích phân là giới hạn của các tổng tích phân và chứng minh sự tồn tại tích phân của các hàm số liên tục. Ông phát triển cơ sở của lí thuyết hàm số biến số phức. Về hình học, về đại số, về lí thuyết số, về cơ học, về quang học, về thiên văn học, Cô-si đều đã có những cống hiến lớn lao.

1.3.1.4. Giô- han Kê- ple và quy luật chuyển động của các hành tinh. (HH 10- CB – tr. 92)

Giô- han Kê- ple (Johanes Keple, 1571-1630) là nhà thiên văn người Đức. Ông là một trong những người đặt nền móng cho khoa học tự nhiên. Kê- ple sinh ra ở Vu-tem-be (Wurtemberg) trong một gia đình nghèo, 15 tuổi theo học trường dòng. Năm 1593 ông tốt nghiệp Học viện thiên văn và toán học vào loại xuất sắc và trở thành giáo sư trung học. Năm 1600 ông đến Pra- ha và cùng làm việc với nhà thiên văn nổi tiếng Ti-cô Bra.

Kê-ple nổi tiếng nhờ phát minh ra các định luật chuyển động của các hành tinh:

1. Các hành tinh chuyển động quanh mặt trời theo các quỹ đạo là các đường elíp mà Mặt Trời là một tiêu điểm.

2. Đoạn thẳng nối từ Mặt Trời đến hành tinh quét được những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau. Chẳng hạn nếu xem Mặt Trời là một tiêu điểm F và nếu trong một khoảng thời gian t, một hành tinh di chuyển từ M_1 đến M_2 hoặc từ M_1' đến M_2' thì diện tích hai hình F M_1M_2 , $FM_1'M_2'$ bằng nhau.

3. Nếu gọi T_1, T_2 lần lượt là thời gian để hai hành tinh bất kỳ bay hết một vòng quanh Mặt Trời và gọi a_1, a_2 lần lượt là độ dài nửa trục lớn của elip quỹ đạo của hai hành tinh trên thì ta luôn có $\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$

Các định luật nói trên ngày nay trong thiên văn gọi là định luật Kê-ple.

1.3.1.5. Béc – Nu – Li (Jacob Bernoulli) (ĐS 11 CB - trang 78):

Ông sinh ngày 27 tháng 2 năm 1654 ở Ba-xlơ (Basle) Thụy sĩ. Ông là người nghiên cứu Toán đầu tiên trong dòng họ Béc – Nu – Li có nhiều nhà toán học. Cha ông, Ni-co-lai Béc–Nu–Li (1623-1708) muốn ông trở thành mục sư. Mặc dù phải học thần học, ông vẫn say mê nghiên cứu toán học. Một số công trình quan trọng nhất của ông được công bố trong cuốn sách ***Nghệ thuật phỏng đoán*** năm 1713, bao gồm các lĩnh vực của đại số tổ hợp: hoán vị, tổ hợp, các số Béc – Nu – Li và lý thuyết xác suất. Đặc biệt, luật số lớn đối với dãy phép thử Béc – Nu – Li được công bố trong cuốn sách đó. Cuốn sách của ông được coi là sự mở đầu của lí thuyết xác suất. Béc – Nu – Li bắt đầu giảng triết học tự nhiên, Cơ học ở trường Đại học Tổng hợp Ba-xlơ năm 1682 và trở thành Giáo sư toán năm 1687. Ông tiếp tục làm việc ở đó cho đến khi mất (ngày 10 tháng 08 năm 1705).

1.3.1.6. Nguồn gốc các từ sin, côsin, tang và côtang(HH 10 NC-tr. 43)

Từ xa xưa, do nhu cầu đo đạc thiên văn, nhiều nhà toán học đã lập bảng độ dài dây cung căng bởi cung tròn (bán kính cho trước) có số đo 1^0, 2^0, …180^0, trong đó có Hip-pac (Hipparque) ở thế kỉ thứ hai trước công nguyên, Ptô-lê-mê (Ptolemey) ở thế kỉ thứ II sau công nguyên, . . . Đó là nguồn gốc của khái niệm sin. Qua nhiều giai đoạn lịch sử, từ "jiva" (tiếng Ấn Độ có nghĩa là "dây cung") được diễn dịch, phiên âm, đổi dần thành từ sinus bởi các nhà thiên văn, toán học như An Bat-ta-ni (Al Battani) ở thế kỉ thứ X, Giê-ra Crê-môn (Gérard Crémone) ở thế kỉ thứ XII, . . .

Khái niệm tang và côtang nảy sinh từ việc khảo sát bóng của vật thẳng đứng trên nền nằm ngang để tìm giờ trong ngày. Từ xa xưa, người ta cũng đã lập bảng các "bóng" (tức là bảng tang và côtang).

Đến thế kỉ thứ XVI mới xuất hiện kí hiệu sin, tang (Tô-mat Phin (Thomas Finck)) và đầu thế kỉ thứ XVII mới xuất hiện cosin, cotang để chỉ sin, tang của góc phụ (Et-mun Gơn- tơ (Edmund Gunter)). Các kí hiệu này dần dần được chấp nhận và sử dụng phổ cập.

1.3.1.7. Dãy số Phi-bô-na-xi (ĐS 11 NC – tr. 107)

Phi-bô-na-ci (Fibonacci) còn có tên là Leonarda da Pisa là nhà toán học nổi tiếng người Ý. Trong cuốn sách Liber Abacci- sách về toán đố, do ông viết vào năm1202, có bài toán sau:

Một đôi thỏ(gồm một thỏ đực và một thỏ cái) cứ mỗi tháng để một đôi thỏ con (cũng gồm một thỏ đực và một thỏ cái); mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng để ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm (tháng giêng) có một đôi thỏ sơ sinh?

Rõ ràng ở tháng giêng, cũng như ở tháng hai, chỉ có một đôi thỏ. Sang tháng ba, đôi thỏ này sẽ đẻ ra một đôi thỏ con, vì thế, ở tháng này có hai đôi thỏ. Sang tháng thứ 4, vì vẫn chỉ có đôi thỏ ban đầu sinh con nên ở tháng này sẽ có 3 đôi thỏ. Sang tháng thứ 5, do có hai đôi thỏ (đôi thỏ ban đầu và đôi thỏ được sinh ra ở tháng 3) cùng sinh con nên ở tháng này sẽ có 3+2=5 đôi thỏ…

Một cách khái quát, nếu với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu là F_n là số đôi thỏ có ở tháng thứ n, thì với $n \geq 3$ ta có:

$$F_n = F_{n-1} + \text{Số đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ n}$$

Do các đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ n-1 chưa thể đẻ con ở tháng thứ n, và ở tháng này mỗi đôi thỏ có ở tháng thứ n-2 sẽ đẻ ra một đôi thỏ con nên số đôi thỏ được sinh ra ở tháng thứ n chính bằng F_{n-2}.

Như vậy, việc giải quyết bài toán nói trên của Fibonacci dẫn ta tới việc khảo sát dãy số (F_n) xác định bởi:

$F_1 = 1$, $F_2 = 1$ và $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ với mọi $n \geq 3$

Dãy số trên, sau này được nhà toán học Pháp Edouard Lucas (1842-1891) gọi là dãy số Fibonacci. Các số hạng của dãy số Fibonacci được gọi là các số Fibonacci.

Bằng phương pháp quy nạp, người ta chứng minh được rằng:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^n + \beta^n)^n \qquad \forall n \geq 1$$

Trong đó α là nghiệm dương và β là nghiệm âm của phương trình $x^2 - x - 1 = 0$.

Dãy số Fibonacci có rất nhiều tính chất đẹp như:

1. $F_n^2 = F_{n-1}F_{n+1} + (-1)^{n-1} \quad \forall n \geq 2$;
2. $F_1 + F_3 + F_5 + ... + F_{2n-1} = F_{2n} \quad \forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}^*$;
3. $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1} \quad \forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}^*$; …

Dãy số Fibonacci có liên quan mật thiết với nhiều vấn đề của toán học (Số nguyên tố trong dãy số Fibonacci, số vàng, hình chữ nhật vàng, số π, . . .), vật lý học, . . . Các số Fibonacci có nhiều liên quan đến tự nhiên và nghệ thuật (hội họa, âm nhạc, . . .), chúng xuất hiện ở nhiều nơi trong thiên nhiên. Chẳng hạn, hầu hết các bông hoa có số cánh hoa là một trong các số F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, F_{11} : Hoa loa kèn có 3 cánh, hoa mao lương vàng có 5 cánh, hoa phi yến có 8 cánh, hoa cúc vạn thọ có 13 cánh hoặc 55 hoặc 89 cánh, hoa cúc tây có 21 cánh, hoa cúc thường có 34 cánh, 55 hoặc 89 cánh. Trong hoa hướng dương cũng xuất hiện các số Phi-bô-na-xi. Những nụ nhỏ kết thành hạt ở đầu bông hoa và xếp thành hai lớp đường xoắn ốc. Một lớp cuộn theo chiều kim đồng hồ, lớp đường xoắn kia cuộn theo chiều ngược lại. Số các đường xoắn ốc theo chiều kim đồng hồ thường là 34 hoặc 55, còn số đường xoắn theo chiều ngược lại thường là 55 hoặc 89, . . .

1.3.1.8. Nhà bác học Anh Niu-tơn (ĐS 11 CB – tr. 134):

Nhà bác học Anh Niu-tơn (Newton, 1642 -1727) là người đầu tiên đễ xuất thuật ngữ “giới hạn”, dịch từ chữ la-tinh “Limes” có nghĩa là “bờ”, “mép” hay “biên giới”. Tuy nhiên, chính Giu-rin (Jurin, 1684-1750), sau đó Rô-bin (Robins, 1697-1751), Cô-si (Cauchy,1789 -1857), . . . mới đưa ra các định nghĩa về khái niệm này.

Nhà toán học Đức Vai-ơ-xtrát (Weierstrass) đã trình bày một định nghĩa hiện đại về khái niệm giới hạn, gần giống với định nghĩa sau đây mà ngày nay vẫn thường được dùng trong toán học.

“Số b được gọi là giới hạn của hàm số $y = f(x)$ khi $x \to a$ nếu với mỗi số $\varepsilon > 0$, tồn tại $\delta > 0$ sao cho với $x \neq a$ và $|x - a| < \delta$ thì bất đẳng thức $|f(x) - b| < \varepsilon$ được thực hiện (Từ điển toán học – NXBKH&KT 1993)”

Kí hiệu “lim” mà ta dùng ngày nay là do nhà toán học Thụy Sĩ Huy-lơ (L’Huiller, 1750-1840) đưa ra vào năm 1786.

Như vậy khái niệm giới hạn chỉ mới ra đời ở thế kỉ XVII. Tuy nhiên, tư tưởng “giới hạn” đã xuất hiện rất sớm ở nhiều nhà bác học thời cổ đại.

1.3.1.9. Nhà toán học Pa-xcan(Pascal) (ĐS 11 NC – tr. 68)

Hồi nhỏ Pa-xcan rất ham mê hình học. Nhưng vì Pa-xcan rất yếu nên cha ông không muốn cho ông học Toán. Cha ông giấu hết các sách vở và những gì liên quan tới Toán. Thế là Pa-xcan phải tự mày mò xây dựng nên môn Toán học cho riêng mình. Ông vẽ các hình và tự đặt tên cho chúng. Ông gọi đường thẳng là "cây gậy", đường tròn là "cái bánh xe", hình tam giác là "thước thợ", hình chữ nhật là "mặt bàn",. . . Ông đã tìm ra và chứng minh được rất nhiều định lí của hình học trong đó có định lí: "Tổng các góc của một thước thợ bằng nửa tổng các góc của một mặt bàn". Năm ấy Pa-xcan mới 12 tuổi.

Năm 16 tuổi, Pa-xcan công bố một công trình toán học: "Về thiết diện của đường conic", trong đó ông đã chứng minh một định lí nổi tiếng (sau này mang tên ông) và gọi là "Định lí về lục giác thần kì". Ông rút ra 400 hệ quả từ định này. Nhà toán học và triết học vĩ đại lúc bấy giờ là Đề-các (Descartes) đánh giá rất cao công trình toán học này và nói rằng: "Tôi không thể tưởng tượng nổi một người đang ở tuổi thiếu niên mà lại có thể viết được một tác phẩm lớn như vậy"

Năm 17 tuổi, thấy cha (một kế toán) phải làm nhiều tính toán vất vả, Pa-xcan đã nảy ra ý định chế tạo một chiếc máy tính. Sau 5 năm lao động căng thẳng và miệt mài, ông đã chế tạo xong chiếc máy tính làm được bốn phép tính cộng, trừ, nhân, chia, tuy rằng chưa nhanh lắm. Đó là chiếc máy tính đầu tiên trong lịch sử nhân loại. Để ghi nhớ công lao này, tên của ông đã được đặt cho một ngôn ngữ lập trình, là ngôn ngữ lập trình Pa-xcan.

Vào năm 1651, khi Pa-xcan 28 tuổi và được cả châu Âu tôn vinh là thần đồng, ông nhận được một bức thư của nhà quý tộc Pháp Đờ Mê – Rê (De Méré) nhờ ông giải đáp một số vấn đề rắc rối nảy sinh trong các trò chơi đánh bạc. Pa-xcan đã "toán học hóa" các trò chơi cờ bạc này, nâng lên thành những bài toán phức tạp hơn và trao đổi vấn đề này với nhà toán học Phéc-ma.

Những cuốc trao đổi đó đã khai sinh ra Lí thuyết xác suất – Lí thuyết toán học về các hiện tượng ngẫu nhiên.

Sau khi cha mất, chị gái bỏ đi tu, lại thêm đau ốm bệnh tật, Pa-xcan chán chường tất cả. Ông bỏ toán học, đắm chìm trong những suy tư về tín ngưỡng và nghiên cứu Thần học. vào một đêm đầu mùa xuân năm 1658, một cơn đau răng dữ dội làm Pa-xcan không ngủ được. Để quên đau, ông tập trung suy nghĩ về bài toán xycloit, một bài toán khó đang thu hút sự quan tâm của nhiều nhiều nhà toán học lúc đó. Kì lạ thay, ông đã giải được bài toán đó và sáng hôm sau cũng khỏi luôn bệnh đau răng. Ông nghĩ rằng đây là một thông điệp của Chúa nhắc nhở ông không được quyên và rời bỏ Toán học. Và thế là sau bốn năm đi theo con đường tín ngưỡng tôn giáo, Pa-xcan lại quay về toán học.

Không chỉ là một nhà toán học thiên tài, Pa-xcan còn là một nhà vật lí học nổi tiếng, là nhà văn, nhà tư tưởng lớn. Ngày nay người ta thường nhắc đến các câu nói của Pa-xcan như : "Con người chỉ là một cây sậy, một vật yếu đuối của tự nhiên nhưng là một cây sậy biết suy nghĩ" và "Trái tim có những lí lẽ mà lí trí không giải thích được".

Pa-xcan mất khi mới 39 tuổi. Ông được coi là một trong những nhà bác học lớn của nhân loại.

1.3.1.10. Uơ-lit – Người sáng tạo kí hiệu ∞ (ĐS 11 NC – tr. 145)

Từ rất sớm, nhà toán học Anh Giôn Uơ-lit (John Wallis) đã học tiếng Hi Lạp, tiếng Latinh và tiếng Hê-brơ. Năm mười lăm tuổi, ông bắt đầu say sưa học Toán.

Năm 24 tuổi, ông được phong linh múc và trở thành giáo sư Toán tại trường Ốc –xphớt (Oxford) ở Anh. Ông giảng dạy và nghiên cứu tại đó cho đến cuối đời.

Ông có công lớn vì đã phát hiện được thiên tài toán học Niu-tơn. Ông là người đầu tiên đã định nghĩa một cách chính xác lũy thừa với các số mũ không, âm và hữu tỉ.

Ông còn là người sáng tạo ra kí hiệu ∞ để chỉ khái niệm vô cực.

1.3.1.11. Cô-si, nhà toán học lớn (ĐS 11 NC – tr. 176)

Nhà toán học Pháp Cô-si (Cauchy) là một trong những người sáng lập ra Giải tích hiện đại, đồng thời ông cũng có nhiều đóng góp sâu sắc trong các ngành toán học và khoa học khác. Ông đã để lại dấu ấn thiên tài của mình trong nền Toán học thế kỉ XIX.

Sinh ở Pa-ri, từ rất sớm ông đã ham mê toán học. Năm mười sáu tuổi ông vào học Đại học Bách khoa Pa-ri và trở thành kĩ sư. Sau đó, ông tham gia xây dựng quang cảng Sec-bua (Cherbourg). Hăng say lao động nhưng sức khỏe không tốt, ông đành phải trở về giảng dạy Giải tích và Cơ học tại Đại học Bách khoa Pa-ri..

Từ thế kỉ XVIII, nhà toán học Thụy sĩ Lê-ô-na Ơ-le (Leonhard Euler, 1707 - 1783) đã phát triển phép tính vi phân của nhà toán học Anh Niu-tơn (Newton, 1642-1727) và nhà toán học Đức Lai-bơ-nít (Leibniz, 1646-1716). Tuy nhiên, các khái niệm vô cực, vô cùng bé và vô cùng lớn vẫn còn tối nghĩa, không rõ ràng, lập luận còn thiếu chặt chẽ.

Trong giảng dạy, Cô-si quan tâm đặc biệt đến việc định nghĩa các khái niệm một cách chặt chẽ. Nhiều định lý và phương pháp do ông chứng minh và phát minh mang tên ông. Chính ông là người đầu tiên đã trình bày khái niệm giới hạn của hàm số bằng ngôn ngữ như hiện nay đang được giảng dạy trong các trường Đại học.

Giáo trình Giải tích mà ông giảng dạy và công bố đã ngay lập tức bị các sinh viên và các đồng nghiệp phê phán bởi và nội dung của nó vượt xa mục tiêu đào tạo các kỹ sư tương lai thời đó. Cuộc cách mạng năm 1830 đã làm gián đoạn sự nghiệp của ông. Trung thành với Sác-lơ (Charles X), ông đã không tuyên thệ trung thành với vua Lu-i Phi-lip Đooc-lê-ăng (Louis Philippe d’Orléan), người thay thế Sác-lơ.

Ông đã bị đi đày ở Tu-rin, sau đó ở Pra-ha. Tại đây, ông làm gia sư cho công tước Booc-đô (Bordeaux), cháu của vua Pháp bị phế truất.

Trở về Pa-ri năm 1838, tính cố chấp của ông về chính trị đối với chế độ mới đã khiến ông bỏ lỡ nhiều vị trí công tác mà nhiều người ao ước. Cuộc cách mạng Cộng hoà năm 1848 đã giải lời thề trung thành cho các công chức. Nhà toán học thiên tài đã hết ưu phiền và nhận ghế giáo sư Thiên văn – Toán tại Đại học Sooc-Bon(Sorbonne). Ông giảng dạy và nghiên cứu tại đó cho đến cuối đời.

Ông đã có nhiều đóng góp về Giải tích, Đại số, Hình học, Số học, lí thuyết hàm số phức, Cơ học, Quang học, Thiên văn học,...

1.3.1.12. Ta-let, người đầu tiên phát hiện ra nhật thực (HH 11CB-tr. 81)

Mọi người chúng ta đều biết đến định lý Ta-let trong hình học phẳng và trong hình học không gian.Ta-let là một thương gia, một người thích đi du lịch và một nhà thiên văn kiêm triết học. Ông là một nhà bác học thời cổ Hy Lạp và người sáng lập ra trường phái triết học tự nhiên ở Mi-lét. Ông cũng được xem là thủy tổ của bộ môn hình học. Trong lịch sử bộ môn thiên văn, Ta-let là người đầu tiên phát hiện ra nhật thực vào ngày 25 tháng năm 585 trước công nguyên. Ông đã khuyên những người đi biển xác định phương hướng bằng cách dựa vào chòm sao Tiểu Hùng Tinh.

1.3.1.13. Vài nét về cuộc đời và sự nghiệp của Niu-tơn và Lai-bơ-nit (ĐS 12 NC – tr. 173-174)

* Niu-tơn (1643-1727) là nhà toán học, vật lý học, cơ học và thiên văn học vĩ đại người Anh. Ông sinh ra ở một vùng quê nước Anh. Người cha qua đời trước khi ông ra đời. Người mẹ vì quá đau buồn nên sinh ông thiếu tháng. Lúc mới sinh, ông bé tới mức đặt được và một chiếc cốc to. Không ai ngờ rằng đứa bé quặt quẹo như vậy có thể thọ tới 85 tuổi và trở thành một nhà khoa học vĩ đại như vậy.

Niu-tơn được người đương thời mô tả là có tầm vóc trung bình, béo chắc, đầu luôn đội tóc giả, có đôi mắt sáng và thông minh. Ông sống giản dị, khiêm nhường, say mê với công việc và rất đãng trí.

Năm 1661, 18 tuổi, Niu-tơn vào trường Đại học Cambridge. Từ đó Niu – tơn thực sự quan tâm đến khoa học. Thầy giáo dạy toán của Niu-tơn thừa nhận cậu sinh viên xuất sắc đã vượt mình và năm 1669 ông nhường chức vụ giáo sư cho người học trò lỗi lạc ấy. Niu-tơn giữ chức này cho đến năm 1701.

* Lai-bơ-nit (1646-1716) là nhà toán học, vật lý học, triết học thiên tài người Đức. Ông sinh ra ở thành phố Leipzig, là con trai một giáo sư triết học. từ lúc 6 tuổi ông đã suốt ngày mê mải đọc sách. Năm 7 tuổi thì cha ông qua đời. Năm 15 tuổi ông vào đại học và học về luật học, triết học và toán học. Năm 20 tuổi, năm 1666, ông đã bảo vệ luận án tiến sĩ luật học đồng thời cũng công bố công trình toán học đầu tiên của mình với nhan đề: "Những suy nghĩ về nghệ thuật tổ hợp". Sau đó ông được bổ nhiệm làm quan chức ngoại giao tại Pháp.

Những công hiến về toán học chỉ là một phần nhỏ trong sự nghiệp của ông. ở thời đại của ông, người ta biết đến ông như một nhà ngoại giao, nhà luật học và nhà triết học. Ông biết rất nhiều ngoại ngữ và hầu hết các kiến thức của ông đều có được bằng con đường tự học.

Lai-bơ-nit được người đương thời mô tả là có thể trạng gày gò, tầm thước, da xanh và cũng luôn đeo tóc giả. Trí nhớ của ông cũng khác người thường: Những điều khó hiểu được ông nhớ rất tốt, nhưng những điều dễ hiểu thì ông lại quên ngay.

1.3.2. Lịch sử các vấn đề liên quan đến SGK toán THPT

1.3.2.1. Loài người đã sử dụng hệ đếm cơ số nào? (ĐS10 NC-tr. 30)

Đa số các dân tộc trên thế giới dùng hệ đếm thập phân để biểu diễn các số. Tuy nhiên, ngoài hệ đếm thập phân còn có các hệ đếm cơ số khác.

Cho b là một số nguyên dương lớn hơn 1. Khi đó mọi số nguyên dương n có thể biểu diễn duy nhất dưới dạng: $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + ... + a_1 b + a_0$, với $k \in \mathbb{N}$, a_0, a_1,...., a_k là các số nguyên không âm nhỏ hơn b và $a_k \neq 0$. Người ta kí hiệu n=$(a_k ... a_1 a_0)_b$ và gọi đó là biểu diễn của n trong hệ đếm cơ số b.

Hệ đếm sớm nhất của loài người không phải là hệ đếm thạp phân mà là hệ đếm cơ số 60 của người Ba-bi-lon. Vào thời cổ đại, cũng có các bộ tộc dùng hệ đếm cơ số 5. Người Mai-a ở Nam Mỹ có một nền văn hóa khá độc đáo từng sử dụng hệ đếm cơ số 20. Người Anh rất thích dùng hệ đếm cơ số 12, người ta tính 12 bút chì là một tá bút chì, 24 bút chì là 2 tá bút chì.

Đến khi có máy tính điện tử thì hệ nhị phân lại được ưa chuộng. trong hệ nhị phân để ghi các con số, ta chỉ cần hai chữ số 0 và 1. Có thể dùng số 1 biểu diễn việc đóng mạch, số 0 biểu diễn việc ngắt mạch; hoặc 1 biểu diễn trạng thái bị từ hóa, 0 biểu diễn trạng thái không bị từ hóa; . . . Từ đó cho thấy hệ nhị phân rất thích hợp cho việc biểu diễn các thông tin trên máy tính.

Chẳng hạn, do $69 = 2^6 + 2^2 + 2^0$ nên 69 được viết trong hệ nhị phân là $(1000101)_2$. Số 351 có thể biểu diễn trong hệ nhị phân là $(101011111)_2$ vì $(101011111)_2 = 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 + 1 = 351$. Số 100 000 được viết dưới dạng nhị phân là: $(11000011010100000)_2$.

Nhược điểm của hệ nhị phân là các số viết trong hệ nhị phân đều dài và khó đọc. Để khắc phục điều này trong máy tính, người ta dùng hai hệ đếm bổ trợ là hệ đếm cơ số 8 và hệ đếm cơ số 16. Độ dài một số viết ra trông hệ đếm cơ số 8 chỉ bằng khoảng $\frac{1}{3}$ độ dài viết trong hệ nhị phân. Tương tự như vậy, đọ dài một số viết ra trong hệ đếm cơ số 16 chỉ bằng khoảng $\frac{1}{4}$ độ dài viết trong hệ nhị phân. Việc chuyển đổi giữa hệ nhị phân sang hệ đếm cơ số 8 và 16 đã trợ giúp đắc lực cho viêc giao tiếp giữa người và máy tính.

1.3.2.2.Vài nét về lịch sử phương trình đại số (ĐS 10 NC- tr. 86):

Lý thuyết phương trình đại số có từ rất lâu đời. Từ 2000 năm trước Công nguyên, người Ai cập đã biết giải phương trình bậc nhất, người Ba-bi-lon đã biết giải các phương trình bậc hai và tìm được những bảng đặc biệt để giải phương trình bậc ba. Tất nhiên các hệ số của phương trình được xét đều là những số đã cho nhưng cách giải của người xưa chứng tỏ rằng họ cũng biết đến các quy tắc tổng quát. Trong nền toán học cổ của người Hi Lạp, lí thuyết phương trình Đại số được phát triển trên cơ sở hình học, liên quan đến việc phát minh ra tính vô ước của một số đoạn thẳng. Vì lúc đó người Hi Lạp chỉ biết các số nguyên dương và các phân số dương nên với họ, phương trình $x^2 + 1$ vô nghiệm. Tuy nhiên phương trình đó lại giải được trong phạm vi các đoạn thẳng vì nghiệm của nó là đường chéo của hình vuông có cạnh bằng 1 (đơn vị dài)

Đến thế kỉ VII, lí thuyết phương trình bậc nhất và bậc hai được các nhà toán học Ấn Độ phát triển. Phương pháp giải phương trình bậc hai bằng cách bổ sung thành bình phương của một nhị thức là một sáng kiến của người Ấn Độ. Người Ấn Độ cũng sử dụng rộng rãi các số âm. Họ cũng đưa vào các chữ số mà ngày nay ta gọi là số Ả Rập với cách viết theo vị trí của các chữ số.

Đến thế kỉ XVI, các nhà toán học I-ta-li-a là Tac-ta-gli-a (N. Tartaglia, 1500-1557), Cac-đa-nô (G. Cardano, 1501-1576) và Fe-ra-ri (L. Ferrari, 1522-1565 đã giải được các phương trình bậc ba và bậc bốn, tức là tìm được công thức tính nghiệm của phương trình qua các hệ số của nó.

Đến đầu thế kỉ XIX, nhà toán học A-ben, người Na Uy mới chứng minh được rằng không thề giải phương trình tổng quát bậc lớn hơn bốn bằng các phương tiện thuần túy đại số. Sau cùng, Ga-loa (nhà toán học Pháp) đã giải quyết được trọn vẹn vấn đề giải các phương trình đại số.

Bổ sung trong Đại số 10 cơ bản: Trong quá trình tìm cách giải phương trình đại số tổng quát bậc 5 bằng căn thức, A-ben đã giải thích tại sao cac phương trình bậc hai, ba, bốn có thể giải được bằng căn thức, còn Ga-loa tìm ra điều kiện cần và đủ để một phương trình có bậc đã cho (có thể lớn hơn 4) giải được bằng căn thức. Công lao to lớn của Ga-loa qua công trình này là đã đặt nền móng cho Đại số hiện đại nghiên cứu các cấu trúc đại số như nhóm, vành, trường,…

1.3.2.3.Vài nét về lịch sử quy hoạch tuyến tính (ĐS 10 NC-tr. 136)

Từ thời cổ đại, khi thực hiện các công việc của mình, loài người đã luôn hướng tới cách làm tốt nhất trong các cách làm có thể được (tìm phương án tối ưu trong các phương án). Khi toán học phát triển, người ta đã mô hình hóa toán họ các việc cần làm, nghĩa là biểu thị các mục tiêu cần đạt được, các yêu cầu hay các điều kiện cần thỏa mãn bằng ngôn ngữ toán học để tim lời giải tối ưu cho nó. Từ đó hình thành nên các bài toán tối ưu.

Quy hoạch tuyến tính là là lĩnh vực toán học nghiên cứu các bài toán tối ưu với hữu hạn biến (ẩn), trong đó mục tiêu và các điều kiện ràng buộc được biểu thị bằng các hàm số, các phương trình hay bất phương trình tuyến tính (bậc nhất).

Có thể nói, người đầu tiên quan tâm đến *Quy hoạch tuyến tính* là L.V. Kan-to-rô-vich (Leonid Vitalyevich Kantorovich, 1922-1986). Trong cuốn "Các phương pháp toán học trong tổ chức và toán học hoá sản xuất" (NXB Đại học quốc gia Lê-nin-grát, 1939), ông đã nêu bật vai trò của một lớp bài toán *Quy hoạch tuyến tính* và đề xuất thuật toán sơ bộ để giải chúng. Tuy nhiên, Quy hoạch tuyến tính chỉ được nhiều người biết đến vào năm 1974, khi G.B Đan-dich (George Bernard Dantzig, 1914-2005) công bố thuật toán đơn hình để giải các bài toán *Quy hoạch tuyến tính* . Cũng năm đó,T.C Kup-man (Tjalling Charles Koopmans, 1910- 1985) đã chỉ ra rằng *Quy hoạch tuyến tính* là công cụ tuyệt vời để phân tích lí thuyết kinh tế cổ điển.

Năm 1975, Kan-to-rô-vich và Kup-man đã được Viện Hàn lâm Hoàng gia Thụy Điển trao giải thưởng Nô-ben về khoa học kinh tế.

Ngày nay, trong thời đại máy tính điện tử, *Quy hoạch tuyến tính* vẫn được tiếp tục nghiên cứu nhằm tìm ra các thuật toán tốt hơn.

1.3.2.4.Tìm hiểu véc tơ (HH 10- CB – tr. 33).

Việc nghiên cứu véc tơ và các phép toán trên các vectơ bắt nguồn từ nhu cầu của cơ học và vật lý. Trước thế kỷ XIX, người ta dùng toạ độ để xác định vectơ và quy các phép toán trên các vectơ về các phép toán trên toạ dộ của chúng. Chỉ vào giữa thế kỷ XIX, người ta mới xây dựng được các phép toán trực tiếp trên các vectơ như chúng ta đã nghiên cứu trong chương 1(HH 10). Các nhà toán học W. Hamilton, H. Grassmann và J. Gibbs là những người đầu tiên nghiên cứu một cách có hệ thống về vectơ. Thuật ngữ "vectơ" cũng được đưa ra từ các công trình ấy. *Vector* theo tiếng La-tinh có nghĩa là *vật mang*. Đến đầu thế kỷ thứ XX vectơ được hiểu là một phần tử của một tập hợp nào đó mà trên đó đã cho các phép toán thích hợp để trở thành một cấu trúc gọi là không gian vectơ. Nhà toán học Weyl đã xây dựng hình học Ơ-clit dựa vào không gian vectơ theo hệ tiên đề và được nhiều người tiếp nhận một cách thích thú. Đối tượng cơ bản được đưa ra trong hệ tiên đề này là *điểm* và *vectơ*. Việc xây dựng này cho phép ta có thể mở rộng số chiều của không gian một cách dễ dàng và có thể sử dụng các công cụ của lý thuyết tập hợp và ánh xạ. Đồng thời hình học có thể sử dụng những cấu trúc đại số để phát triển theo các phương hướng mới.

Vào những năm giữa thế kỷ XX, trong xu hướng hiện đại hoá chương trình phổ thông, nhiều nhà toán học trên thế giới đã vận động đưa việc giảng dạy vectơ vào trường phổ thông. Ở nước ta, vectơ và toạ độ cũng được đưa vào giảng dạy ở trường phổ thông cùng với một chương trình toán hiện đại nhằm đổi mới để nâng cao chất lượng giáo dục cho phù hợp với xu thế chung của thế giới.

1.3.2.5. Người ta đo khoảng cách giữa Trái đất và Mặt Trăng như thế nào? (HH 10- CB – tr. 61)

Loài người đã biết được khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trăng cách đây khoảng hai ngàn năm với một độ chính xác tuyệt vời là vào khoảng 384.000 km. Sau đó khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trăng đã được xác lập một cách chắc chắn vào năm 1751 do một nhà thiên văn người Pháp là Giô-dep La-lăng (Joseph Lalande, 1732-1762) và một nhà toán học người Pháp là Ni-cô-lai La-cay (Nicolas Lacaille, 1713-1762). Hai ông đã phối hợp tổ chức đứng ở hai địa điểm rất xa nhau, một người ở Bec-lin gọi là điểm A, còn người kia ở Mũi Hảo Vọng (Bonne- Esperance) một mũi đất ở cựa Nam châu Phi, gọi là điểm B. Gọi C là một điểm trên Mặt Trăng. Từ A và B người ta tính được các góc A, B và cạnh AB của tam giác ABC. Trong mặt phẳng (ABC), gọi tia Ax là đường chân trời vẽ từ đỉnh A và tia By là đường chân trời vẽ từ đỉnh B. Kí hiệu α là góc CAx, β là góc CBy. Gọi O là tâm Trái Đất, ta có:

$u = \widehat{xAB} = \widehat{yBA} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$, Tam giác ABC có $\widehat{A} = \alpha + u; \widehat{B} = \beta + u$

Vì biết độ dài cung AB nên ta tính được góc AOB và do đó tính được độ dài cạnh AB. Tam giác ABC được xác định vì biết "góc- cạnh- góc" của tam giác đó. Từ đó ta có thể tính được chiều cao CH của tam giác ABC là khoảng cách cần tìm. Người ta nhận thấy rằng khoảng cách này gần bằng mười lần độ dài xích đạo của Trái Đất (≈10x 40 000 km).

1.3.2.6. Người ta tìm ra sao Hải Vương (Neptune) chỉ nhờ các phép tính về quỹ đạo các hành tinh (HH 10- CB – tr. 67):

Nhà thiên văn học U-banh Lơ-ve-ri-ê (Urbain Leverrierr, 1811-1877) sinh ra trong một gia đình công chức nhỏ tại vùng Noóc-măng-đi nước Pháp. Ông học ở trường Bách khoa và được giữ lại tiếp tục sự nghiệp nghiên cứu khoa học và giảng dạy ở đó. Ông đã say sưa thích thú tính toán chuyển động của các ngôi sao chổi và của các hành tinh, nhất là sao Thủy (Mercure). Với những thành tích xuất sắc về thiên văn học, ông được nhận danh hiệu Viện sĩ Hàn lâm Pháp khi ông tròn 34 tuổi.

Vào thời kỳ bấy giờ, các nhà thiên văn đang trang luận sôi nổi về "điều bí mật" của sao Thiên Vương (Uranus) vì hành tinh này không phục tùng theo những định luật về chuyển động của các hành tinh do Giô-han Kê-ple (Johannes Keple, 1571-1630) nêu ra và không theo đúng định luật vạn vật hấp dẫn của I-sắc Niu- ton (Isaac Newton, 1642-1727). Điều bí ẩn là vị trí của sao Thiên Vương trên bầu trời không bao giờ phù hợp với những tiên đoán dựa vào các phép tính của các nhà thiên văn thời bấy giờ. Nhà thiên văn học trẻ tuổi Lơ-ve- ri- ê muốn nghiên cứu tìm hiểu điều bí ẩn này và tự đặt câu hỏi tại sao sao Thiên Vương lại không tuân theo những quy luật chuyển động của các thiên thể. Một số nhà thiên văn thời bấy giờ đã dự đoán rằng con đường đi của sao Thiên Vương bị sức hút của sao Mộc (Jupiter) hay sao Thổ (Saturne) quấy nhiễu. Khi đó riêng Lơ-ve- ri- ê đã nêu lên một giả thuyết hết sức táo bạo, dựa vào các phép tính mà ông đã thực hiện. Ông cho rằng sao Thiên Vương không ngoan ngoãn theo tiên đoán của các nhà thiên văn có lẽ do ảnh hưởng của một hành tinh khác chưa được biết đến ở xa Mặt Trời hơn sao Thiên Vương. Hành tinh này đã tác động lên sao Thiên Vương làm cho nó có những nhiễu loạn khó có thể quan sát được. Lơ-ve- ri- ê đã kiên nhẫn tính toán làm việc trong suốt hai tuần liền, với biết bao công thức, nhìn vào ai cũng cảm thấy chóng mặt. Cuối cùng chỉ dựa vào thuần túy các phép tính, Lơ-ve-ri-ê xác nhận rằng có sự hiện diện của một hành tinh chưa biết tên. Vào thời gian đó, ở Pháp vì đài thiên văn Pa-ri không đủ mạnh, nên không thể nhìn được hành tinh đó. Ngay sau đó, Lơ-ve-ri- ê phải nhờ vào thiên văn Gan (Galle) ở đài quan sát Bec-lin xem xét hộ. Ngày 23 tháng 9 năm 1846, Gan đã hướng kính thiên văn về khu vực bầu trời đã được Lơ-ve-ri-ê chỉ định và vui mừng nhìn thấy một hành tinh chưa có tên trong danh mục. Như vậy sức mạnh của tài năng con người lại được thể hiện một cách xuất sắc qua việc khám phá ra hành tinh mới này. Mọi người đều thán phục, chúc mừng cuộc khám phá thành công tốt đẹp và cho rằng Lơ-ve-ri- ê đã phát hiện ra một hành tinh mới chỉ nhờ vào đầu chiếc bút chì của mình (!). Đây là một bài toán rất khó, nó không giống bài toán tìm ngày, giờ, địa điểm xuất hiện nhật thực, nguyệt thực vì các chi tiết chỉ biết mô phỏng chúng thông qua các nhiễu loạn, do tác động của một vật chưa biết, người ta cần phải tìm quỹ đạo và khối lượng của hành tinh đó, cần xác định được khoảng cách của nó tới Mặt Trời và các hành tinh khác . . .Hành tinh mới này được đặt tên là sao Hải Vương (Neptune). Cũng vào thời điểm đó nhà thiên văn học người Anh A- Đam cũng phát hiện ra hành tinh đó và người này không biết đến công trình của người kia. Tuy vậy, Lơ-ve-ri-ê vẫn được xem là người đầu tiên phát hiện ra sao Hải Vương và sau đó ông được nhận học vị Giáo sư Đại học Xoóc- bon đồng thời được nhận huy chương Bắc đẩu Bội tinh. Năm1853 U-banh Lơ-ve-ri-ê được hoàng đế Na-pô-lê-ông Đệ tam phong chức Giám đốc Đài quan sát Pa-ri. Ông mất năm 1877. Các nhà thiên văn học trên thế giới đã đánh giá cao phát minh quan trọng này của Lơ-ve-ri-ê.

1.3.2.7. Phép quy nạp hoàn toàn và không hoàn toàn (ĐS 11 CB – tr. 84)

Nhà toán học Pháp Phéc-ma (P.Fermat, 1601-1665) khi xét các số dạng $2^{2^n}+1$ thấy rằng với n =0, 1, 2, 3, 4 thì $2^{2^0}+1=3$, $2^{2^1}+1=17$, $2^{2^3}+1=257$, $2^{2^4}+1=65537$ đều là những số nghuyên tố. Từ đó ông dự đoán rằng “mọi số có dạng $2^{2^n}+1$ với $n\in\mathbb{N}$ đều là những số nguyên tố”.

Tuy nhiên 100 năm sau nhà toán học Thụy Sĩ Ơ-le (Euler, 1707 - 1783) lại phát hiện ra rằng $2^{2^5}+1$ không phải là số nguyên tố vì $2^{2^5}+1=4294967297\,\vdots\,641$.

Cũng chính Phéc-ma là tác giả của giả thuyết nổi tiếng mà người đời sau gọi là định lý cuối cùng của Phéc-ma: “Phương trình $x^n+y^n=z^n$ không có nghiệm nguyên dương với mọi số tự nhiên n > 2”. Năm 1993 tức là hơn 350 sau, giả thuyết này mới được chứng minh hoàn toàn.

Nhà toán học Lai-bơ-nit (Leibniz 1646-1716) đã chứng minh được rằng $\forall n\in\mathbb{N}^*$ thì $n^3-n\,\vdots\,3; n^5-n\,\vdots\,5; n^7-n\,\vdots\,7,$ từ đó ông dự đoán với mọi *n* nguyên dương và với mọi số lẻ p thì $n^p - n \vdots p$. Tuy nhiên, chỉ ít lâu sau chính ông lại phát hiện ra $2^9 - 2 = 510$ không chia hết cho 9.

Lịch sử toán học đã để lại nhiều sự kiện thú vị xung quanh các giả thuyết có được bằng suy luận quy nạp không hoàn toàn (hoặc bằng phép tương tự). Có nhưng giả thuyết đã bị bác bỏ, có nhiều giả thuyết đã được chứng minh, có những giả thuyết mà vài trăm năm sau vẫn không được chứng minh hay bác bỏ. Tuy nhiên , việc tìm cách chứng minh hay bác bỏ nhiều giả thuyết đã có tác dụng thúc đẩy sự phát triển của Toán học.

1.3.2.8. Dãy số trong hình bông tuyết vôn kốc (Hình học Fractal)

(ĐS 11 CB – tr. 105-106):

Thuật ngữ "Fractal" được Bơ-noa Man-đen-bơ-rô (Benoit Mandelbrot) sử dụng vào năm 1975. Nó có gốc La-tinh "Fractus" nghĩa là một bề mặt không đều giống như một khối đá nứt gẫy. Theo B. Man-đen-bơ-rô thì :"Hình học Fractal có hai vai trò, nó diễn tả hình học của sự hỗn độn và nó cũng có thể diễn tả về hình học của núi, mây và các dải ngân hà".

Các Fractal có hình thù mà ta có thể nhìn thấy trong tự nhiên, đó là cây, là, khối đá, những bông tuyết, . . . Song, rút ra được một công thức hình học của chúng như thế nào? Làm thế nào để định hình được hình dạng của những bọt kem trong li café? Hình học Fractal, lí thuyết về sự hỗn độn và những phép toán phức tạp liệu có thể trả lời được các câu hỏi này hay không? Khoa học đang khám phá ra một trật tự không thể ngờ đằng sau những hiện tượng kì lạ có vẻ hết sức lộn xộn của vạn vật.

Có thể nói Fractal là cấu trúc hình học được chi tiết hóa bằng cách mở rộng ở mọi tỉ lệ. Mỗi phần nhỏ của Fractal là sự mô phỏng của toàn bộ Fractal. Mỗi Fractal được tạo ra bởi quá trình lặp đi, lặp lại, trong đó sự kết thúc của quá trình trước lại là sự bắt đầu của quá trình tiếp theo. Để minh họa, ta hãy xét bông tuyết vôn Kốc do nhà toán học Thụy Điển vôn Kốc (von Koch) đưa ra vào năm 1904.

Bông tuyết đầu tiên K_1 là một tam giác đều có cạnh bằng 1. Tiếp đó, chia mỗi cạnh của tam giác thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó sao cho chúng với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phí ngoài, ta được bông tuyết K_2. Cứ tiếp tục như vậy theo nguyên tắc: Từ bông tuyết K_n để có bông tuyết K_{n+1}, ta chia mỗi cạnh của K_n thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó, sao cho chúng tạo với mỗi đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía ngoài.

Qúa trình trên lặp đi, lặp lại cho ta một dãy các bông tuyết K_1, K_2, K_3, . . .,K_n, . . . Kí hiệu C_n, a_n, p_n và S_n lần lượt là số cạnh, độ dài cạnh, chu vi và diện tích của bông tuyết K_n, ta có các dãy số (C_n), (a_n), (p_n), (S_n).

1 Dãy số (C_n) được cho bởi công thức truy hồi

$$\begin{cases} C_1 = 3 \\ C_{n+1} = 4.C_n \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

Dãy số (C_n) là một cấp số nhân với $C_1 = 3$, $q = 4$ và $C_n = 3.4^{n-1}$

2. Dãy số (a_n) là một cấp sô nhân với a_1=1 $q = \dfrac{1}{3}$ và $a_n = \dfrac{1}{3^{n-1}}$

3. Dãy số (p_n) có $p_n = C_n.a_n = 3\left(\dfrac{4}{3}\right)^{n-1}$ nên (p_n) là một cấp số nhân với p_1= 3, $q = \dfrac{4}{3}$

Vì $p_n > 0$ và $\dfrac{p_{n+1}}{p_n} = \dfrac{3\left(\dfrac{4}{3}\right)^n}{3\left(\dfrac{4}{3}\right)^{n-1}} = \dfrac{4}{3} > 1$ nên $p_{n+1} > p_n$. Vậy (p_n) là dãy số tăng và p_n có thể lớn bao nhiêu tùy ý

4. Dãy số (S_n) có

$$S_{n+1} = S_n + C_n.a_{n+1}^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = S_n + 3.4^{n-1}.\frac{1}{3^{2n}}.\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ hay } S_{n+1} = S_n + \frac{3\sqrt{3}}{16}.\left(\frac{4}{9}\right)^n.$$

Từ đây suy ra

$$S_n = \frac{\sqrt{3}}{16} + \frac{3\sqrt{3}}{16}\left[1 + \frac{4}{9} + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \dots + \left(\frac{4}{9}\right)^n\right] = \frac{\sqrt{3}}{16} + \frac{3\sqrt{3}}{16}.\frac{\left[1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n\right]}{1 - \frac{4}{9}} < \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

Dãy số (S_n) bị chặn trên.

Điều thú vị của dãy vôn Kốc là ở chỗ chu vi p_n có thể lớn tùy ý với n đủ lớn, trong khi diện tích S_n lại bị chặn.

Các nhà toán học đã cố gắng mô tả hình dạng của các Fractal từ hơn một trăm năm qua. Với khả năng của các máy tính hiện đại, Fractal đã trở thành một đề tài được quan tâm đặc biệt, bởi chúng có thể được diễn tả bằng kĩ thuật số và được khám phá qua mọi vẻ đẹp hấp dẫn của chúng. Fractal đang được sử dụng như một phương tiện hỗ trợ toán học và nó cũng thể hiện được những nét đẹp văn hóa trong và ngoài hành tinh thông qua nền công nghiệp điện ảnh.

1.3.2.9. Nghịch lí của Zê-nông (Zénon) (ĐS11 CB-tr. 111)

A-sin (Achille) là một lực sĩ trong thần thoại Hy Lạp, người được mệnh danh là "có đôi chân chạy nhanh như gió " đuổi theo một con rùa trên một đường thẳng. Nếu lúc xuất phát, rùa ở điểm A_1, cách A-sin một khoảng a khác 0, thì mặc dù chạy nhanh hơn, A-sin cũng không bao giờ có thể đuổi kịp rùa.

Thật vậy, để đuổi kịp rùa, trước hết A-sin cần đi đến điểm xuất phát A_1 của rùa. Nhưng trong khoảng thời gian đó , rùa đã đi đến một điểm A_2 khác. Để đuổi tiếp A-sin lại phải đến được điểm A_2 này. Khi A-sin đi đến điểm A_2 thì rùa lại tiến lên điểm A_3, . . . Cứ như thế, A-sin không bao gờ đuổi kịp rùa.

Câu chuyện trên là nghịch lý nổi tiếng của Zê-nông (Zesnon d'Élée 496 - 429 trước Công nguyên) – một triết gia Hy Lạp ở thành phố Edée, phía nam nước Ý bây giờ. Nghịch lí của ông góp phần thúc đẩy sự xuất hiện khái niệm giới hạn. Nhờ khái niệm giới hạn, con người có thể nghiên cứu các vấn đề liên quan tới sự vô hạn trong Giải tích.

1.3.2.10. Cuốn sách tiếng Việt về xác suất – thống kê xuất bản lần đầu tiên ở nước ta (ĐS11 NC - tr. 77)

Vào năm 1948 cuốn sách "Thống kê thường thức" được xuất bản tại chiến khu Việt Bắc, căn cứ địa của cuộc kháng chiến chống Pháp (1945-1954) của dân tộc ta. Tác giả của nó là cố giáo sư Tạ Quang Bửu. Lúc đó ông đang giữ trọng trách Thứ trưởng Bộ Quốc phòng.

Cuốn sách dày 81 trang. Do điều kiện khó khăn của cuộc kháng chiến lúc đó nên nó được in trên giấy xấu, màu vàng nâu, sản xuất tại các xưởng thủ công trong núi rừng Việt Bắc. Cuốn sách trình bày các kiến thức cơ bản về xác xuất, thống kê và những ứng dụng của môn học này trong quân sự. Trong lời nói đầu, tác giả viết: "Cuộc thi đua yêu nước đặt vấn đề thống kê một cách cấp bách. Thuật thống kê phải được phổ biến. Khoa học thống kê phải được nghiên cứu. Các cán bộ cao cấp phải biết dùng thống kê, cán bộ trung cấp phải biết làm thống kê…"

Giáo sư Tạ Quang Bửu là một nhà khoa học toàn năng, uyên bác, một cán bộ lãnh đạo có tầm nhìn chiến lược về các vấn đề khoa học và giáo dục của nước nhà, một nhân cách lớn đối với lối sống giản dị trong sáng. Trên cương vị Giám đốc trường Đại học Bách Khoa (1956-1961), Bộ trưởng Bộ Đại học và Trung học chuyên nghiệp (1965-1976) ông đã có những đóng góp quan trọng trong công cuộc đào tạo đội ngũ cán bộ khoa học và xây dựng nền Đại học Việt Nam.

1.3.2.11.Vài nét về sự ra đời của khái niệm đạo hàm (ĐS 11 NC-tr. 220)

Phép tính đạo hàm hay còn gọi là phép tính vi phân đã được manh nha từ nửa đầu thế kỉ XVII.

Sau khi Đề-các (Descarrtes 1569-1650) phát minh ra phương pháp xác định toạ độ một điểm trong hệ trục toạ độ vuông góc (ngày nay còn gọi là hệ toạ độ Đề -các vuông góc) và cách biểu diễn hàm số bằng đồ thị thì ông và nhà toán học Phéc-ma (Fermat, 1602-1665) đã đặt ra các bài toán: Tìm tiếp tuyến của đường cong, tìm cực đại và cực tiểu của hàm số. để giải quyết các bài toán này, các ông đã tiếp cận được điều "cốt lõi" của khái niệm đạo hàm.

Có thể xem Phéc-ma là người đi tiên phong trong lĩnh vực xây dựng "phép tính vi phân".. Ông là người đầu tiên đã giải quyết một số bài toán liên quan đến vấn đề cực trị và vấn đề tiếp tuyến trên cơ sở các "vô cùng bé". Điều này không xa với khởi thuỷ của khái niệm đạo hàm.

Tuy nhiên phải đến nửa cuối thế kỉ XVII, các nhà toán học mới được đặt nền móng vững chắc cho phép tính vi phân. Các nhà toán học có công lớn trong lĩnh vực này phải kể đến Niu-ton (Newton, 1642-1727) và Lai-bơ-nit (Leibniz, 1646-1716). Trong lời nói đầu của một tác phẩm của mình in năm 1684, Lai-bơ-nit đã viết: "Với sự hiểu biết về phép tính mà tôi gọi là vi phân, người ta có thể giải quyết được các bài toán tìm cực đại, cực tiểu và tìm tiếp tuyến".

Đến cuối thế kỉ XVIII và đầu thế kỉ XIX, phép tính vi phân và bạn đồng hành với nó là phép tính tích phân được xây dựng hoàn chỉnh bởi các nhà toán học Gau-xơ (Gauss 1777-1855, A-ben (Abel, 1802-1829), Cô-si (Cauchy, 1789-1857 và Vai-ơ-xtrat (Weierstrass, 1815-1897).

1.3.2.12. Phương pháp tiên đề trong việc xây dựng hình học (HH 11 CB – tr. 81, 82, 83)

Trong lúc trò chuyện, Hin-be(Hiberrt) nói đùa rằng "trong hình học, thay thế cho điểm, đường thẳng, mặt phẳng ta có thể nói về cái bàn, cái ghế và những cốc bia".

Từ thế kỷ thứ ba trước công nguyên, qua tác phẩm "Cơ bản", Ơ-clit là người đầu tiên đặt nền móng cho việc áp dụng phương pháp tiên đề trong việc xây dựng hình học. Ý tưởng tuyệt vời này của Ơ-clit đã được hoàn thiện bởi nhiều thế hệ toán học tiếp theo và đến mãi cuối thế kỉ XIX, Hin-be, nhà toán học Đức, trong tác phẩm "Cơ sở hình học" xuất bản năm 1899 đã đưa ra một hệ tiên đề ngắn, gọn, đầy đủ và không mâu thuẫn. Ngày nay có nhiều tác giả khác đưa ra những hệ tiên đề mới của hình học Ơ-clit nhưng về cơ bản vẫn dựa vào hệ tiên đề Hin-be. Sau đây chúng ta sẽ tìm hiểu sơ lược về phương pháp tiên đề .

Tiên đề là gì?

Trong sách giáo khoa hình học ở trường phổ thông, chúng ta đã gặp những khái niệm đầu tiên của hình học như điểm, đường thẳng và mặt phẳng, điểm thuộc đường thẳng, điểm thuộc mặt phẳng,v.v… Các khái niệm này được mô tả bằng hình ảnh của chúng và đều không được định nghĩa. Người ta gọi đó là các *khái niệm cơ bản* và dùng chúng để định nghĩa các khái niệm khác. Hơn nữa, khi học Hình học, chúng ta còn gặp những khái niệm thừa nhận những tính chất đúng đắn, đơn giản nhất của đường thẳng và mặt phẳng mà không chứng minh, đó là các *tiên đề hình học.*

Thí dụ như:

- Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước;
- Có một và chỉ một mặt phẳng qua ba điểm không thẳng hàng cho trước;
- Nếu có một đường thẳng đi qua hai điểm của một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó; v.v…

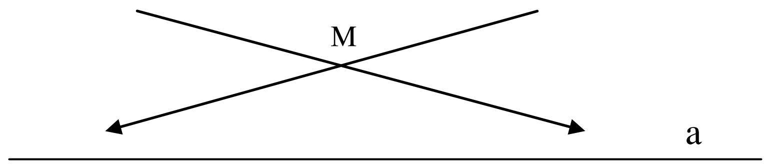
Người ta dựa vào các tiên đề Hình học để chứng minh các định lý Hình học vầ xây dựng toàn bộ nội dung của nó. Một hệ tiên đề hoàn chỉnh phải thỏa mãn một số điều kiện sau:

- Hệ tiên đề phải không mâu thuẫn;
- Mỗi tiên đề phải độc lập với các tiện đề còn lại;
- Hệ tiên đề phải đầy đủ.

Các lí thuyết hình học

Chúng ta biết rằng mỗi lí thuyết hình học có một hệ tiên đề riêng của nó. Riêng hình học Ơ-clit và hình học Lô-ba-sep-xki chỉ khác nhau về tiên đề song song còn tất cả các tiên đề còn lại của hai lí thuyết hình học này đều giống nhau. Trong sách giáo khoa hình học lớp 7, tiên đề Ơ-clit về đường thẳng song song được phát biểu như sau: "*Qua một điểm M nằm ngoài đường thẳng a chỉ có một đường thẳng d song song với đường thẳng a đó*". Trong các giáo trình về cơ sở hình học, tiên đề này được gọi là tiên đề V của Ơ-clit. Suốt hơn hai nghìn năm người ta đã nghi ngờ rằng tiên đề V là một định lí chứ không phải một tiên đề và tìm cách chứng minh tiên đề V từ các tiên đề còn lại, nhưng tất cả đều không đi đến kết quả. Tiên đề V còn được phát biểu một cách chính xác như sau:

"Trong mặt phẳng xác định bởi đường thẳng a và một điểm M không thuộc a có nhiều nhất là một đường thẳng đi qua điểm m và không cắt a". Sau đó người ta đặt tên cho đường thẳng không cắt a nói trên là đường thẳng song song với a.



Lô-ba-sep-xki là người đầu tiên đặt vấn đề thay tiên đề Ơ-clit bằng tiên đề Lô-ba-sep-xki như sau: "Trong mặt phẳng xác định đường thẳng a và một điểm M không thuộc a có ít nhất hai đường thẳng đi qua M và không cắt a"

Từ tiên đề này người ta chứng minh được tổng các góc trong mỗi tam giác đều nhỏ hơn hai vuông và xây dựng nên một môn Hình học mới gọi là Hình học Lô-ba-sep-xki (Một loại Hình học phi Ơ-clit). Năm mươi năm sau khi Lô-ba-sep-xki công bố tác phẩm nói trên, người ta chứng minh được rằng Hình học Lô-ba-sep-xki không hề có mâu thuẫn. Ngày nay, Hình học Lô-ba-sep-xki có nhiều ứng dụng trong ngành Vật Lí vũ trụ và đã tạo nên một bước ngoặt làm thay đổi tư duy khoa học của con người.

1.3.2.13. Hình đa diện đều (HH 12 CB – tr. 19-20)

Câu chuyện về các hình đa diện đều mang nhiều tính huyền thoại. Người ta không biết được ai là người đầu tiên tìm ra chúng. Trong một cuốc khai quật, người ta đã tìm thấy một thứ đồ chơi của trẻ em có hình hai mươi mặt đều với niên đại cách chúng ta khoảng 2500 năm. Các nhà toán học cổ đại Hy Lạp thuộc trường phái Pla-tông và trước đó nữa đó là trường phái Pi-ta-go (thế kỷ IV trước Công nguyên) đã từng ngiên cứu về các hình đa diện nói chung và về các hình đa diện đều nói riêng., Các nhà toán học thời bấy giờ coi năm loại hình đa diện là những hình lý tưởng. Người ta coi bốn loại đa diện đều dễ dựng là tứ diện, hình lập phương, hình bát diện đều và hình hai mươi mặt đều, theo thứ tự tượng trưng cho lửa, đất không khí và nước, đó là bốn yếu tố cơ bản (theo quan niệm của thời bấy giờ) tạo nên mọi vật. còn hình mười hai mặt đều tượng trưng cho toàn thể vũ trụ.

Sau này người ta còn tìm thấy các hình đa diện đều xuất hiện trong tự nhiên dưới dạng tinh thể của nhiều hợp chất. Chẳng hạn tinh thể của các chất Sodium sulphantimomiate, muối ăn, chrome alum có dạng tương ứng là khối tứ diện, khối lập phương, khối bát diện đều. Còn hai loại hình đa diện đều phức tạp hơn là hình mười hai diện đều, xuất hiện trong khung xương của một số sinh vật biển ví dụ như: circogonia icosahedra và circorrhegma dodecahedra.

Các hình đa diện đều là những hình có tâm, trục hoặc mặt phẳng đối xứng. Việc nghiên cứu các phép biến hình biến mỗi hình đa diện đều thành chính nó đã đặt nền móng cho lý thuyết về các nhóm hữu hạn, một hướng nghiên cứu quan trọng của Đại số. Lý thuyết này có nhiều ứng dụng trong việc nghiên cứu các dạng tinh thể của các hợp chất hóa học.

1.3.2.14. Về lịch sử phát minh Logarit và bảng Logarit (ĐS 12 NC – tr. 91- 92)

Logarit là phát minh của Nê-pe (J. Napier hay Neper 1550-1617) – một điền chủ và nhà thần học người Xcôt-len. Nê-pe bị toán học lôi cuốn và ông coi toán học là niềm vui giải trí của mình. Trong vòng hai mươi năm trời, những lúc rảnh rỗi, Nê-pe phát triển lý thuyết lôgarit và ông đã trình bày vấn đề này trong một cuốn sách viết bằng chữ La-tinh in năm 1614 với đầu đề "Mô tả một bảng logarit kỳ diệu" (từ "logarit" có gốc là những từ Hy Lạp: logos nghĩa là tỉ lệ, arithmos nghĩa là số). Ông hy vọng những phát minh của mình sẽ giúp đơn giản hóa nhiều phép tính trong thiên văn, đó là những phép tính đòi hỏi nhiều công sức và thời gian.

Thực tế, lôgarit của Nê-pe đã làm cuộc cách mạng trong thiên văn và trong nhiều lĩnh vực toán học bằng cách thay thế việc thực hiện "phép tính nhân, chia, tính căn bậc hai, căn bậc ba của những số lớn mà bên cạnh việc tiêu phí thời gian một cách tẻ nhạt, người ta còn hay bị nhầm lẫn" bằng thực hiện các pháp tính cộng trừ đơn giản những số tương ứng. Phát minh của Nê-pe là một phương thức tiết kiệm thời gian đáng kể.

Một số nhà sử học coi rằng việc sử dụng logarit để đơn giản các phép tính đã giúp nhà thiên văn người Đức Giô-han Kê-pe (J. Kepler) phát hiện ba quy luật chuyển động của hành tinh mà điều này lại giúp nhà vật lý người Anh Niu-tơn (I. Newton) phát hiện lý thuyết hấp dẫn. Sau phát minh của Nê-pe 200 năm, nhà toán học Pháp La-pla-xơ (P. Laplace) viết rằng : Lôgarit, bằng cách giảm bớt công thức tính toán, đã kéo dài tuổi thọ gấp hai lần cho các nhà thiên văn.

Các bảng lôgarit ban đầu của Nê-pe còn nhiều khiếm khuyết. Một nhà toán học người Anh là Hen-ry Bric (H. Briggs) đọc công trình của Nê-pe (bằng chữ La-tinh) ngay sau khi nó được công bố, lập tức thấy được ý nghĩa của phát minh kỳ diệu này. Bric viết thư cho Nê-pe đề nghị gặp gỡ trao đổi và nêu ra nhiều cải tiến cho phát minh đó. Hai nhà toán học gặp nhau vào mùa hè năm 1615. Bric đề nghị định nghĩa lại logarit thập phân (lôgarit cơ số 10). Thực ra, Nê-pe có nghĩ đến dùng cơ số 10 nhưng không đủ sức để làm nên các bảng mới. Nê-pe đề nghị Bric xây dựng nên các bảng như thế.

Sau đó hai năm, các bảng lôgarit thập phân đầu tiên đã được Bric xây dựng. Nê-pe mất năm 1617 trước khi Bric hoàn thành các bảng đó. Nhiều nhà toán học đã tiếp tục xây dựng bảng lôgarit thập phân trong đó có bảng của Bra-đi-xơ mà ngày nay chúng ta vẫn còn dùng.

Khi viết số thập phân dương a dưới dạng kí hiệu khoa học $a = \alpha.10^n$, với $1 \le \alpha \le 10,\ n \in \mathbb{Z}$ thì $\log a = \log \alpha + n$ (1)

Như vậy, chỉ cần biết $\log \alpha\ \forall \alpha \in [1;10)$ thì sẽ tính được lôgarit thập phân của một số thập phân dương bất kì. Người ta gọi $\log \alpha$ trong (1) là *phần định trị,* n là *phần đặc tính của* $\log a$. Trong các bảng số người ta cho sẵn giá trị gần đúng *phần định trị* $\log \alpha$. Bảng của Bra-đi-xơ cho $\log \alpha$ với bốn chữ số thập phân.

Ví dụ: Cho biết: log2,319. Tính log23,19 và log0,2319

Giải: log23,19 = log(2,319.10) + 1 = 0,3653 + 1 = 1,3653;

Log0,2319 = log(2,319.10^{-1})+ 1 = log2,319 – 1 = 0,3653 – 1 = –0,6347

1.3.2.15. Nguồn gốc của kí hiệu nguyên hàm và tích phân (ĐS 12 NC – tr. 157)

Kí hiệu tích phân là do nhà toán học thiên tài người Đức Lai-bơ-nit (1646-1716) đưa ra. Tích phân của hàm số f trên đoạn [a;b] được ông định nghĩa là giới hạn của tổng tích phân.

$$\lim\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k)(x_{k+1}-x_k) \qquad (1)$$

Thời Lai-bơ-nit, hiệu $x_{k+1}-x_k$ thường được viết là $dx_k = x_{k+1}-x_k$ do d là chữ cái đầu của chữ cái La-tinh "deferenta" (hiệu số). Do đó giới hạn (1) được viết lại thành

$$\lim\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k)dx_k$$

Kí hiệu $\sum$ (tổng số) cũng như chữ số S có nguồn gốc từ chữ La-tinh "summa" (có nghĩa là tổng số). Dấu tích phân $\int$ là biến dạng đơn giản của chữ S.

Kí hiệu $\int_a^b f(x)dx$ muốn nói rằng đây là giới hạn của tổng các số hạng $f(x_k)dx_k$. Thành thử giới hạn (1) được lí hiệu là $\int_a^b f(x)dx$.

Công thức $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b$ với F là nguyên hàm tùy ý của f nêu lên mối liên hệ giữa tích phân và nguyên hàm và lí hiệu $\int f(x)dx$ được dùng để chỉ các nguyên hàm của f. Việc coi $\int f(x)dx$ là một nguyên hàm bất kì của f dẫn đến công thức trực quan và tiện lợi là $\int_a^b f(x)dx = \left(\int f(x)dx\right)\Big|_a^b$. Người ta còn gọi $\int_a^b f(x)dx$ là tích phân xác định và $\int f(x)dx$ là tích phân bất định (không xác định của hàm f).

1.3.2.16. Ai là người phát minh ra phép tính tích phân (ĐS 12 NC – tr. 173)

Cùng với pháp tính vi phân, phép tính tích phân là một thành tựu lớn của trí tuệ nhân loại. Nó đã tạo nên một bước ngoặt lớn trong sự phát triển của khoa học và trở thành một công cụ sắc bén, đầy sức mạnh được các nhà khoa học sử dụng rộng rãi trong nghiên cứu cũng như trong ứng dụng thực tiễn.

Phép tính vi phân và tích phân do hai nhà bác học lớn là Nui-tơn (I.Newton 1643-1727), người Anh và Lai-bơ-nit (G. Leibniz 1646-1716), người Đức, sáng tạo ra đồng thời và độc lập với nhau.

Thực ra, đây là cuộc chạy tiếp sức của nhiều thế hệ các nhà bác học xuất sắc trong nhiều thế kỷ. Trước Niu-tơn và Lai-bơ-nit hai nghìn năm, nhà bác học Ác-si-mét đã có ý tưởng đầu tiên và phép tính tích phân. Trong bức thư gửi người bạn, ông đã đưa ra một phương pháp mới, gọi là "phương pháp vét cạn" và đã sử dụng nó để tính nhiều bài toán tính diện tích, thể tích, chiều dài cung. Đó là tiền nhân của phép tính tích phân. Sau ông, nhiều nhà bác học cũng tham gia mở đường cho sự ra đời của tích phân, trong đó phải kể đến những dongd góp xuất xắc của các nhà khoa học như: Kê-ple, Ca-va-li-ơ-ri, Phec-ma, Đề-các, Ba-râu (I. Barow).

Ngày nay, các nhà nghiên cứu đều nhất trí rằng, về mặt thời gian, Niu-tơn khám phá ra phép vi tính vi – tích phân trước Lai-bơ-nit khoảng 10 năm nhưng Lai-bơ-nit lại cho công bố công trình của ông trước Niu-tơn tới ba năm. Về hình thức, phép tính tích phân của Niu-tơn và phép tính tích phân của Lai-bơ-nit khác nhau rõ rệt. Niu-tơn trình bày các kết quả của mình dưới ngôn ngữ Hình học, còn Lai-bơ-nit dùng ngôn ngữ Đại số. Các kí hiệu của Lai-bơ-nit phong phú và thuận tiện hơn nhiều so với các kí hiệu của Niu-tơn (dấu tích phân và các kí hiệu vi phân, đạo hàm mà chúng ta dùng ngày nay là của Lai-bơ-nit). Về sự kết hợp giữa phép tính vi - tích phân với các nghiên cứu về khoa học tự nhiên thì Lai-bơ-nit không sâu sắc bằng Niu-tơn nhưng đứng trên góc độ toán học thì phép tính vi - tích phân của Lai-bơ-nit thể hiện một tầm nhìn bao quát hơn, một trí tưởng tượng tinh tế hơn.

1.3.2.17. Vài nét về sự phát triển số phức (ĐS 12-NC - tr. 197-198)

Từ lâu người ta đã biết đến công thức nghiệm của phương trình bậc hai: $ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0)$. Hỏi có chăng công thức nghiệm của phương trình bậc ba : $ax^3+bx^2+cx+d=0$ $(a\neq 0)$ (chỉ dùng phép tính cộng, trừ, nhân, chia, lấy căn trên các hệ số)?

Đến thế kỷ XVI, G. Cardano (1510-1576) tìm ra một công thức như thế; nhưng dù a, b, c, d là những số thực chỉ nhằm tìm nghiệm thực, công thức vẫn đề cập đến số phức.

Chẳng hạn, với phương trình $x^3+px+q=0$ (p, q là hai số thực cho trước) thì công thức nghiệm có dạng:

$$x=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}$$

Cụ thể là gọi δ là một căn bậc hai của $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}$, lấy u, v sao cho $u^3=\frac{q}{2}+\delta$, $v^3=-\frac{q}{2}-\delta$ (mà $uv=-\frac{p}{3}$) thì x = u + v là một nghiệm của $x^3+px+q=0$.

Nếu $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}<0$ thì ta gặp căn bậc hai δ của số thực âm nhưng kết quả u+v vẫn là số thực.

Ví dụ: với phương trình $x^3-15x-4=0$ thì $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}=-121$; lấy $\delta=11i$ thì

$$-\frac{q}{2}+\delta=2+11i=(2+i)^3;\quad -\frac{q}{2}-\delta=2-11i=(2-i)^3$$

Vậy lấy u = 2 + I , v = 2 – i (uv = 5 = $-\frac{p}{3}$) thì u + v = 4 là một nghiệm của phương trình $x^3 - 15x - 4 = 0$.

Tuy công thức nghiệm của phương trình bậc ba mang tên Cardano nhưng thực ra N. Tartaglia (1499-1557), người Ý đã tìm ra lời giải nhiều kiểu phương trình bậc ba và tiết lộ phương pháp giải cho Cardano . Nhờ đó Cardano đã tìm ra lời giải tổng quát và công bố vào năm 1545. Một học trò của Cardano là L. Ferrari (1522-1565) , người Ý đã tìm ra cách giải phương trình bậc bốn bằng cách đưa về giải một phương trình bậc ba.

Về các nhà toán học Ý táo bạo dùng các biểu thức chứa những chữ số đang còn có vẻ bí ẩn (số ảo) để đến được kết quả thực dần dà cũng làm cho các nhà toán học chấp nhận sử dụng kí hiệu $a + b\sqrt{-1}$ (a, b là hai số thực) khi giải phương trình bậc hai, bậc ba, bậc bốn trong thế kỉ XVII.

Sang đầu thế kỉ XVIII, A. De Moivre (1667-1754), người Anh tìm được mối liên quan giữa căn của số phức với lượng giác. Năm 1764, J. D'Alembert (1717-1783), người Pháp đưa ra chứng minh đầu tiên định lí cơ bản của đại số. L. Euler (1707-1783), người Thụy Sỹ cũng nghiên cứu vấn đề này và chính Euler đã dùng kí hiệu I để chỉ đơn vị ảo. C. Gauss (1777-1855), người Đức đã đưa ra chứng minh đầy đủ định lý cơ bản của Đại số vào năm 1799.

Đến thế kỉ XIX, lý thuyết hàm số biến số phức được phát triển mạnh , những người đóng góp lớn là A.L Cauchy (1789-1857, người Pháp), B. Riemann (1826-1866, người Đức). . . Ngày nay, số phức xuất hiện trong nhiều nghiên cứu toán học, vật lí, khoa học, kĩ thuật.

1.4. Thực trạng việc dạy nội dung lịch sử toán ở một số trường THPT trên địa bàn tỉnh Thái Nguyên

Toán học là một môn khoa học cơ bản, nhiệm vụ của người giáo viên là truyền thụ kiến thức cho học sinh, học sinh tiếp nhận kiến thức, biến kiến thức của nhân loại thành kiến thức của mình. Rất ít khi học sinh thắc mắc rằng kiến thức này xuất phát từ đâu, khi nào. Còn người giáo viên thực sự cũng ít khi quan tâm đến lịch sử của vấn đề, nếu có cũng chỉ tìm hiểu qua những chỉ dẫn trong sách giáo khoa. Do khuôn khổ SGK có hạn nên những chỉ dẫn trong sách giáo khoa không có nhiều và cũng chưa thực sự đầy đủ cả về chất lẫn về lượng, hầu như là chỉ nêu lên chứ chưa nói rõ được từ điểm xuất phát cho đến sự phát triển của vấn đề. Nếu muốn quan tâm hay tìm hiểu về lịch sử toán cũng gặp khó khăn trong vấn đề tài liệu tham khảo, hiện nay trong các hiệu sách rất ít sách về lịch sử toán, tìm kiếm thông tin trên mạng thì không đầy đủ, hoặc là tiếng nước ngoài. Còn một lý do rất quan trọng dẫn đến việc dạy nội dung lịch sử toán chưa được quan tâm nhiều trong trường Phổ thông đó là thời lượng trong phân phối chương trình của Bộ GD&ĐT chỉ vừa đủ thậm chí là chưa đủ để giáo viên truyền thụ kiến thức, tổ chức các hoạt động cho học sinh. Vì thế, giáo viên hầu như không có thời gian để cho học sinh tìm hiểu về lịch sử toán trong các giờ học.

Để có thêm thông tin, chúng tôi đã tiến hành thăm dò ý kiến của học sinh về việc dạy lịch sử toán trong nhà trường Phổ thông và hiểu biết của học sinh về một số kiến thức lịch sử toán học, với nội dung cụ thể sau:

Mẫu phiếu thăm dò nh□ sau:

*** Phần chung cho các lớp:**

Câu hỏi 1: Em có quan tâm đến lịch sử toán học nói chung và về lịch sử từng vấn đề mà mình đang học nói riêng?

Rất quan tâm: ☐ Quan tâm vừa phải: ☐ Không quan tâm: ☐

Câu hỏi 2: Em nghĩ gì về vai trò của lịch sử toán học đối với người học toán và yêu toán?

Rất quan trọng: ☐ Quan trọng vừa phải: ☐ Không quan trọng: ☐

Câu hỏi 3: Trong các giờ toán, các thầy cô giáo có yêu cầu học sinh đọc các chỉ dẫn lịch sử toán học trong sách giáo khoa hay không?

Thường xuyên: ☐ Không thường xuyên: ☐ Không bao giờ: ☐

Câu hỏi 4: Trong các giờ toán, các thầy cô giáo có dành thời gian để giới thiệu về lịch sử của vấn đề mà các thày cô đang dạy hay không?

Thường xuyên: ☐ Không thường xuyên: ☐ Không bao giờ: ☐

*** Phần dành cho học sinh lớp 10:**

Câu hỏi 1: Giooc-Giơ-Bun là một nhà toán học, người đã sáng lập ra:

A. Lôgic toán

B. Lý thuyết tập hợp

C. Định lý về tổng và tích hai nghiệm của phương trình bậc hai

D. Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân.

Câu hỏi 2: Nhà toán học nào là người đầu tiên đề cập đến khái niệm "Radian"?

A. Cô-si B. Lê-ô-na Ơ-le

C. Các-da-nô D. Hen-rich A-ben

Câu hỏi 3: Nhà toán học nào là người đầu tiên xây dựng nên khái niệm vectơ?

A. Bunhia Copxki B. E-va-rit Ga-loa

C. William Hamilton D. Hec-man Grat-xơ-man

*** Phần dành cho học sinh lớp 11:**

Câu hỏi 1: Pascal là nhà toán học đầu tiên

A. Phát minh ra máy tính

B. Khai sinh ra Lý thuyết xác suất

C. Bảng số của các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-ton

D. Cả ba đáp án trên.

Câu hỏi 2: Cô-si là nhà toán học nghiên cứu về:

A. Giải tích B. Đại số

C. Hình học D. Cả ba đáp án trên.

Câu hỏi 3: Ta-let là nhà:

A. Toán học B. Thiên văn học

C. Triết học D. Cả ba đáp án trên.

*** Phần dành cho học sinh lớp 12:**

Câu hỏi 1: Nê-pe là nhà toán học đầu tiên

A. Phát minh ra Lý thuyết xác suất

B. Khai sinh ra Logarit

C. Phép tính tích phân

D. Số phức.

Câu hỏi 2: Cô-si là nhà toán học nghiên cứu về:

A. Giải tích B. Đại số

C. Hình học D. Cả ba đáp án trên.

Câu hỏi 3: Niu-ton là nhà:

A. Toán học B. Thiên văn học

C. Vật lý học D. Cả ba đáp án trên.

Đối tượng tìm hiểu là HS các trường trên địa bàn tỉnh Thái Nguyên: Trường THPT Thái Nguyên, Trường THPT Đại Từ, Trường THPT Bình Yên Định Hóa.

Số lượng HS hỏi ý kiến: 1200, số lượng GV hỏi ý kiến: 70.

Kết quả thu được cụ thể như sau:

Mức độ giảng dạy lịch sử toán	Thường xuyên	Thỉnh thoảng	Không bao giờ
Số lượng GV giảng dạy	5	31	34

* Phần chung cho các lớp:

Câu 1: Em có quan tâm đến lịch sử toán học nói chung và về lịch sử từng vấn đề mà mình đang học nói riêng?

Mức độ	Rất quan tâm	Quan tâm vừa phải	Không quan tâm
Số %	0%	36%	63%

Câu 2: Em nghĩ gì về vai trò của lịch sử toán học đối với người học toán và yêu toán?

Mức độ	Rất quan trọng	Quan trọng vừa phải	Không quan trọng
Số %	0%	36%	63%

	Thường xuyên	Không thường xuyên	Không bao giờ
Câu 3	11%	41%	48%
Câu 4	15%	65%	20%

* Phần riêng dành cho từng lớp:

	Lớp 10		Lớp 11		Lớp 12	
	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
Câu 1	63%	37%	60%	40%	27%	73%
Câu 2	55%	45%	42%	58%	46%	54%
Câu 3	41%	59%	37%	63%	58%	42%

Nhận xét: Từ kết quả thăm dò, chúng tôi nhận thấy:

Hầu hết HS không quan tâm (63%) đến lịch sử toán học. Mặc dù các em thấy rõ rằng lịch sử toán học rất quan trọng (45%) đối với người học toán.

Các thầy cô giáo có yêu cầu học sinh về nhà đọc chỉ dẫn lịch sử trong SGK nhưng rất ít.

Trong các giờ toán, các thầy cô không thường xuyên dành thời gian để giới thiệu về lịch sử của vấn đề mà mình đang giảng dạy.

Đối với những câu hỏi về lịch sử toán, tỉ lệ trả lời đúng của HS rất ít, mặc dù những câu hỏi này rất đơn giản và có nội dung nằm trong các chỉ dẫn lịch sử của SGK.

Qua đó cho thấy GV toán ở trường THPT hiện nay tuy có quan tâm đến việc truyền thụ tri thức về lịch sử toán cho HS nhưng rất ít, thường bỏ qua hoặc chỉ đơn thuần là dặn HS về nhà tự đọc, tự tìm hiểu, rất ít khi dành thời gian trên lớp để nói về lịch sử của vấn đề mà HS đang học. Về nguyên nhân, có thể do điều kiện khách quan tác động như nội dung chương trình khá nặng, khuôn khổ SGK có hạn, có thể do nguyên nhân chủ quan như người GV chưa thực sự thấy được tầm quan trọng của lịch sử toán, chưa có ý thức tự học, tự bồi dưỡng kiến thức về vấn đề này; Việc đổi mới SGK và đổi mới kiểm tra đánh giá chưa đồng bộ; Việc đổi mới PPDH ở một bộ phận GV còn hình thức, chưa hiệu quả, chưa phát huy được tính tự giác, sáng tạo, tinh thần tự học, tự tìm hiểu của HS.

Về nguyên nhân, ý kiến các GV cho rằng:

- Do không có thời gian: 24%
- Do không có tư liệu: 20%
- Do chưa biết cách: 56%

Vì thế nên chúng ta cần phải trang bị tri thức lịch sử toán cho GV và tích hợp tri thức lịch sử toán vào các giờ dạy toán và các hoạt động khác.

KẾT LUẬN CHƯƠNG 1

Lý luận và thực tiễn đã cho thấy trong hoạt động dạy học toán cần phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động tư duy sáng tạo của người học, cần bồi dưỡng năng lực tự học, lòng say mê tự học, tự tìm hiểu của HS. Muốn thực hiện thành công việc đổi mới PPDH, người GV phải biết kết hợp nhiều phương pháp, có kiến thức sâu rộng không những về kiến thức toán mà còn phải có kiến thức về lịch sử toán.

Qua thực tế tìm hiểu ở một số trường trên địa bàn tỉnh Thái Nguyên cho thấy vấn đề dạy học lịch sử toán trong bộ môn toán ở nhà trường PT cần được quan tâm hơn, GV cần phải truyền đạt hay tổ chức, sắp xếp các hoạt động để HS tự tìm hiểu các kiến thức về lịch sử toán, giúp cho giờ giảng thêm sinh động, HS thêm yêu môn toán hơn, làm cho môn toán bớt tính trừu tượng, gần gũi với thực tế hơn, tác động đến tình cảm đem lại niềm vui, hứng thú học tập của HS, góp phần đổi mới phương pháp dạy học.

Chương 2
BIỆN PHÁP TRANG BỊ KIẾN THỨC LỊCH SỬ TOÁN TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG THPT

Từ nghiên cứu thực trạng dạy học toán ở một số trường THPT trên địa bàn tỉnh Thái Nguyên và ý kiến các chuyên gia hàng đầu cho thấy có hai bài toán cần giải quyết:

1. Trang bị kiến thức về lịch sử toán cơ bản cho GV và chỉ cho họ cách tự làm giầu những kiến thức về lịch sử toán của mình.

2. Xác định được một số biện pháp để truyền thụ kiến thức lịch sử toán cho HS THPT trong dạy học toán.

2.1. Các biện pháp nhằm bổ sung một số kiến thức về lịch sử toán học cho GV

Gv trong qúa trình học ở Đại học Sư phạm đã được tiếp cận và trang bị ít nhiều kiến thức về lịch sử toán, nhưng chưa đủ và chưa hệ thống theo SGK toán THPT. Vậy một trong những nhiệm vụ quan trọng của người GV đó là tự học, tự bồi dưỡng cho mình về kiến thức lịch sử toán bằng các biện pháp sau:

2.1.1. Biện pháp 1: Cung cấp nguồn và yêu cầu GV tìm hiểu tài liệu

Trước hết, GV phải đọc kỹ các chỉ dẫn lịch sử, các bài đọc thêm trong SGK, ngoài ra các thầy cô có thể tìm hiểu thêm trong các tài liệu, các sách tham khảo, tìm kiếm thông tin trên mạng để mở rộng thêm về những vấn đề đó. Thông thường các bài chỉ dẫn lịch sử hay các bài đọc thêm trong SGK rất ngắn gọn, chưa đầy đủ thông tin, chưa nói rõ hết được nguồn gốc và sự phát triển của vấn đề. Người GV phải có nhiệm vụ tìm hiểu thông tin để làm sáng tỏ những điều đó.

Ví dụ 1: Trong SGK Đại số 10 – Nâng cao, chương I, sau bài 4, số gần đúng và sai số, trang31, có bài đọc thêm: ***Lịch sử của việc tính gần đúng số số π***

Số π là số vô tỉ, nó có biểu diễn thập phân là số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Trong lịch sử toán học đã xuất hiện một "cuộc đua" nhằm đạt kỷ lục về việc tính gần đúng số π với nhiều chữ số (nghĩa là với độ chính xác càng cao). Người đầu tiên tính số π tới 7chữ số là Tổ Sung Chi, nhà toán học Trung Quốc (thế kỷ V). Nhà toán học Ru – đôn – phơ (C. Rudolff, 1499-1545) người Đức đã tính số π tới 35 chữ số. Ông rất tự hào về điều này và để lại di chúc khắc 35 chữ số này lên bia mộ của ông. Ngày nay với sự trợ giúp của máy tính, các kỷ lục về tính số π với nhiều chữ số liên tiếp bị vượt qua trong một thời gian ngắn. Chúng ta xem bảng sau đây sẽ rõ.

Năm	Quốc tịch người tính số π	Chữ số của số π
1957	Mĩ	100 265
1973	Pháp	1 triệu
1983	Nhật	16 triệu
1986	Mĩ	30 triệu
1987	Nhật	1335 triệu
1989	Mĩ	4 tỉ
2002	Nhật	1241 tỉ

GV có thể cho HS tự đọc bài đọc thêm này với mục đích giới thiệu về số gần đúng. GV có thể nhắc lại bài đọc thêm này khi dạy học chương 6: Góc lượng giác và công thức lượng giác, nhưng bài đọc thêm này chưa thỏa mãn được tính tò mò của HS, các em có thể đặt câu hỏi:

Họ đã tính số số π như thế nào?

Họ đã dùng cách nào để tính?

Tại sao lại ra những kết quả khác nhau như thế?

Để trả lời những câu hỏi đó, GV căn cứ vào tài liệu [20], Internet tự tìm hiểu kĩ hơn, sâu hơn lịch sử phát triển của số π để nắm được thông tin chính xác sau:

Số ■là tên của chữ thứ 16 của mẫu tự Hy lạp. Nó được định nghĩa như một hằng số, là tỷ số giữa chu vi vòng tròn với đường kính của nó.

Tên ■do chữ peripheria (perijeria) có nghĩa là chu vi của vòng tròn.

Nhưng nó không có tên chính xác, thường người ta gọi là p, c, hay p

Chữ p được dùng vào khoảng giữa thế kỷ thứ 18, sau khi Euler xuất bản cuốn chuyên luận phân tích năm 1748. Ý định dùng ký hiệu p là để tưởng nhớ đến những nhà Toán học Hy Lạp là những người tìm ra đầu tiên con số gần đúng của pi.

Trung Quốc có một nền lịch sử toán học lâu đời và phong phú, trong đó phải kể đến tác phẩm toán học cổ nhất là tập "Toán học 9 quyển" (hay còn gọi là "Cửu chương toán thuật"). Tác phẩm này được coi là kết quả độc đáo trong những thành tựu toán học của Trung Quốc, xuất hiện vào đầu công lịch. Giá trị $\pi = 3$ được dùng trong quyển thứ nhất, có lẽ là từ thời cổ đại truyền lại. Các nhà toán học Trung Quốc thời kỳ này đã tính được số π chính xác hơn. Ở thế kỷ I trước công lịch, Lưu Hâm đã tính được $\pi = 3{,}1547$, Ở thế kỷ II trước công lịch, Trương Thành tính được $\pi = \sqrt{10}$ (Trương Thành cho rằng tỉ số giữa bình phương độ dài đường tròn và bình phương chu vi hình vuông ngoại tiếp là 5:8) Ở thế kỷ III sau công lịch, khi tính cạnh của các đa giác nội tiếp, Lưu Huy tìm thấy $\pi = 3{,}14$. Ông đã xuất phát từ giả thiết rằng diện tích hình tròn được tính xấp xỉ dưới bằng diện tích của các đa giác nội tiếp. Muốn tính được xấp xỉ trên thì ông cộng diện tích của các đa giác này với tổng diện tích những hình chữ nhật ngoại tiếp các viên phân thừa ra. Từ đó: $S_{2n} < s < S_n + 2(S_{2n} - S_n)$. Khi tính đến hình 192 cạnh, Lưu Huy tính được (vơi R=10): $S_{96} = 313\frac{584}{625}$ và $S_{192} = 314\frac{64}{625}$. Từ đó ông kết luận: $\pi = 3{,}14$. Một số tác giả khẳng định rằng Lưu Huy đã tiếp tục tính đến hình 3072 cạnh và đã thu được $\pi = 3{,}14159$. Hồi thế kỷ thứ V, Tổ Sung Chi (430 - 501) đã cho π hai giá trị phân thích hợp: $\frac{22}{7}$ và $\frac{355}{113}$ và đã ước lượng π đến 7 số lẻ: $3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927$.

Vào năm 1585, Adriaen An thoniszoon đã tìm thấy lại tỉ số $\frac{355}{113}$ của người Trung Hoa cổ đại. Đây rõ ràng là một ngẫu nhiên may mắn vì mọi điều ông đưa ra là $\frac{377}{120} > \pi > \frac{333}{106}$. Rồi ông lấy trung bình các tử số và các mẫu số để được giá trị chính xác của số π.

Năm 1593, Arianus Romanus người Hà Lan đã tìm ra số π đúng với 15 số thập phân bằng phương pháp cổ điển khi dùng đa giác có số cạnh là 2^{30}.

Năm 1610, Rudolff van Ceulen người Đức đã tính số π với 35 số thập phân bằng phương pháp cổ điển bằng cách dùng các đã giác có 2^{62} cạnh. Ông đã dùng phần lớn cuộc đời mình để làm việc này và thành tựu của ông quả là khác thường, con số đó đã được khắc lên bia mộ của ông , đôi khi ở Đức người ta còn gọi số đó là "số Rudolff".

Năm 1630, Grienberger khi dùng lập luận của Snell đã tính được số π với 39 số lẻ. Đay là nỗ lực cuối cùng trong việc tính π bằng phương pháp chu vi.

Vào năm 1650, Nhà toán học người Anh, John Wallis đã tìm được một biểu thức kì lạ.

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2.2.4.4.6.6.8...}{1.3.3.5.5.7.7...}$$

Lord Brouncker, chủ tịch đầu tiên của Hội học Hoàng gia đã biến kết quả của Wallis thành một phân số liên tục:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{2} + \frac{3^2}{2} + \frac{5^2}{2} + \frac{7^2}{2} + ...$$

Song không có biểu thức nào trong hai biểu thức trên được dùng để tính toán mở rộng cho số π.

Vào năm 1671, nhà toán học Scotland, James Gregory đã thâu được một chuỗi vô hạn:

$$acr\tan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + ... \quad (-1 \le x \le 1)$$

Gregory không ghi chú lại nhưng nếu x = 1 thì chuỗi trở thành

$$\frac{\pi}{4} = x - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ...$$

Sau đó, nhờ chuỗi Gregory mà có rất nhiều nhà toán học đã tìm ra các chữ số thập phân của số π. Điển hình là vào năm 1844, Zacharius Dáe, có biệt danh là người tính toán nhanh như chớp đã tìm ra số π với đúng 200 số lẻ bằng cách dùng chuỗi Gregory liên hệ với hệ thức:

$$\frac{\pi}{4} = acr\tan\left(\frac{1}{2}\right) + acr\tan\left(\frac{1}{5}\right) + acr\tan\left(\frac{1}{8}\right)$$

Năm 1841, William Rutherford, người Anh đã tính được số π với 208 số lẻ (trong đó có 152 số về sau được xác nhận là chính xác) bằng cách dùng chuỗi Gregory liên hệ với hệ thức:

$$\frac{\pi}{4} = 4acr\tan\left(\frac{1}{5}\right) - acr\tan\left(\frac{1}{70}\right) + acr\tan\left(\frac{1}{99}\right)$$

Năm 1853, Rutherford trở lại bài toán và đã tìm được 400 chữ số thập phân đúng.

Năm 1873, William Shanks người Anh, khi sử dụng công thức Machin đã tính được số π với 707 số lẻ. Trong một thời gian dài, đây là một phép tính chưa hề bao giờ thực hiện được mà cứ tưởng như chưa có chuyện nào hoang đường bằng.

Năm 1882, một số gọi là số đại số nếu nó là nghiệm của một đa thức có các hệ số hữu tỉ. Nếu không thì nó được gọi là số siêu việt. F. Linderman chi thấy rằng số π là một số siêu việt. Điều này cho thấy rằng bài toán cầu phương không thể giải được bằng các dụng cụ Euclid.

Năm 1944, máy tính điện tử ENIAC ở phòng nghiên cứu đạn đạo quân đội ở Aberdeen, Maryland đã tính được số π với 2037 chữ số thập phân.

Năm 1959. Francois Genuys ở Paris dùng máy IBM 704 đã tính được số π với 16.167 chữ số thập phân.

Năm 1961. Wrench và Daniel Shanks ở Washington, D.C dùng máy INM 7090 đã tính được số π với 100.265 chữ số thập phân.

Năm 1966. Ngày 22 tháng 02 trên máy tính STRETCH, ông Jean Guiloud và các cộng sự ở Commissariat à l'Energie Atomique ở Paris đã tính được gần đúng số π với 250.000 chữ số thập phân.

Năm 1967. Đúng một năm sau, trên máy CDC 6600 chính những người đó lại tìm ra số π với 500.000 chữ số.

Ví dụ 2: HS đã được học hàm số bậc nhất ở lớp 7, đến lớp 10 các em mới chính thức được học khái niệm hàm số một cách hoàn thiện hơn, nhà toán học Khin-sin đã nói: "Không có một khái niệm nào có thể phản ánh hiện tại khách quan một cách trực tiếp và cụ thể như khái niệm hàm số. Không một khái niệm nào có thể thể hiện được ở trong nó những nét biện chứng của tư duy toán học hiện đại như khái niệm tương quan. Vì vậy, khái niệm hàm số (nói rộng ra là khái niệm hàm) là một trong những khái niệm cơ bản nhất của toán học ". Tuy nhiên SGK không đề cập rõ vấn đề này, GV cần phải căn cứ vào tài liệu [1] và Internet để nắm được lịch sử phát triển của khái niệm tương quan hàm số như sau:

Ta biết trong 4 phần cơ bản của bộ môn Đại số học ở trường phổ thông (Khái niệm về số, các phép biến đổi đồng nhất, phương trình, tương quan hàm số) thì khái niệm hàm số có một tầm quan trọng lớn lao và là một trong những khái niệm chủ đạo của nền Toán học hiện đại. Nó xuất hiện từ thế kỷ 17 và chính Đề - các đã có nhiều cống hiến đáng kể trong việc nghiên cứu vấn đề này.

Khái niệm ban đầu về hàm số là một khái niệm hình học, căn cứ vào việc khảo sát một đoạn thẳng thay đổi theo một quy luật xác định. Mối quan niệm như thế đã từng có ở Lép – nít và Niu – tơn. Tuy nhiên, với sự phát triển về sau của toán học, khái niệm về hàm số đã thay đổi. Chính Lep – nít đã lần đầu tiên dùng danh từ "hàm số" vào cuối thế kỷ 17. năm 1718 Bec – nui – li đã cố gằng phát biểu định nghĩa hàm số ở dạng giải tích của nó: "Hàm số là một đại lượng gồm một số biến số và hằng số nào đó". Tiếp sau đó, năm 1748, Ơ – le trong tác phẩm "Nhập môn giải tích của các vô cùng bé" đã bổ sung thêm: "Hàm số của một đại lượng biến thiên là một biểu thức giải tích thành lập từ đại lượng biến thiên theo một phương pháp nào đó". Đến thế kỷ 19, sự phát triển của toán học giải tích đòi hỏi phải mở rộng khái niệm ban đầu của hàm số. Người ta xem nội dung cơ bản của tương quan hàm số không phải là biểu thức giải tích của nó hay được biểu diễn hình học bằng một đường mà là một sự tương ứng giữa giá trị của hai đại lượng. Lô – ba – seps – ki trong tác phẩm: "Phép tính về các số giới nội" xuất bản năm 1834 đã viết: "Khái niệm tổng quát đòi hỏi rằng hàm số của số X cho biết là một số được xác định với mọi X và thay đổi cùng với X; giá trị của hàm số có thể cho hoặc bằng một biểu thức giải tích, hoặc bằng điều kiện cho ta phương pháp thử tất cả các số và chọn một trong chúng, hoặc là sự tương quan có thể tồn tại nhưng chưa rõ". Về sau người ta định nghĩa như sau: "Đại lượng y là một hàm số của biến số độc lập x nếu ứng với mọi giá trị của x (thuộc tập hợp các giá trị có thể có được) đều có một gái trị xác định của y". Rõ ràng là trong định nghĩa này, không nói gì đến sự tương ứng của giá trị các đại lượng được thành lập bằng cách nào. Nó không loại trừ khả năng là ứng với mọi gái trị x có cùng một giá trị y. Nhà toán học Khin – sin, trong cuốn : "Giáo trình giản yếu về giải tích" đã viết: "Đại lượng y gọi là hàm số của đại lượng x xác định trong tập M, nếu với mỗi giá trị của đại lượng x thuộc tập hợp M thì tương ứng một giá trị xác định và duy nhất của đại lượng y"

Từ khi lý thuyết tập hợp ra đời đã trở thành một lý thuyết rất quan trọng trong toán học, nhiều nhà toán học đã vận dụng khái niệm này để định nghĩa hàm số. Chẳng hạn, họ đã định nghĩa: "Nếu với mỗi phần tử x của tập hợp M thì tương ứng một phần tử y nào đó của tập hợp N thì ta bảo rằng hàm số đã được xác định trên tập hợp M và viết y = f(x). Các phần tử riêng biệt x gọi là giá trị của đối số, còn các phần tử y gọi là giá trị của hàm số". Định nghĩa bằng tập hợp tổng quát hơn các định nghĩa trên.

Ví dụ 3: Khi dạy học về hệ thức lượng trong tam giác, nếu chỉ căn cứ vào tài liệu SGK thì GV có rất ít thông tin.

GV cần tìm hiểu thêm về lịch sử phát triển của tam giác lượng trong tài liệu [1] và Internet để nắm được kiến thức sau:

Tam giác lượng xuất hiện từ hàng ngàn năm nay do nhu cầu sinh hoạt thực tiễn của con người. Ngay từ thời cổ xưa, nhu cầu của thiên văn học, của việc đi biển và đo đạc, kiến trúc đã chỉ cho các nhà khoa học thấy sự cần thiết xây dựng phép tính các phần tử của một hình căn cứ vào những giá trị đã biết nhờ phép đo trực tiếp các phần tử khác của hình đó.

Danh từ tam giác lượng bắt nguồn từ Hy lạp, có nghĩa là đo tam giác. Người đầu tiên có công xây dựng nên bộ môn lượng giác, tập hợp được các kiến thức rời rạc hồi bấy giờ lại sắp xếp nó thành hệ thống và quy định những phương pháp nghiên cứu chung là nhà thiên văn học Hy – pac (150 năm trước công nguyên). Ông đã viết nhiều tài liệu có giá trị về "lý thuyết tâm sai của quả đất", về "vấn đề cung trong hình tròn" gồm 14 cuốn sách nhưng tiếc rằng không còn lưu lại đến ngày nay nữa. Trong quá trình tiến hành khảo sát thiên văn học, Hy - pac là người đầu tiên đã tính và thành lập được bảng độ dài dây trương một cung cho biết.

Trong những nhà thiên văn học về sau, ta cần nhắc đến Mê – nê – lai (nửa thế kỷ đầu) là người còn để lại cho ngày nay 3 tác phẩm về "hình học cầu" dịch ra tiếng Ả - rập và Tây phương.

Đến thế kỉ thứ hai, nhà thiên văn học Tê – lê – mê đã dựa vào kết quả nghiên cứu của Hy – pac, Mê – nê – lai và Pi – ta – go để thực hiện các phép tính dây cung làm cho nó trở nên hoàn hảo.

Tô – lê – mê chia vòng tròn ra 360 phần và đường kính ra 120 phần ($\frac{1}{120}$ đường kính kí hiệu là φ). Như vậy bán kính vòng tròn là 60φ. Tiếp đó, ông lại chia mỗi φ ra 60 phần, mỗi phần gọi là phút, rồi chia mỗi phút ra 60 phần gọi là giây. Ông biểu thị độ dài của dây tương ứng với cung cho biết theo các phần nhỏ này của bán kính. Trong cuốn hình học của Ơ – clit, ta thấy có trình bày những biểu thức về cạnh của đa giác đều: 10, 5, 6, 4, 3 cạnh như sau: Dây cung $36^0 = 37\varphi 4'55''$; dây cung $72^0 = 70\varphi 32'32''$; dây cung $60^0 = 60\varphi$; dây cung $90^0 = 84\varphi 51'10''$; dây cung $120^0 = 103\varphi 55'23''$.

Định lý Tô – lê – mê cho ta khả năng là căn cứ vào dây trương 2 cung cho biết mà xác định được dây trương cung bằng tổng hay hiệu của chúng hay dây trương cung bằng nửa cung đã cho. Bằng phương pháp đó, Tô – lê – mê dựa vào các dây cung 72^0 và 62^0 mà định dây cung 12^0. Lần lượt chia đôi các cung, Tô – lê – mê tìm được dây cung 6^0; 3^0; $1\frac{1}{2}^0$;$\frac{3}{4}^0$. Tô – lê – mê đã thành lập được bảng dây cung đối với mọi cung từ 0^0 đến 180^0 cách nhau $0^05'$ nhờ ứng dụng phương pháp nội suy. Đó là bảng lượng giác đầu tiên xuất hiện trong quá trình phát triển của bộ môn lượng giác. Nếu đem so sánh bảng dây cung của Tô – lê – mê với bảng sin ngày nay, ta thấy nó đạt đến một mức độ chính xác tương đối khá. Có một điều ta cần lưu ý là đáng lẽ nghiên cứu trực tiếp sinus thì Tô – lê – mê lại nghiên cứu dây trương cung gấp đôi. Mặt khác, trong cuốn thiên văn học nổi tiếng thời bấy giờ, có ghi lại tất cả những kết quả mà Tô – lê – mê tìm thấy trong lĩnh vực lượng giác nhưng tiếc rằng công trình nghiên cứu về lượng giác phẳng là rất ít.

Các nhà toán học Ấn Độ cũng đã có nhiều công trình có giá trị để xây dựng môn lượng giác thành một bộ môn khoa học độc lập, họ đã biết dùng hai hàm số lượng giác trong khi người Hy-lạp chỉ biết khảo sát dây cung mà thôi. Họ biết vận dụng công thức nổi tiếng $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = r^2$, họ tìm ra sin của tất cả các góc khác nhau $30^0 45'$ rồi sua đó dùng phép nội suy mà tìm ra sin của tất cả các góc trung gian. Nhờ thế mà họ thực hiện được các phép tính thiên văn nhưng với độ chính xác thấp.

Ở Châu Âu, sự phát triển của Toán học tiến hành nhờ ảnh hưởng của nền Toán học phương Đông. Mãi đến thế kỷ thứ 15, những công trình nghiên cứu của Et-din mới được nhà khoa học Đức là Rê- ghi- ô -môn –tan(1436-1476) phát triển thêm. Rê–ghi–ô–môn–tan lần đầu tiên đã giải vấn đề lượng giác, xem nó như một bộ môn khoa học độc lập với thiên văn học và nâng nó lên trình độ của một lý thuyết khoa học. Rê–ghi–ôn–môn–tan đã làm cho kho tàng khoa học phong phú hơn bằng cách đưa thêm vào một hàm số lượng giác mới lấy tên là tang. Rê- ghi- ô -môn –tan đã thành lập bảng giá trị sin ứng với từng phút với độ chính xác đến $\frac{1}{107}$, còn bảng tang ứng với từng gơrats. Rê –ghi–ô–môn –tan đã đề cập đến phép giải hàng loạt vấn đề trong đó ông chỉ dẫn hàng loạt các phương pháp độc đáo chuẩn bị cho việc nghiên cứu về sau. Ông đã bàn tới việc giải tam giác phẳng theo chiếu cao, cạnh, góc đối diện với cạnh đó và trường hợp biết cạnh, chiều cao tương ứng và tỉ số của hai cạnh kia.. Ông đã đề xướng một định lý về tang rất nổi tiếng mà sau này người ta thường gọi là định lý Rê- ghi- ô –môn- tan- Phi –na.

Những phát minh của Nê- pe (1550-1617) về lôgarit thúc đẩy điều kiện phát triển của các phép biến đổi lượng giác, đưa các công thức lượng giác về dạng thuận tiện cho việc tính lôgarir.

Cho đến thế kỷ 17, việc nghiên cứu các hàm số lượng giác rõ ràng là được xây dựng trên cơ sở hình học. Các hệ thức đại số giữa các hàm số lượng giác cho phép ta ứng dụng phương pháp đại số vào việc nghiên cứu các hàm số này, vào việc thực hiện các phép biến đổi và tìm ra hệ thức khác nhau giữa các phần tử của một hình Tóm lại, bằng cách dựa vào hình học và đồng thời với việc ứng dụng rộng rãi các phương pháp đại số mà lượng giác có một tính chất độc đáo và trở nên phong phú, thể hiện rõ trong các giáo trình lượng giác hiện nay.

Sự phát triển về sau của khoa học đã vạch rõ rằng giá trị của các hàm số lượng giác không những chỉ cần để giải các bài tính đo đạc do hình học đề ra mà còn cần thiết để nghiên cứu các vấn đề cơ học, vật lý, kỹ thuật, chẳng hạn là các giao động tuần hoàn, truyền bá sóng, chuyển động các máy,. . . Fua-rê (1763-1830) đã chứng minh được rằng mọi chuyển động tuần hoàn với độ chính xác tùy ý có thể phân tích thành tổng các giao động điều hòa hình sin đơn giản nhất. Như vậy, nội dung của môn lượng giác được mở rộng do tình hình thực tế cần nghiên cứu các hàm số lượng giác có đối số là số. Đó là một trong các động lực phát triển lý thuyết giải tích của lượng giác trong đó các hàm số lượng giác được định nghĩa nhờ công cụ giải tích, hoàn toàn độc lập với hình học. Chính Niu-ton (1642-1727) đã đề ra ứng dụng của cộng cụ giải tích(khai triển thành cấp hàm):

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$$

Vào việc tính các giá trị của các hàm số lượng giác với đọ chính xác tùy ý. Tiếp theo đo, Ơ-le đã sử dụng phương pháp giải tích để nghiên cứu các hàm số lượng giác, khảo sát các hàm số lượng giác có đối số phức. Đến nhà toán học Nga vĩ đại Lô-ba-sep-ki thì công trình xây dựng lý thuyết hàm số lượng giác bằng giải tích, không lệ thuộc gì với hình học Ơ-clit được hoàn thành. Nhờ đó nôih dung của bộ môn lượng giác ngày càng phong phú, tổng quát hơn và trở nên bộ một phận khăng khít của Toán học giải tích. Ngày nay, không có phân khoa nào của

Toán học cũng như không có ngành nào của khoa học kỹ thuật mà không dùng đến lượng giác làm phương tiện nghiên cứu và phát triển.

Trong mấy chục năm gần đây, lý thuyết tiên đề đóng vai trò quan trọng trong Toán học, nó làm cho Toán học trở nên tổng quát hơn, có hệ thống, có suy luận lôgic chặt chẽ. Nhiều nhà toán học đã xây dựng hàm số lượng giác theo quan điểm tiên đề như đã làm đối với số học và hình học, nhờ đó đã soi sáng và củng cố được những kết quả đã tìm được từ trước đến nay bằng con đường xây dựng hình học. Giai đoạn xây dựng hàm số lượng giác tiên đề đánh dấu một bước phát triển mới và quan trọng của bộ môn lượng giác làm cho nó đi sát với khoa học hiện đại và có một giá trị rất lớn về cơ sở lý thuyết.

Ví dụ 4: Sau khi học về phương pháp quy nạp toán học, SGK Đại số 11 Cơ bản có bài đọc thêm về phép suy luận toán học (đã trình bày trong chương I, mục 1.2.14), tuy nhiên, để thỏa mãn trí tò mò của HS thì chưa đủ, GV cần tìm hiểu thêm về lịch sử của phương pháp suy luận toán học trên mạng và tài liệu [1] để nắm được một số kiến thức về lịch sử của phương pháp suy luận toán học:

Các phương pháp suy luận toán học bao gồm phương pháp quy nạp và phương pháp suy diễn.

Phương pháp suy diễn là loại suy luận đi từ cái chung đến cái riêng, từ quy luật tổng quát đến trường hợp cụ thể. Quy nạp là loại suy luận đi từ cái riêng đến cái chung, từ những trường hợp cụ thể rút ra kết luận tổng quát.

Ta đã thấy rõ rằng, trong quá trình phát triển của khoa học, của toán học, quy nạp và suy diễn không thể tách rời nhau. Khác với khoa học thực nghiệm, toán học là một khoa học suy diễn, trong đó ta dùng chủ yếu là phương pháp suy diễn. Nhưng trong quá trình hình thành và phát triển của toán học, vai trò của quy nạp rất lớn, suy diễn và quy nạp liên hệ chặt chẽ với nhau, bổ sung cho nhau. Nếu suy diễn là phương pháp trình bày mọi lý thuyết toán học, thì quá trình nghiên cứu, phát minh ra những chân lý toán học thường đi theo đường lối kết hợp quy nạp - suy diễn. Điều đó quyết định phương hướng giảng dạy toán học ở trường phổ thông.

Phương pháp quy nạp gồm quy nạp hoàn toàn và quy nạp không hoàn toàn. Ta cần phân biệt hai phép quy nạp: Phép quy nạp hoàn toàn trong đó kết luận tổng quát rút ra trên cơ sở khảo sát tất cả các trường hợp không trừ một trường hợp nào; Phép quy nạp không hoàn toàn trong đó kết luận tổng quát chỉ dựa trên một số trường hợp cụ thể.

Thí dụ: sau khi đã thiết lập rằng: 4=2+2; 6=3+3; 8=3+5; 10=3+7=5+5; 12=5+7; 14=3+11=7+7; 16=3+13=5+11; 18=5+13=7+11; 20=3+17=7+13. Nếu ta kết luận: "*Mọi số chẵn lớn hơn 2 và không quá 20 đều có thể biểu thị ít nhất theo một cách thành tổng của 2 số nguyên tố*" thì như vậy ta đã tiến hành một phép quy nạp hoàn toàn. Nhưng nếu chỉ dựa vào sự khảo sát trên mà kết luận rằng: "Mọi số chẵn lớn hơn 2 đều có thể biểu thị thành tổng của 2 số nguyên tố" (bài toán Gôn-Bac và Ơ-le) thì tức là ta đã tiến hành một phép quy nạp không hoàn toàn. Bài toán trên đã phát sinh như sau: Năm 1742, trong một bức thư gửi cho Ơ-lê , Gôn – bac viết rằng ông đã thử rất nhiều lần và nhận thấy có lẽ mệnh đề sau là đúng: "*Mỗi số lẻ đều có thể viết dưới dạng tổng của 3 số nguyên tố*". Ơ-le lại bổ sung thêm điều ước đoán sau đây: "Mọi số chẵn lớn hơn 2 đều có thể viết dưới dạng tổng của 2 số nguyên tố". Bài toán Gôn-Bac và Ơ-le là kết quả của một phép quy nạp không hoàn toàn, và trong hơn 200 năm nay vẫn chưa chứng minh được. Ngày nay, bài toán được phát triển như sau: "*Mọi số chẵn lớn hơn hoặc bằng 6 tổng của 2 số nguyên tố lẻ, mọi số lẻ lớn hơn hoặc bằng 9 tổng của 3 số nguyên tố lẻ*". Năm 1940, người ta đã thử và thấy mệnh đề đúng với các số từ 6 đến 100 000. Năm 1937, viện sĩ Liên- xô Vi-nô-gra-đôp đã đi gần nhất đến lời giải, ông đã chứng minh rằng: "*Mọi số chẵn, lớn hơn một số nào đó, đều có thể viết dưới dạng tổng của 3 số nguyên tố*".

Nhà toán học Fec-ma cũng để lại nhiều giả thuyết toán học mà đến ngày nay vẫn chưa tìm thấy cách chứng minh (đã nêu một số ví dụ trong chương I, mục 1.2.14). Trong lịch sử toán học, nhiều nhà toán học đã phát minh ra nhiều chân lý mà bước đầu là dùng phép quy nạp không hoàn toàn. Nhưng mặt khác phương pháp này cũng đã đưa đến nhiều mệnh đề sai lầm và có những mệnh đề cho đến nay vẫn chưa chứng minh được. Qua một số bài toán đã nêu trong lịch sử toán học chứng tỏ rằng phép quy nạp toán học rất quan trọng, nhừ nó ta có thể đề ra những giả thuyết khoa học, có khái niệm về những chân lý toán học mới. Nó là một phương pháp thực nghiệm trong việc nghiên cứu toán học. Tuy nhiên nó không thể luôn luôn đưa đến những kết luận chính xác được, bởi vì "*chân lý đơn giản nhất suy ra bằng con đường quy nạp không bao giờ là chân lý hoàn toàn vì thí nghiệm không bao giờ là trọn vẹn*" (Lê - nin).

Phép quy nạp hoàn toàn đã được biết đến từ thời Aris – tôt (thế kỷ thứ 4 trước công lịch), cho nên người ta gọi đó là phép quy nạp Aris – tôt. Có khi người ta còn gọi nó là một phép quy nạp hình thức, vì thực chất nó là một phép chứng minh đưa đến một kết luận hoàn toàn chặt chẽ.

Trong quá trình tích lũy những chân lý toán học, xác nhận theo đường lối quy nạp, trên cơ sở quan sát thí nghiệm, đần dần người ta nhận ra mối tương quan giữa chúng: nếu những mệnh đề nào đó là đúng thì những mệnh đề khác từ đó suy ra cũng không thể nào sai được. Khi nghiên cứu những mối liên hệ giữa các mệnh đề khác nhau như vậy, ta còn có thể đi đến những chân lý mới, không cần thông qua quan sát, thí nghiệm. Như vậy là cùng với phép quy nạp, đã xuất hiện một nguồn nhận thức mới về các chân lý toán học, gọi là phép suy diễn. Như trên ta đã nói quá trình phát minh những chân lý toán học thường di theo đường lối kết hợp quy nạp – suy diễn với sự tham gia của trực giác: Trước hết đề ra những dự đoán về quy luật có thể có, và sau đó dùng suy diễn để kiểm tra lại, xác nhận các kết quả của quy nạp và tổng quát hóa các kết luận ấy. Sự thống nhất giữa quy nạp và suy diễn là một đặc diểm của tư duy khoa học. Vì vậy trong giảng dạy, không được tách rời quy nạp và suy diễn, nhưng mặt khác cũng cần nắm vững đặc điểm của toán học là một khoa học suy diễn.

2.1.2. Biện pháp 2: Đưa vào nội dung sinh hoạt tổ chuyên môn

Trong nhiệm vụ của năm học, hàng tuần GV phải sinh hoạt tổ chuyên môn, ngoài việc tổ chức dự giờ, thăm lớp, trao đổi kinh nghiệm, đánh giá lẫn nhau, các GV cũng có thể trao đổi, học hỏi lẫn nhau để có thêm kiến thức về lịch sử toán học, về lịch sử vấn đề mà mình đang giảng dạy.

Mỗi một tháng dành một buổi sinh hoạt tổ chuyên môn về chủ đề lịch sử toán học. Tổ trưởng căn cứ vào tiến độ thực hiện chương trình, giao cho GV chuẩn bị. Tại mỗi buổi sinh hoạt tổ chuyên môn, GV trao đổi về các nội dung lịch sử toán sẽ có trong chương trình giảng dạy trong những tuần kế tiếp. Chia tổ thành các nhóm: Nhóm GV giảng dạy toán lớp nào thì có nhiệm vụ tìm hiểu về lịch sử vấn đề hay các nhà toán học có liên quan đến các vấn đề toán của chương trình lớp đó. Trong buổi sinh hoạt tổ chuyên môn về lịch sử toán học, các GV có thể thảo luận, đề cập đến lịch sử của các vấn đề toán học mà các GV đang giảng dạy trong từng tháng từ lớp 10 đến lớp 12 và cung cấp các tư liệu để dần dần xây dựng thành ngân hàng thông tin dùng cho cả tổ.

Ví dụ ta có thể lập bảng kế hoạch như sau:

Tháng	Lớp	Tên chủ đề	Người thực hiện
9	10	- Tìm hiểu lịch sử lý thuyết tập hợp, lịch sử phát triển của hệ thống số. - Tìm hiểu về sự ra đời của vectơ và ý nghĩa của việc nghiên cứu vectơ trong khoa học, kỹ thuật.	
	11	- Tìm hiểu về lịch sử phát triển lượng giác, ứng dụng của lượng giác đối với các ngành	

Tháng	Lớp	Tên chủ đề	Người thực hiện
		khoa học, kỹ thuật. - Tìm hiểu về lịch sử phép biến hình, xét trong mối liên hệ với khái niệm tương quan hàm.	
	12	- Tìm hiểu về đạo hàm và các ứng dụng của đạo hàm.	
10	10	- Tìm hiểu lịch sử khái niệm hàm số, sự tương quan hàm số. - Tìm hiểu về hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc	
	12	- Tìm hiểu về nhà toán học Ơ-le và các khối da diện đều.	
11	10	- Tìm hiểu về lịch sử phát triển của đại số. - Tìm hiểu về các phương pháp giải các phương trình đại số trong lịch sử và các nhà toán học có liên quan. - Tìm hiểu về lịch sử tam giác lượng, vấn đề giải tam giác và ứng dụng trong thực tế.	
	11	- Tìm hiểu về lịch sử của tổ hợp, xác suất và ý nghĩa thực tế của xác suất. - Tìm hiểu lịch sử phát triển của hình học.	
	12	- Tìm hiểu lịch sử phát minh logarit.	
12	10	- Tìm hiểu về bất phương trình, bất đẳng thức.	
	11	- Tìm hiểu về các phép suy luận trong toán học, các ví dụ về các giả thuyết được đưa ra trong lịch sử toán học bằng các phương pháp quy nạp và các nhà toán học có liên quan.	

Tháng	Lớp	Tên chủ đề	Người thực hiện
1	10	- Giúp học sinh làm quen với hình học giải tích qua tìm hiểu lịch sử của vấn đề này.	
	11	- Tìm hiểu về lịch sử của giới hạn và các nhà toán học có liên quan.	
	12	- Tìm hiểu lịch sử ra đời của phép tính tích phân.	
2	10	- Tìm hiểu lịch sử thống kê và vai trò của thống kê trong nền kinh tế, xã hội.	
	12	- Tìm hiểu về phương pháp tọa độ trong không gian.	
3	10	- Tìm hiểu về lịch sử lượng giác, khái niệm đo góc, cung lượng giác: "Radian"	
	12	- Nhắc lại lịch sử sự ra đời và phát triển của hệ thống số và lịch sử phát triển số phức	
4	10	- Tìm hiểu về ba đường cô-nic.	
	11	- Tìm hiểu về lịch sử của đạo hàm.	
	12	- Tìm hiểu về lịch sử phát triển của môn hình học giải tích.	

2.1.3. Biện pháp 3: Động viên GV đăng kí đề tài, tìm hiểu sưu tầm về tri thức lịch sử toán có liên quan đến chương trình toán THPT.

Vào tháng 9, đầu năm học, các giáo viên trong tổ toán đề tài, sáng kiến kinh nghiệm về việc sưu tầm kiến thức lịch sử toán có liên quan đến chương trình toán THPT hoặc các biện pháp truyền thụ tri thức lịch sử toán cho HS, cuối năm nghiệm thu đề tài.

Khác với việc trao đổi ở tổ chuyên môn, để là các đề tài về lịch sử toán liên quan đến chương trình, SGK toán THPT đòi hỏi GV phải có một quá trình làm việc nghiêm túc, khoa học.

Kết quả của đề tài sẽ là các báo cáo tri thức lịch sử toán một cách hệ thống, đầy đủ với lượng thông tin phong phú, đa dạng không chỉ văn bản mà là cả các tranh ảnh về các nhà toán học. Đây sẽ là tài liệu bổ ích không chỉ cho cá nhân mà cho các đồng nghiệp, hỗ trợ nguồn tài liệu cho biện pháp 1.

2.1.4. Biện pháp 4: Khai thác phần mềm, Internet

Mỗi người GV ngoài việc cập nhật thông tin, sử dụng thành thạo máy tính để phục vụ cho việc giảng dạy, trau dồi kiến thức còn có thể khai thác thông tin trên Internet kiến thức về lịch sử toán học, sử dụng phần mềm hỗ trợ cho việc giảng dạy. Chẳng hạn:

- Khai thác Internet để lấy tư liệu.

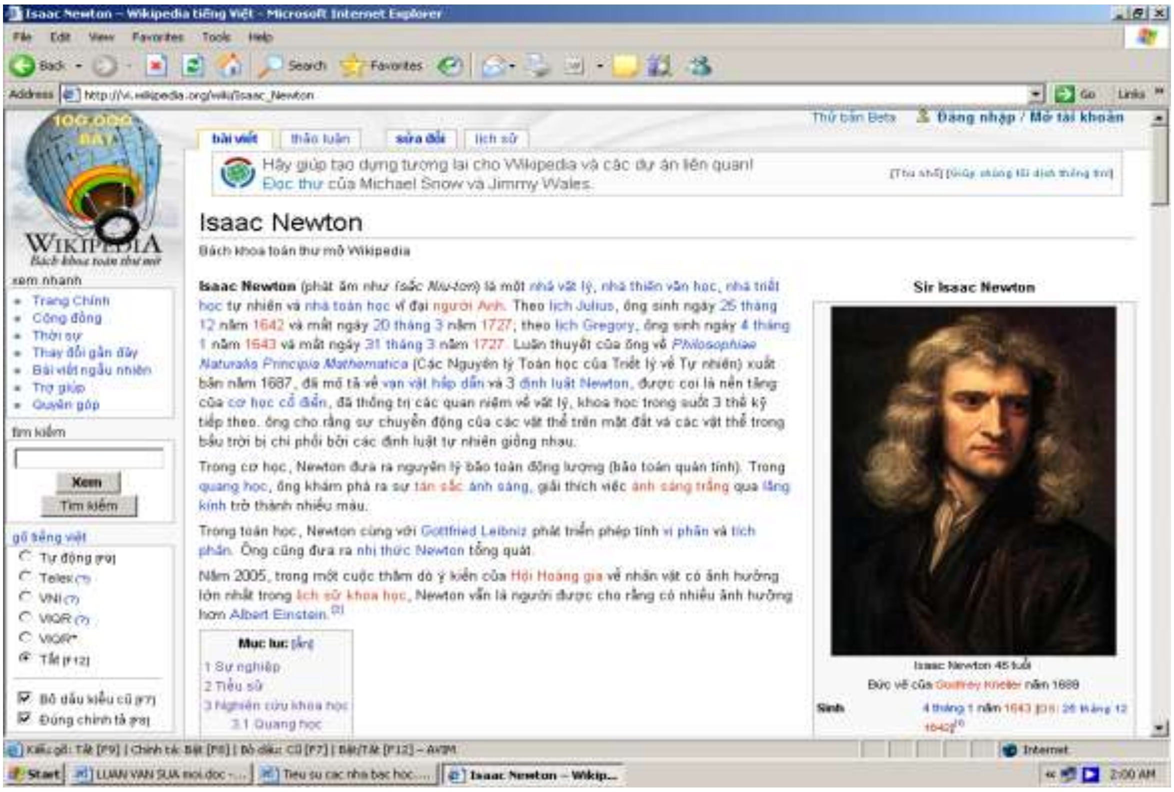
- Sử dụng phần mềm để thiết kế bài giảng điện tử truyền thụ kiến thức lịch sử toán cho HS.

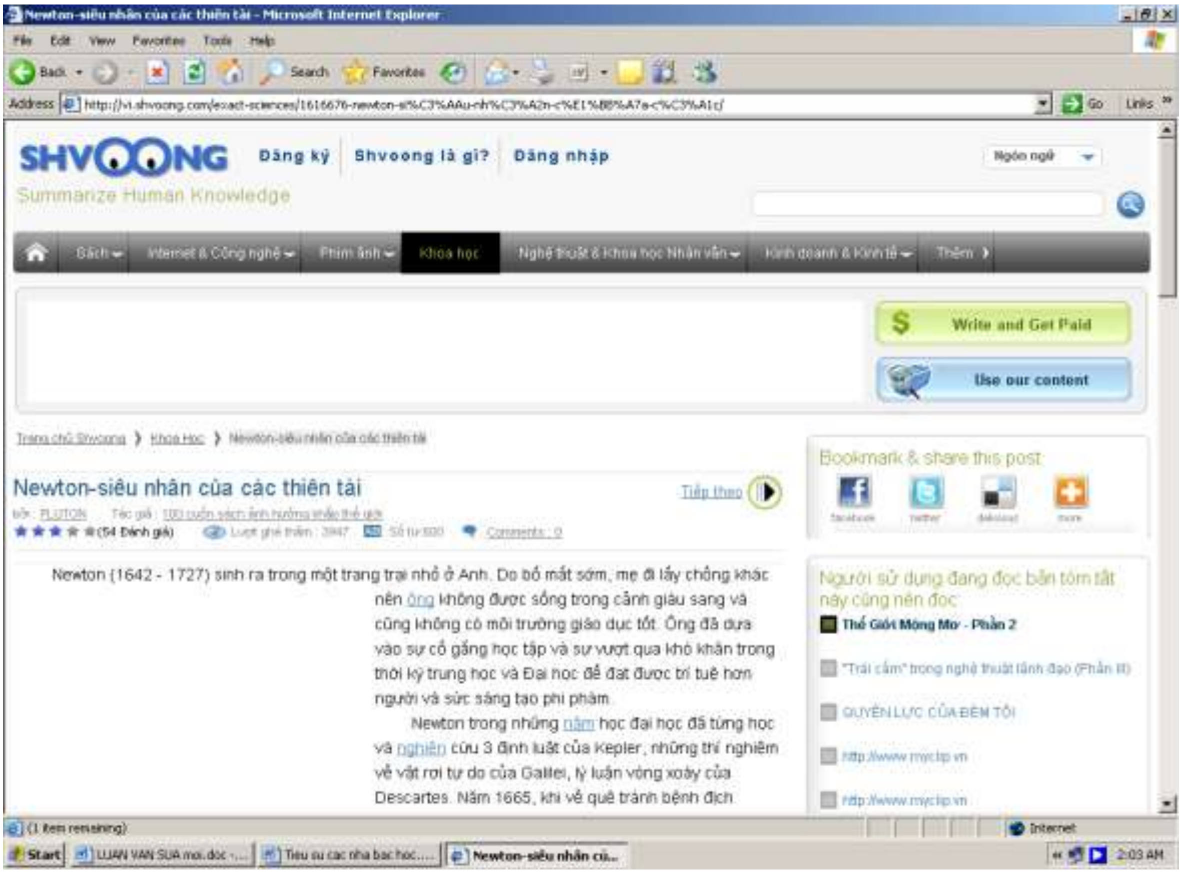
Mô tả một ví dụ, chẳng hạn cần đến tri thức về nhà toán học Newton:

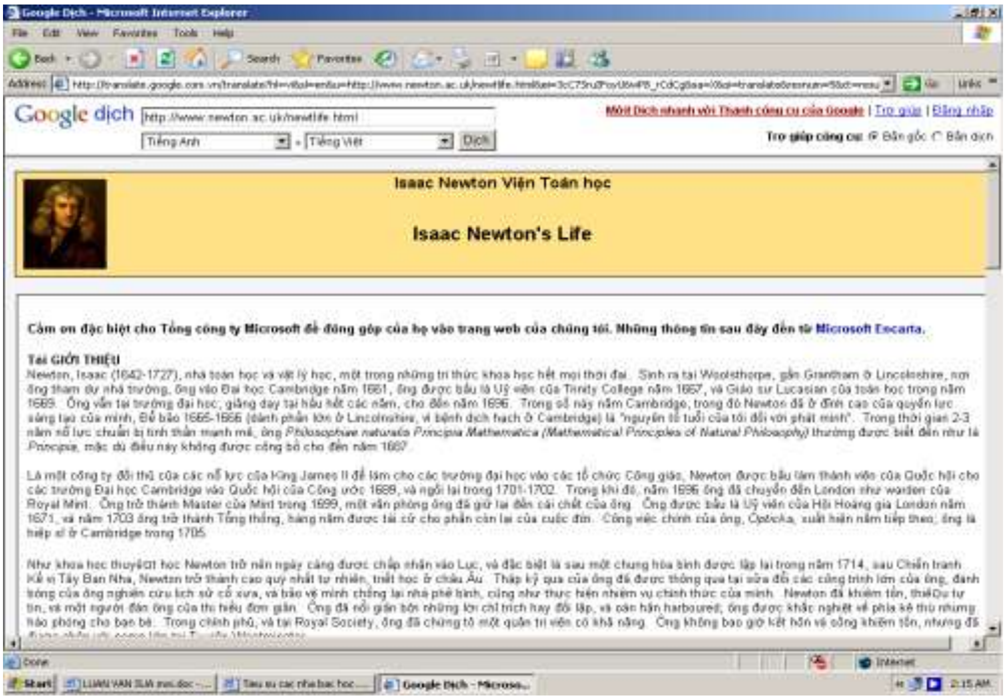
Bước 1: Khởi động Google.com.vn

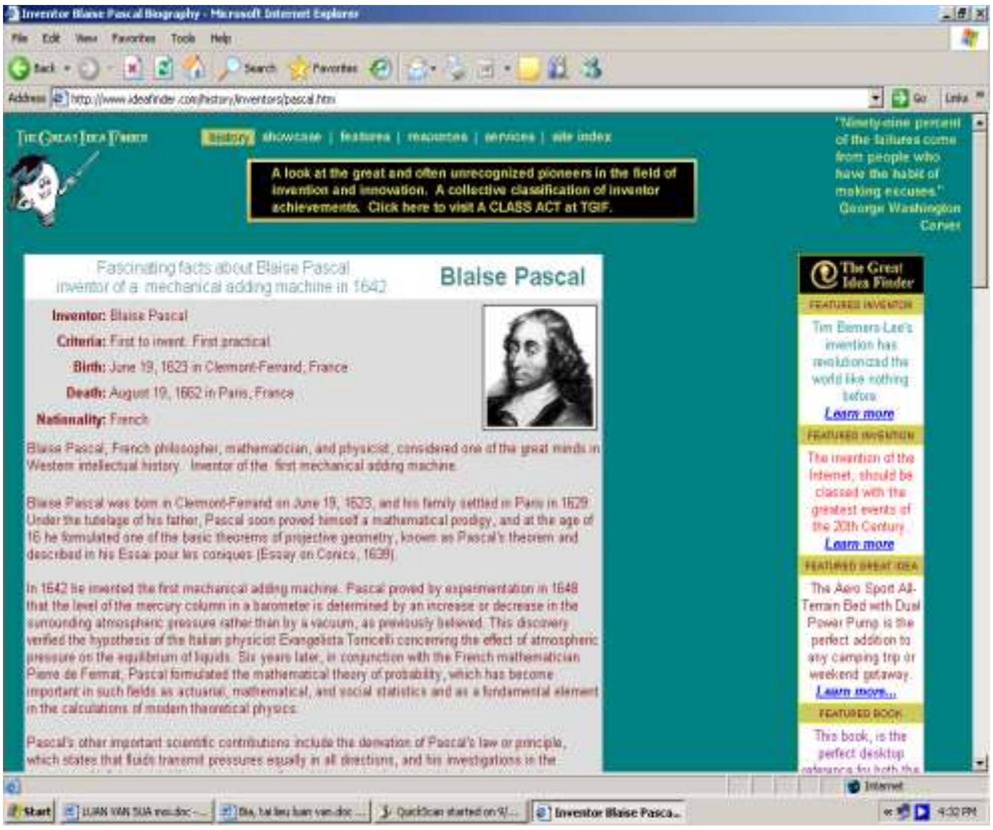
Bước 2: Nhập từ khóa “Newton” (Hình 1)

Bước 3: Kích hoạt vào liên kết, dẫn đến trang web (Hình 2,3), lấy tài liệu, dịch ra tiếng Việt bằng chính chức năng của Google(Hình 4).


Isaac Newton – Wikipedia tiếng Việt - Microsoft Internet Explorer
Isaac Newton
Bách khoa toàn thư mở Wikipedia
Sir Isaac Newton


Newton-siêu nhân của các thiên tài - Microsoft Internet Explorer
SHVOONG
Summarize Human Knowledge
Write and Get Paid
Use our content
Newton-siêu nhân của các thiên tài
Bookmark & share this post





Chú ý: GV không thể sử dụng "thô" các thông tin lấy từ Internet mà phải biên tập, hệ thống để phù hợp với thời gian, hình thức sử dụng các thông tin này.

2.2. Một số biện pháp truyền thụ tri thức lịch sử toán cho học sinh

2.2.1. Biện pháp 1: Sử dụng quỹ thời gian dạy học trên lớp để trang bị tri thức lịch sử toán

Như trong phần thực trạng dạy học lịch sử toán ở trường Phổ thông đã nêu, thời lượng mà phân phối chương trình của Bộ đã đưa ra chỉ đủ để giáo viên truyền thụ kiến thức, tổ chức các hoạt động nhằm củng cố kiến thức, rèn luyện kỹ năng cho họ sinh, thậm chí còn bị thiếu thời gian đối với những lớp mà trình độ của học sinh chưa cao, tính tích cực của học sinh chưa được phát huy. Nhưng nếu người giáo viên thực sự quan tâm và hiểu rõ được vai trò của lịch sử toán đối với người học toán thì vẫn có thể dành một chút thời gian để nói về lịch sử vấn đề mà mình chuẩn bị dậy. Hoặc trong khi giảng dạy một vấn đề nào đó, người giáo viên có thể kết hợp giới thiệu về lịch sử ra đời và sự phát triển của vấn đề mà học sinh đang được học. Trong mỗi phần dậy, giáo viên yêu cầu học sinh đọc vắn tắt chỉ dẫn lịch sử trong sách giáo khoa, ngoài ra, người giáo viên cũng cần phải tìm hiểu kỹ về vấn đề đó để bổ sung thêm kiến thức cho học sinh ngoài những điều mà sách giáo khoa đã nêu.

Ví dụ như học sinh đã được làm quen với số π ở THCS khi các em học công thức tính chu vi và diện tích hình tròn, lên lớp 10 các em lại gặp lại số π trong nhiều phần kiền thức cả đại lẫn hình, các em công nhận và sử dụng nó một cách máy móc mà không hiểu được nguồn gốc, lịch sử ra đời và sự phát triển của số π. Khái niệm số π có xuất phát từ thực tế đời sống hay không? Nó ra đời khi nào? cách tính số π như thế nào? Có ứng dụng trong thực tế như thế nào? Người giáo viên có thể tranh thủ thời gian giới thiệu về số π, sự ra đời và phát triển của số π, người GV có thể trả lời được tất cả các câu hỏi đó trên cơ sở đã tìm hiểu về số π.

Ví dụ khi giáo viên dạy học phần hệ thức lượng trong tam giác trong hình học lớp 10, giáo viên cũng có thể giới thiệu về lịch sử phát triển của tam giác lượng.

Khi dạy học phần lý thuyết tập hợp, các hệ thống số trong Đại số lớp 10, giáo viên cũng có thể giới thiệu về lịch sử phát triển của hệ thống số, loài người biết đếm và bắt đầu làm quen với các số từ khi nào và nó đã phát triển như thế nào. Kiến thức bổ sung:

Khi giáo viên dạy học phần hàm số, Đại số 10, giáo viên giới thiệu thêm về lịch sử phát triển của hàm số, sự tương quan hàm số.

Khi dạy những tiết đầu tiên về hình học, giáo viên có thể nói đến sự biến đổi toán học ở thế kỷ thứ XVII, lịch sử phát triển của hình học và sự xuất hiện môn hình học giải tích.

2.2.2. Biện pháp 2: Đặt ra nhiệm vụ tự tìm hiểu về lịch sử toán cho học sinh

Sau mỗi một bài học, GV yêu cầu học sinh đọc trước bài mới, đồng thời đọc chỉ dẫn lịch sử (nếu có) trong sách giáo khoa. Hoặc sau khi học xong một phần kiến thức nào đó, GV yêu cầu học sinh tự tìm hiểu thêm về lịch sử hình thành và phát triển, các nhà toán học có liên quan đến vấn đề mà các em vừa được học.

Ví dụ: Khi giảng dạy ôn tập chương I: Véc tơ, Hình học 10, GV chia một lớp thành 5 nhóm, đặt ra nhiệm vụ cho các nhóm, mỗi một nhóm phải tự tìm hiểu về lịch sử ra đời của vec tơ, ý nghĩa của vấn đề này trong vật lý cũng như trong thực tế như thế nào? Các nhà toán học nào có liên quan đến vấn đề này (Yêu cầu có ảnh kèm theo)? Yêu cầu các em phải viết tay hay đánh máy những kiến thức vừa tìm hiểu được, hình ảnh của các nhà toán học có liên quan đến vấn đề thì phải in trên giấy A4. Đến tiết ôn tập tiếp theo, giáo viên yêu cầu đại diện của các nhóm lên trình bày những kiến thức vừa tìm hiểu được và đưa ra hình ảnh của các nhà toán học. Cuối cùng, GV phải là người tóm tắt lại những phần kiến thức quan trọng nhất, đánh giá ý thức tự học, tự tìm hiểu, nội dung và cách trình bày của từng nhóm. Tuy nhiên GV cũng cần chỉ rõ cho HS tìm hiểu tài nguyên về những vấn đề này ở đâu, bằng cách nào.

2.2.3. Biện pháp 3: Tổ chức các hoạt động ngoại khoá toán học

Hoạt động giáo dục ngoài giờ lên lớp là một bộ phận của quá trình giáo dục ở nhà trường THPT, góp phần vào nhiệm vụ đổi mới chương trình và thực hiện chủ chương "***xây dựng nhà trường thân thiện, học sinh tích cực***" của bộ giáo dục. Đó là những hoạt động giáo dục được tổ chức ngoài giờ học trên lớp, đó là sự tiếp nối, bổ sung, hỗ trợ, hoạt động dạy học trên lớp, là con đường gắn lý thuyết với thực tiễn, tạo nên sự thống nhất giữa nhận thức và hành động, góp phần hình thành tình cảm, niềm tin đúng đắn của học sinh. Việc tổ chức các hoạt động ngoại khóa toán học cũng không nằm ngoài mục đích đó. Hơn nữa, hoạt động này giúp cho các em có thêm kiến thức về toán học nói chung và về lịch sử toán nói riêng, giúp cho các em thêm yêu môn toán hơn, tạo hứng thú trong các giờ học toán.

Về các công tác ngoại khóa về toán học nói riêng, việc giảng dạy Toán học trong nội khóa cần được bổ sung bằng các hình thức công tác ngoại khóa nhằm các mục đích chủ yếu sau đây.

+ Tăng cường cho học sinh lòng ham thích, hào hứng học toán, gây một không khí học toán trong nhà trường.

+ Củng cố các kiến thức nội khóa, bổ sung một số điển cần thiết và trong chừng mực nào đó, có thể mở rộng phạm vi các kiến thức trong chương trình. Củng cố và bổ sung một số kiến thức về lịch sử toán, giúp cho HS thêm yêu môn toán hơn.

+ Tăng cường giáo dục theo hướng kỹ thuật tổng hợp.

+ Tăng cường giáo dục cho học sinh thói quen công tác độc lập (Đọc sách, thuyết trình, tự nghiên cứu), giáo dục đức tính và tư tưởng xã hội chủ nghĩa (tinh thần tập thể, tháo vát,. . .)

+ Bồi dưỡng các học sinh giỏi nhằm phát triển, đào tạo nhân tài, giúp đỡ các học sinh kém về toán học.

Mô tả một buổi ngoại khóa toán học

Tên của buổi ngoại khóa: "***Cùng nhau tìm hiểu về lịch sử toán***"

Thành phần ban tổ chức: Các GV toán dạy ở các lớp tham gia buổi ngoại khóa, Ban chấp hành Đoàn trường phối hợp tổ chức.

Địa điểm: Nhà Đa chức năng.

Nội dung hoạt động: Có 4 phần thi giữa các đội:

* *Phần thi thứ nhất:* Thi hùng biện về các chủ đề: Ý thức học toán và phương pháp học toán của HS hiện nay; Vai trò của lịch sử toán đối với người học toán.

* *Phần thi thứ hai:* Thi giải nhanh các bài toán đố, hiểu biết về lịch sử toán và các nhà toán học.

* *Phần thi thứ ba:* Trò chơi ô chữ (tìm hiểu về lịch sử toán học và các nhà toán học)

***** *Phần thi thứ tư:* Thi hóa trang giống các nhà toán học và diễn một tiểu phẩm ngắn, một câu chuyện hay một giai thoại về một nhà toán học nào đó.

Công tác chuẩn bị:

+) Người dẫn chương trình: 02 người

+) Ban giám khảo: 5 người

+) Phần thưởng dành cho đội được số điểm cao nhất, cá nhân xuất sắc nhất.

+) Có 3 đội tham gia, mỗi đội 10 HS chọn trong hai lớp, hai lớp đó được ngồi theo các khu đã phân sẵn.

Phần thi thứ nhất, mỗi đội cử 2 đại diện hùng biện về 2 chủ đề đã được chuẩn bị trước.

Phần thi thứ hai có 3 gói câu hỏi, mỗi đội được chọn để trả lời một gói câu hỏi, nếu không trả lời được thì 2 đội kia sẽ được quyền trả lời.

Phần thi thứ ba là phần thi ô chữ dành cho tất cả thành viên trong các đội trả lời các câu hỏi.

Các câu hỏi ở phần thi thứ 2 và thứ 3 được chuẩn bị trên phần mềm Powerpoint, sau mỗi câu hỏi có liên quan đến các nhà toán học thì có hình ảnh kèm theo.

Phần thi thứ tư đã được chuẩn bị sẵn, mỗi đội trình bày tiết mục của đội mình không quá 10 phút.

Nội dung các câu hỏi:

* *Phần thi thứ nhất:*

Câu hỏi 1: Em có suy nghĩ gì về ý thức học toán và phương pháp học toán của HS hiện nay?

Câu hỏi 2: Em có suy nghĩ gì về vai trò của lịch sử toán đối với người học toán?

* *Phần thi thứ hai:*

Gói câu hỏi thứ nhất:

Câu 1: Nhà toán học Can-to đã phát minh ra lý thuyết gì là cơ sở của toán học?

Câu 2: Trong cuốn "Mở đầu về giải tích các đại lượng vô cùng bé" của Ơ-le đã đề cập đến khái niệm liên quan đến bán kính, đó là khái niệm gì?

Câu 3: Nhà toán học nào đã phát minh ra dãy số: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad \forall n \geq 3$, với $F_1 = F_2 = 1$? Dãy số đó có liên quan gì đến tự nhiên?

Gói câu hỏi thứ hai:

Câu 1: Hãy kể một số công trình nghiên cứu toán học của Cauchy?

Câu 2: Câu chuyện nổi tiếng: "Nghịch lý của Nézon" có liên quan đến khái niệm gì của giải tích toán học? Em hãy kể tóm tắt câu chuyện đó?

Câu 3: Nhà toán học nào đã chữa bệnh đau răng bằng cách giải một bài toán khó trong một đêm?

Gói câu hỏi thứ ba:

Câu 1: Theo tiếng La-tinh, từ vec tơ có nghĩa là gì ?

Câu 2: Hai nhà toán học Joseph Lalande và Nicolas lacille đã dựa vào phần lý thuyết nào để đo khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trăng?

Câu 3: Fermat đã dựa vào phép suy luận gì để đưa ra các giả thuyết của mình? Hãy nêu một số ví dụ về các giả thuyết của Fermat?

** Phần thi thứ ba:*

Ô chữ đã được chuẩn bị trên phần mềm Powerpoint.

** Phần thi thứ tư:*

Đội thứ nhất: Hóa trang và diễn một câu chuyện về nhà bác học Newton.

Đội thứ hai: Hóa trang và diễn một câu chuyện về nhà bác học Pascal.

Đội thứ nhất: Hóa trang và diễn một câu chuyện về nhà bác học Cauchy.

2.2.4. Biện pháp 4: Tổ chức các trò chơi cho HS trong những hoạt động ngoài giờ lên lớp

GV toán có thể kết hợp với các GV khác để tổ chức các trò chơi toán học trong các giờ học tự chọn, trong các hoạt động cắm trại, các giờ sinh hoạt Đoàn, các hoạt động nhằm vào các ngày lễ, . . . kết hợp với giáo viên chủ nhiệm của các lớp để tổ chức các buổi hoạt động giáo dục ngoài giờ lên lớp theo chủ đề của từng tháng, xen kẽ các trò chơi toán học vào các hoạt động, giúp cho buổi ngoại khóa thêm sinh động, phong phú và bổ ích hơn đối với HS.

<u>Dành cho lớp 10</u>

*** Trò chơi ô chữ:**

Công tác chuẩn bị:

Đối với giáo viên: Chuẩn bị nội dung các câu hỏi phù hợp với kiến thức phổ thông, các vấn đề nêu lên trong trò chơi sát với chương trình mà các em đang được học. Đối với các câu hỏi có liên quan đến các nhà toán học thì giáo viên có thể chuẩn bị hình ảnh các nhà toán học và tiểu sử hay một vài mẩu chuyện về cuộc đời và sự nghiệp của các nhà toán học giúp cho trò chơi thêm sinh động và các em thêm phần hiểu biết . Thiết kế trò chơi trên Powerpoint, sau mỗi câu trả lời, GV đưa ra hình ảnh của các nhà toán học trên Powerpoint, dự kiến thời gian thực hiện ở các lớp, chuẩn bị máy tính, máy chiếu.

Đối với học sinh: Các em phải chuẩn bị kiến thức về lịch sử toán, về các nhà toán học có liên quan đến các vấn đề mà các em đang được học. Tài liệu tham khảo là các chỉ dẫn lịch sử, các bài đọc thêm, “em có biết” trong sách giáo khoa, hoặc các em có thể tìm hiểu thêm trên Internet.

Thực hiện:

1	C	A	R	D	A	**N**	O					
2			E	U	L	**E**	R					
3						**W**	E	Y	L			
4				P	Y	**T**	H	A	G	O	R	E
5					B	**O**	O	L	E			
6				C	A	**N**	T	O	R			

Câu hỏi:

1. Nhà toán học Ý đã tìm ra công thức nghiệm của phương trình bậc ba và bậc bốn qua các hệ số?

2. Người đã xây dựng sâu sắc lý thuyết về lượng giác và là người đầu tiên đề cập đến khái niệm “Radian”?

3. Nhà toán học đã xây dựng hình học Ơclit dựa vào không gian vec tơ theo hệ tiên đề?

4. Nhà toán học tìm ra công thức tính cạnh huyền trong tam giác vuông?

5. Nhà toán học Anh đã sáng lập ra lôgic toán?

6. Nhà toán học Nga đã sáng lập ra lý thuyết tập hợp?

Câu hỏi hàng dọc**:** Nhà toán học, thiên văn học, vật lý học, người đã phát hiện ra định luật vạn vật hấp dẫn?

*** Trò chơi hái hoa dân chủ:**

Công tác chuẩn bị:

GV chuẩn bị nội dung các câu hỏi phù hợp với kiến thức phổ thông, các vấn đề nêu lên trong trò chơi sát với chương trình mà các em đang được học.

Đối với học sinh: Các em phải chuẩn bị kiến thức về lịch sử toán, về các nhà toán học có liên quan đến các vấn đề mà các em đang được học. Tài liệu tham khảo là các chỉ dẫn lịch sử, các bài đọc thêm, “em có biết” trong sách giáo khoa, hoặc các em có thể tìm hiểu thêm trên Internet.

Nội dung các câu hỏi:

1. Nhà toán học N. Henrik Abel, người Na Uy đã chứng minh được điều gì về các phương trình bậc lớn hơn bốn?

2. Nhà toán học trẻ nào đã giải quyết được trọn vẹn vấn đề về các phương trình Đại số?

3. Những người đầu tiên nghiên cứu một cách có hệ thống về vec tơ?

4. Định lý côsin trong tam giác còn được gọi là định lý gì?

5. Evarit Galois là người nước nào và mất vào năm bao nhiên tuổi?

6. Lĩnh vực toán học nào nghiên cứu các bài toán tối ưu và nó rất có ích trong lĩnh vực kinh tế?

7. Vào thế kỷ thứ 18, ai là những ngưỡi đã đo được khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng?

8. Ai là người đầu tiên phát hiện ra sao Hải Vương?

9. Ai là người đầu tiên quan tâm đến Quy hoạch tuyến tính?

10. Nhà thiên văn Lalande người Pháp và nhà toán học Lacaille người Pháp đã dựa vào cơ sở lý thuyết nào để tính được khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng?

11. Nhà toán học, nhà thiên văn - Leverrierr, người Pháp đã phat hiện ra sao Hải Vương như thế nào?

12. Ai là người nổi tiếng về các phát minh ra các định luật chuyển động của các hành tinh?

Đáp án:

1. Không thể giải được phương trình tổng quát bậc lớn hơn bốn bằng các phương tiện đại số thuần túy.

2. Evarit Galois

3. Hamilton, Grassmann, Gibbs.

4. Alkashi

5. Người nước Pháp, mắt năm 18 tuổi.

6. Quy hoạch tuyến tính.

7. Nhà thiên văn Lalande người Pháp và nhà toán học Lacaille người Pháp.

8. Leverrierr, người Pháp.

9. Kantorovich.

10. Dựa vào giải tam giác, hệ thức lượng trong tam giác.

11. Dựa vào các phép tính.

12. Johanes Keple.

<u>Dành cho lớp 11:</u>

Trò chơi ô chữ:

1									**P**	H	Á	P		
2					T	Ạ	Q	U	**A**	N	G	B	Ử	U
3	W	E	I	E	R	T	R	A	**S**	S				
4			F	I	B	O	N	A	**C**	C	I			
5								C	**A**	U	C	H	Y	
6									**L**	I	M	E	S	

Câu hỏi:

1. Nhà toán học Fermat là người nước nào?

2. Giáo sư viết cuốn "Thống kê thường thức" xuất bản tại chiến khu Việt Bắc năm 1948?

3. Người đã trình bày định nghĩa hiện đại khái niệm "giới hạn"?

4. Dãy số gì có liên quan đến khoảng cách giữa những chiếc lá mọc trên cành cây và số cánh hoa?

5. Nhà toán học có công thức về trung bình cộng, trung bình nhân và là người đóng góp lớn trong giải tích hiện đại?

6. Nhà bác học Anh – Newton là người đầu tiên sử dụng thuật ngữ này?

2.2.5. Biện pháp 5: Kết hợp trong các hoạt động chung của nhà trường

Hiện nay, tất cả các trường học đang thức hiện nhiệm vụ mà Bộ GD & ĐT đã đề ra: ***"Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực"***. Một trong những công việc của nhà trường để thực hiện nhiệm vụ đó là tổ chức trò chơi dân gian cho HS. Để kết hợp với hoạt động chung này của nhà trường, các GV toán kết hợp với Đoàn thanh niên của nhà trường, kết hợp với các GV chủ nhiệm của các lớp mở cuộc thi tìm hiểu về các trò chơi dân gian, sưu tầm và giải các bài toán dân gian. Phạm vi có thể tổ chức trong một lớp, trong một khối hay trong toàn trường.

Ví dụ: Cuộc thi tìm hiểu các bài toán dân gian

Phạm vi tổ chức: Dành cho HS khối 11

Thể lệ cuộc thi: Các HS viết một bài viết về các bài toán dân gian (có thể đánh máy hoặc viết tay), bài viết đó phải đạt hai yêu cầu: Sưu tầm được nhiều bài toán dân gian nhất, có cách giải hay nhất và sáng tạo nhất. Trao giải cho các cá nhân có bài viết xuất sắc nhất, cho tập thể lớp có nhiều bài viết hay nhất, tập thể lớp này sẽ được tuyên dương, cộng điểm thi đua trong các đợt thi đua chào mừng các ngày lễ lớn trong năm học.

Hình thức thi: Phổ biến thể lệ cuộc thi đến tất cả HS các lớp khối 11, ra hạn thời gian thu bài, thành lập ban giám khảo chấm thi. Kết quả sẽ được công bố trong các buổi ngoại khóa tổ chức theo khối hay trong các buổi mà nhà trường tổ chức các trò chơi dân gian.

Sau đây là một số bài toán dân gian:

a. Bài toán dân gian

*** Bài toán cân voi**

Truyện dân gian Việt Nam xưa có kể về ông trạng Lương Thế Vinh đã giải bài toán cân 2 con voi chênh nhau bao nhiêu bằng một cái cân đòn như sau:

Cho từng con voi xuống bè, đánh dấu vạch nước của riêng từng con rồi cho voi lên, thả đá xuống bè sao cho số đá làm bè chìm xuống một lượng bằng đúng vạch đánh dấu với từng con voi như thế. Sau đó cân trọng lượng của đá, bằng cách đó có thể biết chúng cân nặng khác nhau bao nhiêu.

Acsimet, người nổi tiếng với câu truyện :"ơrêca " cũng đã làm một bài toán tương tự như thế: bằng cách biết được lượng nước tràn ra ngoài bằng lượng nước cơ thể, ông đã phát minh ra một định luật nổi tiếng thế giới và trở thành một vĩ nhân của nhân loại.

*** Bài toán chia trâu**

Một lão nông có ba người con. Nhà ông có nuôi tổng cộng 17 con trâu. Một ngày nọ, ông lão qua đời, để lại di chúc cho ba người con. Theo di chúc, các người con được chia như sau:

Người anh cả có công ăn việc làm, khá giả nhưng lại không có hiếu nhiều với cha nên được chia cho một phần chín số trâu. Người anh kế thì nhà cũng ổn định, chia cho một phần ba số trâu. Còn người em út thì được một phần hai số trâu.

Hỏi: số trâu mà mỗi người con được chia là bao nhiêu?

Cách giải như sau:

- Mượn của người hàng xóm 01 con trâu, như vậy tổng số trâu sẽ là 17+1= 18

Khi đó:

Người con cả được 1/9 x số trâu = 1/9 x 18 = 02

Người con thứ được 1/3 x số trâu = 1/3 x 18 = 06

Người con út được 1/2 x số trâu = 1/2 x 18 = 09

Tổng số trâu mà các người con được hưởng sẽ là : 02 + 06 + 09 = 17

Như vậy còn dư 01 con để trả lại cho người hàng xóm.

*** Bài toán tính trâu**

Trăm trâu trăm cỏ

Trâu đứng ăn năm

Trâu nằm ăn ba

Lụ khụ trâu già

Ba con một bó

Thằng Tí đếm thấy

Trâu đứng tám con

Hỏi có bao nhiêu trâu nằm,bao nhiêu trâu già?

Cách giải như sau:

Gọi x, y, z là số trâu đứng, trâu nằm, trâu già (x, y, z nguyên dương < 100)

Ta có:

$$x + y + z = 100 \Rightarrow z = 100 - x - y \ (1)$$

$$5x + 3y + \frac{z}{3} = 100 \Leftrightarrow 15x + 9y + z = 300 \ (2)$$

thay (1) vào (2):

$$15x + 9y + 100 - x - y = 300$$

$$\Leftrightarrow 7x + 4y = 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{7x}{4} + y = 25 \ (*)$$

từ (*) ta thấy $\frac{7x}{4}$ nguyên dương mà 7 và 4 nguyên tố cùng nhau nên x là bội của 4 $\Rightarrow$ x = 4k (đến đây đủ kết luận trâu đứng là số chẵn)

$$(*) \Rightarrow \frac{7}{4}4k + y = 25 \Rightarrow y = 25 - 7k$$

thay x, y vào (1) ta có:

$$z = 100 - 4k - 25 + 7k = 3k + 75$$

Xét các điều kiện ta có: $\begin{cases} 0 < 4k < 100 \\ 0 < 25 - 7k < 100 \\ 0 < 3k + 75 < 100 \end{cases} \Rightarrow 1 \le k \le 3$

có 3 giá trị của k $\Rightarrow$ có 3 cặp nghiệm

(4, 18, 78); (8, 11, 81); (12, 4, 84)

b. Một số trò chơi dân gian có liên quan đến toán học

Cứ mỗi dịp tết đến, xuân sang, các vùng, miền lại tổ chức những hội xuân để nhân dân có dịp gặp gỡ, giao lưu để tăng thêm tình làng xóm, tình đoàn kết của dân tộc ta và đây cũng là dịp các nam thanh nữ tú có cơ hội để giao duyên. Trong những hội xuân đó không thể thiếu các trò chơi dân gian và các trò chơi dân gian đó hầu như đều liên quan đến toán học từ những công cụ để chơi cho đến luật chơi. Ví dụ như các trò: Nhún đu, đánh quay, ô ăn quan.

**** Nhún đu***

Từ trong Tết bên cạnh đình hay một thửa ruộng rộng rãi, khô ráo người ta chuẩn bị các cột đu. Họ chọn cây tre to, dài, để trồng đu. Một cây đu có thể được trồng bởi 4-6 cây tre to, dài, mỗi một bên có hai hoặc ba cây tre chụm vào nhau, phải đảm bảo ***tính đối xứng*** và vững chắc để chịu đựng được sức nặng của hai người cùng với lực đẩy quán tính. Hai cây tre làm cần đu nhỏ vừa tay cầm gọi là cần đu. Cần đu cũng là những cây tre dài nhưng thon nhỏ, (thường phải là tre đực) để lúc người đu nắm vào cho gọn và chắc tránh xảy ra trượt hay tuột tay lúc đu nhanh, mạnh. Khi chuẩn bị công cụ để chơi thì người làm đu tính toán sao cho ***chiếc đu phải đảm bảo tính đối xứng và sự cân bằng, lực làm cho đu di chuyển chính là mô hình tiếp tuyến.***

*** Đánh quay**

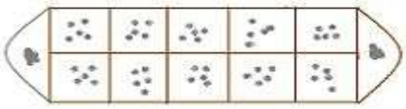
Con quay: Khi đẽo con quay phải đảm bảo nguyên tắc con quay phải cân đối, tròn đều. Trong toán học, những hình trên được gọi là những ***hình tròn xoay***. Con quay thường được làm bằng gỗ, sừng súc vật có cấu tạo gồm 3 phần chủ yếu là thân, đinh quay và mấu để quấn dây. Thân được chế tác theo hai hình dạng chính: hình quả chuông và ***hình nón cụt***. Con quay thân hình quả chuông gọi là *cù chuối* hay *quay chuối*; con quay có thân ***hình nón cụt*** gọi là *cù dái dê* hay *quay dái dê*.

Ô ăn quan

Ô ăn quan, hay còn gọi tắt là *ăn quan* là một trò chơi dân gian của trẻ em người Kinh, Việt Nam mà chủ yếu là các bé gái. Đây là trò chơi có tính chất chiến thuật thường dành cho hai người chơi và có thể sử dụng các vật liệu đa dạng, dễ kiếm để chuẩn bị cho trò chơi.

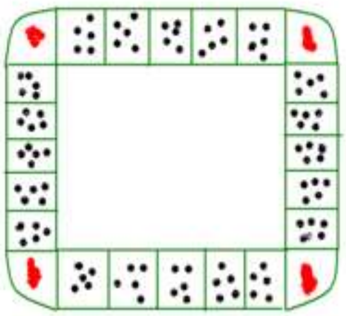
Hiện chưa rõ nguồn gốc cũng như thời điểm bắt đầu nhưng chắc chắn rằng *Ô ăn quan* đã có ở Việt Nam từ rất lâu đời, có thể nó được lấy cảm hứng từ những cánh đồng lúa nước ở nơi đây. Những câu truyện lưu truyền về Mạc Hiển Tích (chưa rõ năm sinh, năm mất), đỗ Trạng nguyên năm 1086 nói rằng ông đã có một tác phẩm bàn về các phép tính trong trò chơi *Ô ăn quan* và đề cập đến ***số ẩn*** **(số âm)** của ô trống xuất hiện trong khi chơi. Ô ăn quan đã từng phổ biến ở khắp ba miền Bắc, Trung, Nam của Việt Nam nhưng những năm gần đây chỉ còn được rất ít trẻ em chơi. Bảo tàng Dân tộc học Việt Nam có trưng bày, giới thiệu và hướng dẫn trò chơi này.

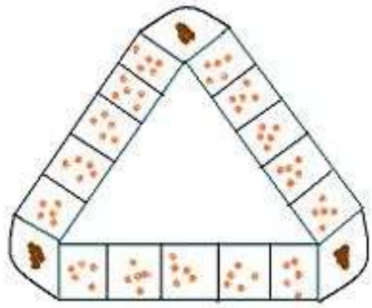
Bàn chơi Ô ăn quan kẻ trên một mặt bằng tương đối phẳng có kích thước linh hoạt miễn là có thể chia ra đủ số ô cần thiết để chứa quân đồng thời không quá lớn để thuận tiện cho việc di chuyển quân, vì thế có thể được tạo ra trên nền đất, vỉa hè, trên miếng gỗ phẳng.... Bàn chơi được kẻ thành một hình chữ nhật rồi chia hình chữ nhật đó thành mười ô vuông, mỗi bên có năm ô đối xứng nhau. Ở hai cạnh ngắn hơn của hình chữ nhật, kẻ hai ô hình bán nguyệt hoặc hình vòng cung hướng ra phía ngoài. Các ô hình vuông gọi là *ô dân* còn hai ô hình bán nguyệt hoặc vòng cung gọi là *ô quan*. Trò chơi thường gồm hai người chơi, mỗi người ngồi ở phía ngoài cạnh dài hơn của hình chữ nhật và những ô vuông bên nào thuộc quyền kiểm soát của người chơi ngồi bên đó.



Biến thể: Bàn chơi ô ăn quan cho 3 người: có hình tam giác đều với 3 *ô quan* ở 3 đỉnh của tam giác, ở mỗi cạnh kẻ 5 ô vuông để làm *ô dân*. **Người** chơi ngồi ở phía cạnh tam giác có các ô dân thuộc quyền kiểm soát của mình.

Bàn chơi cho 4 người: có hình vuông với 4 ô quan ở 4 góc vuông, các ô dân hình vuông kẻ ở 4 cạnh, mỗi cạnh 5 ô. Người chơi ngồi ở phía cạnh hình vuông có những *ô dân* thuộc quyền kiểm soát của mình.





Trong trò chơi ô ăn quan cho 2 người, 3 người hay 4 người thì HS đều phải dự đoán bước đi của đối phương để đưa ra cách đi của mình.

* Trong các hoạt động chung của nhà trường, ví dụ như các buổi chào cờ vào mỗi sáng thứ hai, các giáo viên trong tổ toán kết hợp với Đoàn thanh niên tổ chức cuộc thi "kể chuyện về các nhà toán học".

Hình thức tổ chức như sau:

- Phát động cuộc thi "kể chuyện về các nhà toán học" tới tất cả HS trong toàn trường. Mỗi một lớp là một đội, từng lớp sẽ cử người tham gia cuộc thi, cả lớp cùng chuẩn bị phần thi cho người đại diện của lớp đó, nội dung thi của HS đại diện lớp đó sẽ là trí tuệ của cả lớp.

- Trong khoảng thời gian 45 phút của giờ chào cờ, sau khi hoàn thành xong các công việc của buổi chào cờ, giành một nửa thời gian để tổ chức cuộc thi cho khoảng 4 đến 5 lớp của một khối (nếu là trường lớn thì một khối chia ra làm hai buổi thi).

- Ban tổ chức dựa vào chương trình học của từng khối để chọn nội dung, chủ đề thi tương ứng. Mỗi một khối thi trong một (hoặc hai) buổi chào cờ, và cứ thế quay vòng trở lại. Ban giám khảo cho điểm, tổng kết đợt thi, trao giải cho các nhân xuất sắc và tập thể tích cực nhất cùng với các hoạt động khác của nhà trường nhân dịp chào mừng các ngày lễ lớn.

Những cuộc thi như đã nêu trên rất bổ ích đối với HS, không những giúp các em thêm hiểu biết về lịch sử toán mà còn giúp các em tăng thêm tinh thần đoàn kết, tương trợ lẫn nhau trong tập thể, giúp cho các em thêm yêu và gắn bó với lớp, với trường nhiều hơn.

2.2.6. Biện pháp 6: Tích hợp với dạy học tin học

Trong dạy học tin học lớp 10 có 4 tiết thực hành về sử dụng Internet, GV toán kết hợp với GV tin yêu cầu HS tìm hiểu kiến thức lịch sử toán có liên quan đến chương trình toán mà các em đang học. GV toán và GV tin cung cấp địa chỉ các trang web cho HS vào hoặc các em có thể tìm qua trang web http://google.com.vn/

HS tìm hiểu thêm các kiếm thức toán học, lịch sử toán học hay các nhà toán học qua Internet, HS có thể vào các trang: diendantoanhoc.net; www.maths.vn; diendantoanhoc.org; diendantoanhoc.info; thongtintoanhoc.net; thongtintoanhoc.com; toanthpt.net; vi.wikipedia.org; vi.shvoong.com; www.nxbgd.com.vn; www.ideafinder.com; . . .

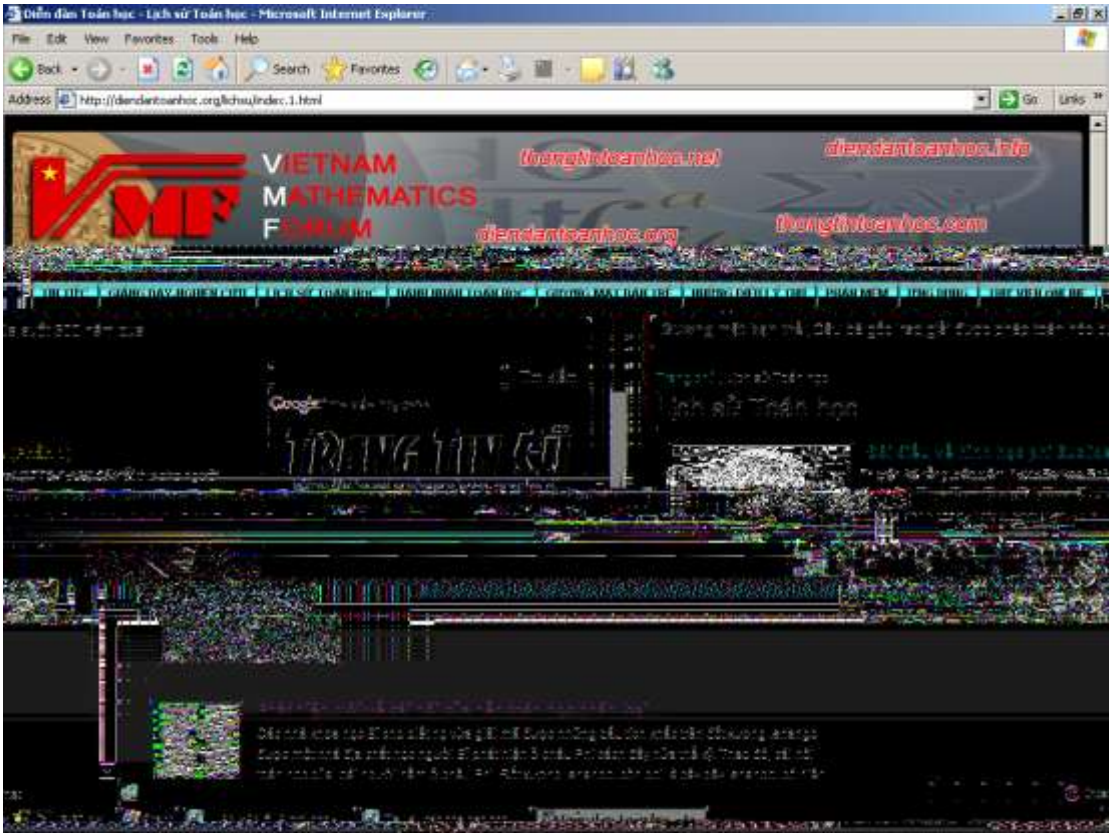
2.2.7. Biện pháp 7: Lập "diễn đàn" trên trang web nhà trường hoặc trên tường của các lớp

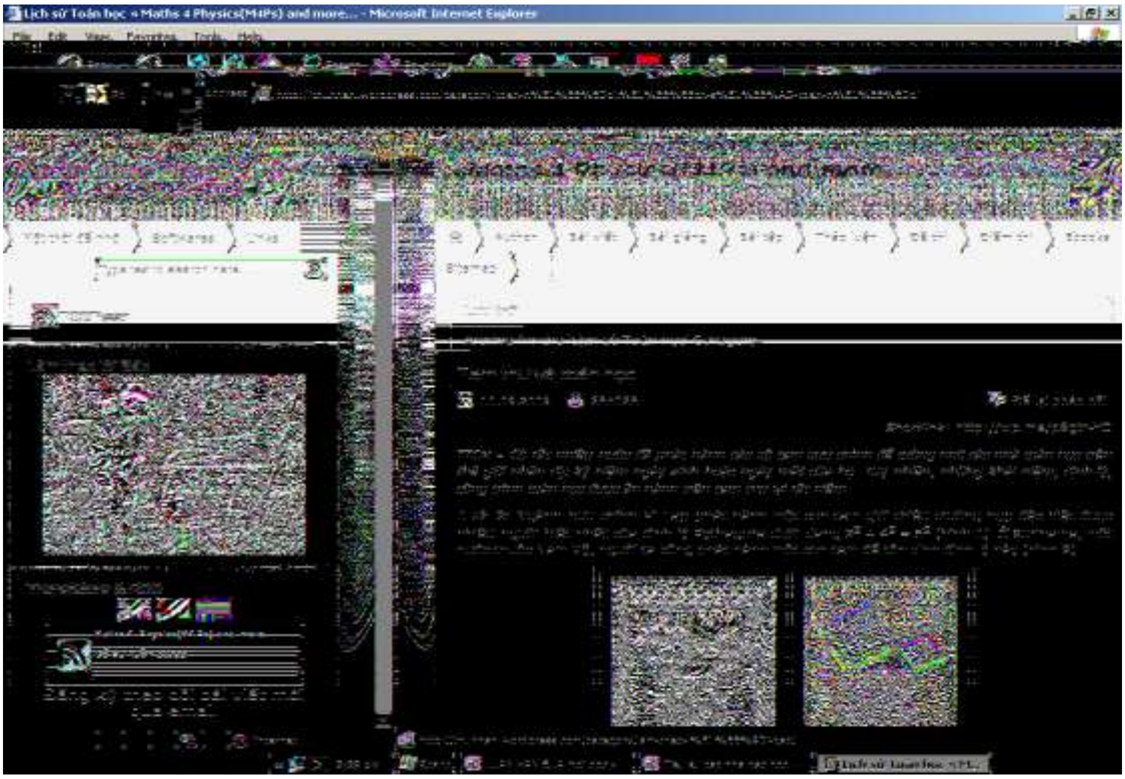
Trong trường, tổ toán kết hợp với Đoàn thanh niên lập ra "diễn đàn tìm hiểu lịch sử toán học" trên trang web. Đoàn thanh niên có vai trò tổ chức, vận động, khích lệ các HS tham gia vào diễn đàn. Các GV toán chịu trách nhiệm về nội dung, tổng kết đánh giá, nhận xét về chất lượng của các bài tham gia.

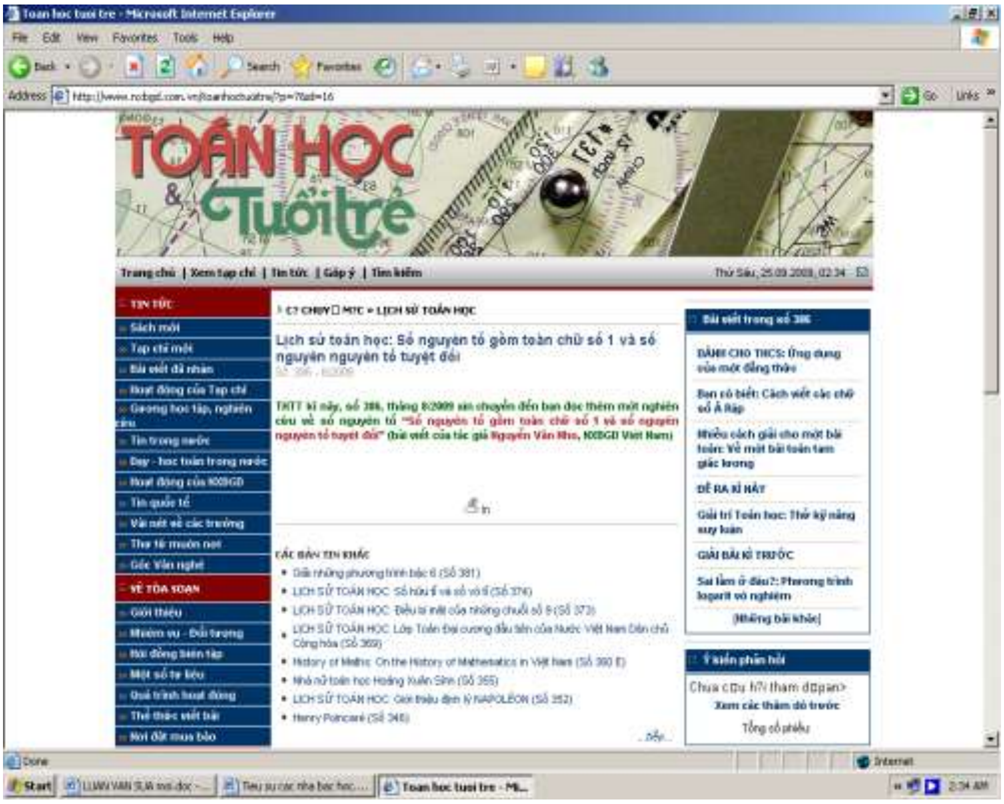
Hàng tháng GV ra chủ đề tìm hiểu gắn với chương trình học, yêu cầu HS các lớp trong khối sưu tầm, viết bài để đăng trên tờ báo tường của lớp.

Cuối tháng GV tổng kết, nhận xét, đánh giá chất lượng các bài viết, lớp nào có số lượng các bài viết nhiều nhất và hay nhất sẽ được Đoàn thanh niên thưởng và cộng điểm thi đua trong tháng.

*** Ảnh một số trang web:**


Diễn đàn Toán học - Lịch sử Toán học - Microsoft Internet Explorer
File Edit View Favorites Tools Help
http://diendantoanhoc.org/lichsu/index.1.html
VIETNAM
MATHEMATICS
FORUM
thongtintoanhoc.net
diendantoanhoc.info
diendantoanhoc.org
thongtintoanhoc.com


Lịch sử Toán học « Maths 4 Physics(M4Ps) and more... - Microsoft Internet Explorer



2.2.8. Biện pháp 8: Khai thác công nghệ thông tin, phần mềm để thiết kế các bài giảng về lịch sử toán ở dạng Mullimedia

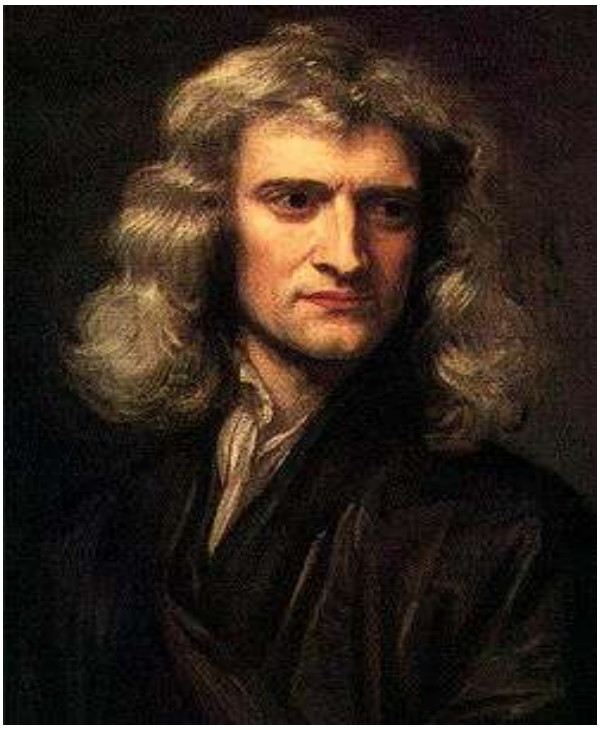
Để chuẩn bị cho một bài giảng điện tử về lịch sử toán, GV cần thực hiện các bước như sau:

a. Ngoài nội dung có trong tài liệu, GV có thể vào Internet lấy thêm thông tin để chuẩn bị cho việc thiết kế bài giảng. Ngoài dạng văn bản phải chú ý đến thông tin ở dạng hình ảnh, sơ đồ, âm thanh, . . .

b. GV Sử dụng phần mềm để thiết kế bài giảng điện tử.

c. Sử dụng máy chiếu để trình bày.

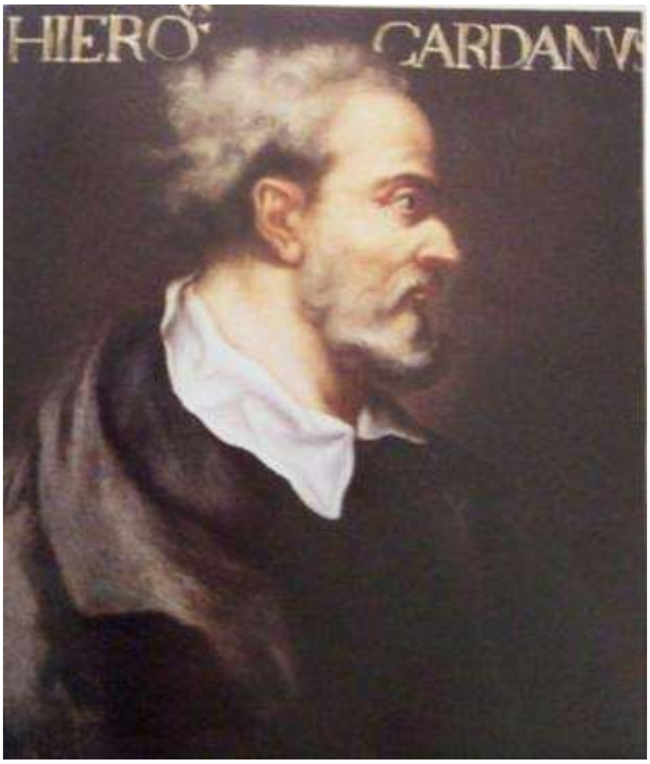
Ví dụ về một số hình ảnh của các nhà toán học có thể sử dụng trong các bải giảng điện tử.



Isaac Newton, bức vẽ của Godfrey Kneller năm 1689

Nhà toán học Francois_Viete

Nhà toán học Fibonacci



Nhà toán học Cardano

Nhà toán học Pascal

Nhà toán học Leonhard_Euler

Nhà toán học Galois

KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Hệ thống các biện pháp nêu trong chương 2 là tương đối phù hợp với điều kiện thực tế các trường THPT trên địa bàn tỉnh Thái Nguyên và một số vùng lân cận, nó cho phép ta giải quyết được hai bài toán đã đặt ra là:

1. Trang bị kiến thức về lịch sử toán cơ bản cho GV và chỉ cho họ cách tự làm giầu những kiến thức về lịch sử toán của mình.

2. Xác định được một số biện pháp để truyền thụ kiến thức lịch sử toán cho HS THPT trong dạy học toán.

Chương III
THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích, nhiệm vụ, nguyên tắc, nội dung thực nghiệm

3.1.1. Mục đích thực nghiệm

- Kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của việc áp dụng một số biện pháp nhằm trang bị tri thức lịch sử toán trong dạy học toán ở trường THPT trên địa bàn Thái Nguyên.

- Tìm hiểu khả năng phát triển của đề tài.

3.1.2. Nhiệm vụ thực nghiệm

- Thực hiện một số biện pháp nhằm trang bị tri thức lịch sử toán trong dạy học đã nêu ở chương 2 và tổ chức dạy học xen kẽ nội dung lịch sử toán, tổ chức các trò chơi, hoạt động ngoại khóa toán học cho đối tượng HS trường THPT Thái Nguyên.

- Triển khai kiểm tra nhận thức về lịch sử toán và khả năng nắm được tri thức lịch sử toán.

- Phân tích kết quả thực nghiệm.

3.1.3. Nguyên tắc thực nghiệm

- Đảm bảo các tri thức về lịch sử toán mà SGK đã nêu, mở rộng thêm một số tri thức về lịch sử một số vấn đề toán trong chương trình toán THPT.

- Phù hợp với đối tượng học sinh.

- Kết quả thực nghiệm phải được xử lý một cách khách quan, khoa học.

3.2. Nội dung thực nghiệm

1. Chuẩn bị tài liệu thực nghiệm: Soạn và tìm hiểu tài liệu có liên quan đến lịch sử vấn đề và các nhà toán học để bổ sung trong từng giờ giảng, chuẩn bị trò chơi, lên kế hoạch tổ chức hoạt động ngoại khóa toán học, phiếu học tập.

2. Tiến hành các biện pháp (đã nêu ở chương 2) nâng cao hiệu quả việc trang bị lịch sử toán trong dạy học.

3. Tiến hành kiểm tra bằng các phiếu trắc nghiệm đánh giá sự hiểu biết lịch sử toán của HS.

4. Đánh giá sơ bộ, rút kinh nghiệm qua mỗi giờ dạy và sau mỗi một lần tổ chức trò chơi hay hoạt động ngoại khóa toán học.

5. Điều chỉnh, bổ sung (nếu có), đánh giá tổng hợp kết quả thực nghiệm.

6. Thời gian tiến hành thực nghiệm sư phạm:

+ Tháng 4/2009, tổ toán trường THPT Thái Nguyên thực hiện một buổi sinh hoạt tổ chuyên môn với chủ đề: tìm hiểu lịch sử về PP quy nạp toán học, giới hạn và đạo hàm. Yêu cầu tất cả các GV đang tham gia giảng dạy khối 11 tham gia, mỗi GV có một bài viết về lịch sử của một trong những vấn đề đã nêu ở trên hay tìm hiểu về các nhà toán học có liên quan (có biên bản kèm theo).

+ Tháng 4/2009, tổ chức cuộc thi tìm hiểu lịch sử toán cho HS toàn trường THPT Thái Nguyên (biện pháp 6, 2.2.6, chương 2).

+ Tháng 5/2009, tổ chức buổi dạ hội toán học cho HS khối 11 của trường THPT Thái Nguyên, gồm 6 lớp chia làm 3 đội (đã nêu trong chương 2)

+ Tháng 8, 9/2009, tác giả luận văn cùng với hai GV: Phạm Việt Hằng - Trường THPT Dương Tự Minh, Cao Thị Hiền – Trường THPT Nguyễn Huệ trực tiếp dạy thực nghiệm tại một số lớp 10 và 11. Cụ thể như sau:

Dạy học bài "Tập hợp và các phép toán trên tập hợp", (Đại số 10 nâng cao, tiết 7, 8 theo PPCT), nêu ví dụ về các tập hợp số, chúng tôi đưa ra kiến thức về lịch sử của hệ thống số, con người đã bắt đầu biết đếm như thế nào, nêu lên giai đoạn 1 của sự phát triển toán học: Sự phát sinh của toán học, lịch sử số nguyên tố, số vô tỉ, số thập phân (đã nêu trong phần phụ lục).

Dạy học bài "Đại cương về hàm số" (Đại số 10 nâng cao, tiết 15,16,17 theo PPCT), chúng tôi đưa ra kiến thức về lịch sử khái niệm hàm số, sự tương quan hàm số (đã nêu ở chương 2).

Dạy học bài "Hàm số lượng giác" (Đại số 11, tiết 1,2,3,4,5 theo PPCT), chúng tôi yêu cầu HS tìm hiểu về số π, các em tự tìm kiếm thông tin qua Internet hay qua các tài liệu khác để viết bài về lịch sử số π. Đến tiết sau, GV thu bài viết của HS, đánh giá và nhận xét về chất lượng cũng như ý thức tham gia của các em.

+ Tháng 9/2009, tác giả luận văn tổ chức buổi sinh hoạt ngoại khóa theo chủ đề tháng 9 đối với lớp chủ nhiệm là lớp 11A4, trường THPT Thái Nguyên có xen kẽ các trò chơi toán học.

+ Tháng 9/2009, chúng tôi kết hợp với GV dạy tin một số lớp 10 ở ba trường nói trên, yêu cầu HS ở các lớp tìm hiểu lịch sử về vecter, về các hệ thống số, về khái niệm tương quan hàm số trong các tiết thực hành sử dụng Internet, sau đó yêu cầu HS trình bày lại những thông tin vừa tìm được qua văn bản.

3.3. Đánh giá kết quả thực nghiệm

Để có thông tin kiểm chứng hiệu quả thực nghiệm sư phạm, chúng tôi đã triển khai thăm dò ý kiến HS và đánh giá nhận thức của HS về kiến thức lịch sử toán với nội dung sau:

*** Phiếu thăm dò ý kiến HS:**

Câu hỏi:

1. Em có hưởng ứng các hoạt động tìm hiểu về lịch sử toán học của GV đã đề ra hay không?

Có: ☐ Không: ☐

2. Kiến thức về lịch sử toán có quan trọng đối với người học toán hay không?

Có: ☐ Không: ☐

3. Các hoạt động mà em đã tham gia có giúp cho các em hào hứng tiếp thu kiến thức lịch sử toán hơn hay không?

Có: ☐ Không: ☐

*** Phiếu đánh giá nhận thức của HS về kiến thức lịch sử toán học:**

**** Phần dành cho học sinh lớp 10:***

Câu 1: A-ben là nhà toán học đã chứng minh được rằng không thể giải phương trình tổng quát bậc lớn hơn bốn bằng các phương tiện đại số thuần túy.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 2: Từ xa xưa, người ta đã gọi bảng tang và côtang là bảng "bóng".

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 3: Nhà toán học Ơ-le đã tìm ra công thức nghiệm của phương trình bậc ba và bậc bốn qua các hệ số cỏa nó.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 4: Ghê-ooc Can-to là nhà toán học đã sáng lập nên:

A. Lôgic toán

B. Lý thuyết tập hợp

C. Định lý về tổng và tích hai nghiệm của phương trình bậc hai

D. Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân.

Câu 5: Nhà toán học nào là người đầu tiên đề cập đến khái niệm "Radian"?

A. Lê-ô-na Ơ-le B. Ta-lét

C. Các-da-nô D. Hen-rich A-ben

Câu 6: Nhà toán học nào là người đầu tiên xây dựng nên khái niệm vectơ?

A. Hin-be B. E-va-rit Ga-loa

D. Hec-man Grat-xơ-man C. William Hamilton

Đáp án: Câu 1: Đ Câu 4: B

Câu 2: Đ Câu 5: A

Câu 3: S Câu 6: C

**** Phần dành cho học sinh lớp 11:***

Câu 1: Cuốn sách "*nghệ thuật phỏng đoán*" của nhà toán học Bernoulli được coi là sự mở đầu của lý thuyết xác suất.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 2: Nhà toán học Pháp, Fec-ma đã chứng minh rằng "mọi số có dạng $2^{2^n}+1,\ \forall n \in \mathbb{N}$ đều là những số nguyên tố" bằng phương pháp quy nạp hoàn toàn.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 3: Nhà bác học Anh Newton là người đầu tiên đề xuất thuật ngữ "giới hạn" (dịch từ chữ Latinh "limes").

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 4: Pascal là nhà toán học đầu tiên

A. Phát minh ra máy tính

B. Khai sinh ra Lý thuyết xác suất

C. Bảng số của các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-ton

D. Cả ba đáp án trên.

Câu 5: Cô-si là nhà toán học nghiên cứu về:

A. Giải tích B. Đại số

C. Hình học D. Cả ba đáp án trên.

Câu 6: Ta-let là nhà:

A. Toán học B. Thiên văn học

C. Triết học D. Cả ba đáp án trên.

Đáp án: Câu 1: Đ Câu 4: D

Câu 2: S Câu 5: D

Câu 3: Đ Câu 6: D

**** Phần dành cho học sinh lớp 12:***

Câu 1: Nhà toán học Pi – ta – go là người đầu tiên tìm ra các hình đa diện đều.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 2: Những phát minh về lôgarit của Nê- pe đã giúp đơn giản hóa nhiều phép tính trong ngành thiên văn.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 3: Phép tính vi phân và tích phân là do duy nhất nhà bác học Anh sáng tạo ra.

Đúng: ☐ Sai: ☐

Câu 4: Nê-pe là nhà toán học đầu tiên

A. Phát minh ra Lý thuyết xác suất

B. Khai sinh ra Logarit

C. Phép tính tích phân

D. Số phức.

Câu 5: Cô-si là nhà toán học nghiên cứu về:

A. Giải tích B. Đại số

C. Hình học D. Cả ba đáp án trên.

Câu 6: Niu-ton là nhà:

A. Toán học B. Thiên văn học

C. Vật lý học D. Cả ba đáp án trên.

Đáp án: Câu 1: S Câu 4: B

Câu 2: Đ Câu 5: D

Câu 3: S Câu 6: D

a. Nhận xét về mặt định tính:

Thông qua tiết học và quan sát, trao đổi với học sinh, với giáo viên và với các giáo sinh đã dự tiết học chúng tôi nhận thấy: Việc sử dụng các nội dung của tài liệu thực nghiệm đã khắc phục được những khó khăn, hạn chế của giáo viên và học sinh trong việc giảng dạy môn toán. Đó là vì:

+ Những kiến thức toán học không xa lạ đối với HS nhưng lịch sử của vấn đề thì hoàn toàn mới mẻ. Ví dụ như từ lớp 7 HS đã được làm quen với khái niệm hàm số, lên lớp 10 HS được học lại khái niệm hàm số một cách đầy đủ hơn nhưng kiến thức về lịch sử của hàm số thì hoàn toàn mới mẻ. Vì thế những nội dung trong tài liệu đặc biệt gây được hứng thú đối với HS.

+ Cách tiếp cận các vấn đề về lịch sử toán gần như chỉ mang tính tham khảo, không nặng nề, không mang tính bắt buộc, không phải suy luận giống như khi học các kiến thức toán.

- Các vấn đề về lịch sử toán, các trò chơi, các hình ảnh của các nhà toán học được thiết kế trên phần mềm Power Point, Flash với các trang liên kết giúp GV chủ động và trình bày tốt hơn trong giờ giảng, trong việc tổ chức các trò chơi.

- Các biện pháp đã nên trên không chỉ là cung cấp thông tin về lịch sử toán mà còn nhằm cung cấp phương tiện cho việc tìm tòi, sáng tạo, học tập độc lập của HS.

- Hệ thống các biện pháp giúp GV thực hiện được vai trò người tổ chức hướng dẫn và điều khiển hoạt động nhận thức của học sinh một cách chủ động và linh hoạt. Các trò chơi, các buổi sinh hoạt ngoại khóa toán học đã tạo cho cả HS và GV sự thoải mái, mang đúng tinh thần “học mà chơi, chơi mà học”.

- Các tài liệu về lịch sử toán, các câu chuyện và hình ảnh của các nhà toán học được kết hợp xen kẽ vào các tiết học đã giúp cho bài học trở nên phong phú hơn, sinh động hơn và thu hút được sự chú ý của học sinh. Các tài liệu về lịch sử toán mà trong các trò chơi, các buổi sinh hoạt ngoại khóa đã đề cập đến rất bổ ích đối với HS, giúp cho các em thêm hiểu biết và tiếp cận với kiến thức một cách sâu sắc hơn.

- Thông qua việc thực hiện các nhiệm vụ học tập giúp HS chủ động hơn, tích cực hơn và hào hứng hơn trong tiết học, việc tham gia các trò chơi, các buổi sinh hoạt ngoại khóa giúp cho HS gần gũi nhau và có tinh thần đoàn kết hơn. Việc trình bày nội dung đã chuẩn bị của nhóm trong giờ học, trong các buổi sinh hoạt ngoại khóa đã rèn luyện cho các em rất nhiều kĩ năng (nói, viết, trình bày vấn đề,…) các em trở nên mạnh dạn, tự tin hơn.

- Nhìn chung học sinh ở các lớp thực nghiệm nắm được các kiến thức về lịch sử toán, các em biết được nguồn gốc của vấn đề mà mình đang học cũng như các nhà toán học có liên quan.

- HS tham gia các hoạt động mà giáo viên đề ra rất nhiệt tình và hào hứng và có số điểm rất cao, các đội đạt số điểm rất cao. Điều đó phản ánh hệ thống phương pháp sư phạm trong khi được sử dụng trong khi thực hiện các biện pháp trong dạy học toán có tác động tích cực đến việc phát huy tính tích cực của học sinh, nâng cao một bước hiệu quả dạy học toán ở trường phổ thông.

b. Nhận xét về mặt định lượng

***** Phiếu thăm dò ý kiến HS: Số phiếu phát ra 300, kết quả:

Câu hỏi	Có	Không
1	100%	0%
2	94%	6%
3	92%	8%

***** Phiếu đánh giá nhận thức của HS về kiến thức lịch sử toán học:

** Phần dành cho học sinh lớp 10:*

Câu hỏi	Đúng (%)	Sai (%)
1	80	20
2	70	30
3	79	21
4	85	15
5	92	8
6	67	33

** Phần dành cho học sinh lớp 11:*

Câu hỏi	Đúng (%)	Sai (%)
1	85	15
2	75	25
3	82	18
4	90	10
5	91	9
6	79	21

** Phần dành cho học sinh lớp 12:*

Câu hỏi	Đúng (%)	Sai (%)
1	80	20
2	70	30
3	79	21
4	85	15
5	92	8
6	67	33

Qua quá trình thực nghiệm, HS dần dần đã có ý thức hơn trong việc tìm hiểu nội dung lịch sử các vấn đề mà mình đang học và đồng thời cũng nhận thức được ý nghĩa và vai trò của nó đối với người học toán. Từ đó, HS thấy rằng toán học thật gần gũi, không còn xa lạ, bớt đi tính trừu tượng, điều đó giúp cho tỷ lệ ham học toán tăng lên, kết quả học tập của HS cũng được nâng cao.

3.4. Nhận định chung về kết quả thực nghiệm sư phạm

Kết quả khả quan bước đầu trong đợt thực nghiệm sư phạm theo định hướng trên đã cho phép chúng tôi kết luận: Chúng ta hoàn toàn có thể vận dụng được các biện pháp trang bị tri thức lịch sử toán vào dạy học môn toán ở trường THPT. Kết quả thực nghiệm cho thấy rõ lịch sử toán đã góp phần tạo động cơ, hứng thú cho người học, góp phần nâng cao chất lượng học tập bộ môn toán cho HS.

Những nghiên cứu lý luận và thực nghiệm đã chứng tỏ rằng giả thiết khoa học mà đề tài đã đề ra là chấp nhận được.

KẾT LUẬN

Đề tài đã đạt được một số kết quả ban đầu như sau:

1. Xác định được vai trò quan trọng của lịch sử toán trong dạy học bộ môn toán ở trường THPT.

2. Tìm hiểu thực tế việc giảng dạy bộ môn toán nói chung và dạy lịch sử toán nói riêng ở trường THPT một số trường trong địa bàn tỉnh Thái Nguyên.

3. Xác định và hệ thống hóa được những nội dung tri thức lịch sử toán liên quan trực tiếp đến chương trình SGK toán ở THPT.

4. Đề xuất một hệ thống các biện pháp khả thi nhằm trang bị tri thức lịch sử toán cho GV và truyền thụ lịch sử toán cho HS.

5.Tiến hành thực nghiệm sư phạm để thể nghiệm và khẳng định hiệu quả của việc thực hiện các biện pháp trang bị tri thức lịch sử toán trong dạy học Toán ở trường THPT đã nêu ra.

6. Kết quả nghiên cứu cho thấy rõ vai trò quan trọng của lịch sử toán trong dạy học toán và tác động tích cực của các biện pháp luận văn đã đưa ra trong việc đổi mới PPDH và nâng cao chất lượng đào tạo.

7. Sản phẩm đã có: CD-Rom bao gồm một số kiến thức về lịch sử toán có liên quan đến chương trình toán THPT từ lớp 10 đến lớp 12, các câu hỏi kiểm tra kiến thức về lịch sử toán, một số trò chơi ô chữ nhằm truyền thụ tri thức lịch sử toán cho HS, một số tranh, ảnh về các nhà toán học.

Kiến nghị:

- Các trường THPT cần yêu cầu các giáo viên phải quan tâm đến việc dạy nội dung lịch sử toán cho HS, các tổ chuyên môn sinh hoạt theo định kì để thảo luận, trao đổi về kiến thức lịch sử toán.

- Giáo viên toán ở các trường THPT cần tìm ra nhiều biện pháp để trang bị kiến thức lịch sử toán cho HS, đồng thời nâng cao ý thức trau dồi kiến thức về lịch sử toán cho học sinh.

- Kiến thức về lịch sử toán rất quan trọng đối với một người GV toán, vì thế các trường Sư phạm cần trang bị tri thức lịch sử toán cho sinh viên một cách có hệ thống.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Hoàng Chúng, Võ Ứng Đoài, Nguyễn Văn Bằng, Phương *pháp tổng quát giảng dạy toán học ở trường Phổ thông*, NXB Giáo dục Hà Nội - 1960.

2. Nguyễn Bá Kim, *Phương pháp dạy học môn toán* (tái bản lần thứ ba), NXB Đại học Sư phạm - 2007.

3. Giáo sư Nguyễn Cang, *Lịch sử toán học*, NXB Trẻ.

4. Đảng cộng sản Việt Nam, *Nghị quyết hội nghị lần thứ IV BCHTƯ khóa VII về tiếp tục đổi mới sự nghiệp giáo dục và đào tạo* – Tạp chí NCGD, 2/1994.

5. Phạm Gia Đức, Đỗ Huy Thái, *Đề cương giáo trình Phương pháp giảng dạy môn toán* – Tủ sách Sư phạm - 1972.

6. Phạm Gia Đức, *Đổi mới PPDH môn toán trường THPT* – Tạp chí NCGD, 7/1995.

7. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Văn Như Cương (chủ biên), Phạm Vũ Khuê, Bùi Văn Nghị, *Hình học 10, nâng cao,* NXB Giáo dục, 6/2006.

8. **Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Văn Như Cương (chủ biên), Phạm Vũ Khuê, Bùi Văn Nghị,** *Hình học 10,* NXB Giáo dục, 6/2006. ?

9. **Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (chủ biên), Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng, Trần Văn Vuông,** *Đại số 10, nâng cao,* NXB Giáo dục, 6/2006.

10. **Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (chủ biên), Doãn Minh Cường, Đỗ Mạnh Hùng, Nguyễn Tiến Tài,** *Đại số 10,* NXB Giáo dục, 6/2006.

11. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Văn Như Cương (chủ biên), Phạm Khắc Ban, Tạ Mân, *Hình học 11, nâng cao,* NXB Giáo dục, 6/2006.

12. **Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Nguyễn Mộng Hy (chủ biên), Khu Quốc Anh, Nguyễn Hà Thanh, Phan Văn Viện,** *Hình học 11,* NXB Giáo dục, 6/2006.

13. **Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (chủ biên), Nguyễn Xuân Liêm, Nguyễn Khắc Minh, Đặng Hùng Thắng,** *Đại số 11, nâng cao,* NXB Giáo dục, 6/2006.

14. **Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (chủ biên), Đào Ngọc Nam, Lê Văn Tiến, Vũ Viết Yên,** *Đại số 11,* NXB Giáo dục, 6/2006.

15. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Văn Như Cương (chủ biên), Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng, Tạ Mân, *Hình học 12, nâng cao,* NXB Giáo dục, 6/2006.

16. **Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Nguyễn Mộng Hy (chủ biên), Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyên,** *Hình học 12,* NXB Giáo dục, 6/2006.

17. **Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (chủ biên), Trần Phương Dung, Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng,** *Đại số 12, nâng cao,* NXB Giáo dục, 6/2006.

18. **Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (chủ biên), Lê Thị Thiên Hương, Nguyễn Tiến Tài, Cấn Văn Tuất,** *Đại số 12,* NXB Giáo dục, 6/2006.

19. K. A – Rưp – Ni – Cốp, *Lịch sử toán học*, Tập I, Tập II, NXB Giáo dục, Hà Nội – 1967.

20. Howard Eves (Đại học Tổng hợp), *Giới thiệu lịch sử toán học*, người dịch Trần Tất Thắng, NXB Khoa học và kĩ thuật Công ty sách và thiết bị trường học Thành phố Hồ Chí Minh – 1993.

21. Valérie.Anne Giscard d'Estaing (Chủ biên), *Thế giới phát minh* (Le Livre Modial des Invention), tập III (Sách gồm 4 tập), NXB Khoa học và kỹ thuật Hà Nội -1994.

PHỤ LỤC

1. Lịch sử phát triển của hình học

Mỗi khoa học đều có nguồn gốc thực tế của nó. Hình học xuất phát từ nhu cầu đo đạc trong đời sống hàng ngày. Người Ai cập đã đóng góp một phần đáng kể cho bước đầu của hình học do việc đo đạc ruộng đất. Hàng năm họ phải đo lại ruộng đất vì mỗi lần nước lũ sông Nill tràn ra lại phá hết ranh giới của ruộng đất. Người Ai cập đã lập được những quy tắc thực hành rất chính xác; ví dụ: dựng góc vuông nhờ tam giác có 3 cạnh là 3, 4, 5; có những quy tắc gần đúng như tính diện tích vòng tròn qua diện tích hình vuông mà cạnh bằng $\frac{8}{9}$ đường kính vòng tròn, tính ra là $\frac{256}{81}r^2 = 3{,}1604....r^2$; người ta đi được đến những kết quả khá chính xác ấy bằng con đường thực nghiệm, qua quan sát, qua đo đạc mà không có sự chứng minh chặt chẽ; nhưng trong giai đoạn này người ta cũng đã bắt đầu lập được sự liên hệ giữa những sự kiện riêng lẻ về hình học, lập quy tắc này dựa trên những quy tắc khác đã lập trước nó.

Như vậy bài toán khó khăn là tính diện tích vòng tròn đã đưa về một bài toán dễ hơn: tính độ dài vòng tròn mà với bài toán sau thì nhà toán học Ấn độ đã biết giải khá chính xác: độ dài vòng tròn xấp xỉ $\frac{3927}{1250} = 3{,}1416$ lần đường kính. Ở đây không có sự chứng minh logic là lập những mệnh đề mới dựa trên những mệnh đề đã được thành lập trước nó nhưng các nhà toán học Ấn Độ đã biết kiểm tra lại bằng đo đạc. Người ta dùng quy nạp để đi tới chân lý. Ở trường hợp trên, những hình quạt cắt từ các nửa vòng tròn ra có khắc những răng cưa nhưng rõ ràng là nếu ta tăng số hình quạt lê càng nhiều bao nhiêu thì sự khác biệt đó càng ít đi bấy nhiêu và nếu số hình quạt tăng lên vô hạn thì sự khác biệt đó không còn nữa.

Giai đoạn thứ nhất của hình học có thể tìm thấy ở nhiều nước, nhưng chỉ có Hy lạp mới thấy rõ giai đoạn thứ hai từ thế kỷ VI đến thế kỷ III trước công nguyên; giai đoạn hệ thống hóa tất cả các kiến thức rời rạc, dựa trên thực nghiệm. Những khái niệm (trừ các khái niệm cơ bản) đã xác định một cách chính xácbằng định nghĩa. Người ta đã phân loại các mệnh đề mà không ai hoài nghi nữa vì nó được kiểm tra hàng ngày (tiên đề) và những mệnh đề tìm ra bằng kết luận lôgic trên cơ sở những tiên đề và những mệnh đề trước nó (các định lý).

Giai đoạn thứ hai về sự phát triển của hình học được gọi là giai đoan Ơ – clit, mang tên nhà bác học Hy lạp thế kỉ thứ III trước công nguyên, tác giả tập: "Cơ bản". Tác phẩm này là một tác phẩm kinh điển có ảnh hưởng to lớn đến sự phát triển khoa học và trong sự giảng dạy hình học.

Giai đoạn thứ ba, giai đoạn hiện đại của sự phát triển của hình học được mang tên Lô – ba – seps – ky, nhà toán học thiên tài Nga. Với sự phát minh của Lô – ba – seps – ky sự phát triển của hình học đã đưa tới sự phát triển các thứ hình học khác nhau, đưa tới những sự nghiên cứu về các vấn đề khác của toán học và vật lý. Sự phát triển này đòi hỏi phải có những nguyên lý cơ bản cho mọi bộ môn hình học, sự xây dựng tiên đề cho mỗi thứ hình học. Và người ta thấy được rằng sự trình bày về hình học trong cuốn "Cơ bản" của Ơ – clit không thỏa mãn các yêu cầu về xây dựng tiên đề. Thời gian gần đây người ta đã hình thành đầy đủ những nguyên tắc xây dựng một hệ thống tiên đề. Hin - be đã trình bày khá hoàn chỉnh hệ thống tiên đề của mình. Hệ này gồm 20 tiên đề và 8 khái niệm cơ bản như là: khái niệm về điểm, đường thẳng, mặt phẳng, sự kết hợp của điểm và đường thẳng, điểm và mặt phẳng, khái niệm "ở giữa", khái niệm về sự bằng nhau cảu các đoạn thẳng, các góc. Sau khi đã thừ nhận một số mệnh đề dưới hình thức tiên đề rồi, với tiên đề đó, bằng những lú luận cũng khá dài và khó, người ta đã chứng minh được tất cả những điều còn lại. Thí dụ người ta đã chứng minh định lý: nếu vòng tròn có tâm trên vòng tròn khác và qua tâm của vòng tròn ấy thì nó có 2 điểm chung với vòng tròn ấy. Ơ –clit không nói tới mệnh đề này trong hệ tiên đề và mệnh đề này cũng không ở trong hàng ngũ định lý, nhưng ông lại dùng nó để chứng minh định lý nói về khả năng dựng tam giác đều với cạnh là đoạn thẳng cho trước. Chứng minh mệnh đề này còn phải dựa vào tiên đề về sự liên tục, vì nếu những vòng tròn ấy không có tính chất liên tục thì có thể là chúng không có điểm chung.

Ba giai đoạn của sự phát triển của hình học có những nét riêng biệt khác nhau. Ở giai đoạn thứ nhất, nó là khoa học củ kinh nghiệm, phương pháp củ nó gần giống phương pháp của môn vật lý học hay thiên văn học. Đến giai đoạn thứ hai, cơ sở kinh nghiệm của nó căn bản bị thu hẹp lại, người ta đã đưa vào những lập luận lôgic nhưng người ta vẫn còn hay dùng trực giác với những tính chất "rõ ràng" của các hình học, thí dụ: mọi đường khép kín và không tự cắt nó thì chia ra mặt phẳng làm hai miền: miền trong và miền ngoài, người ta tìm ra sự liên hệ chặt chẽ của hình học với những thành tựu của vật lý và thiên văn học; cùng với hình học Ơ – clit đã xuất hiện những thứ hình học khác, số tiên đề đưa về tối thiểu, tất cả các mệnh đề khác đều phải được chứng minh hoặc dựa vào tiên đề hoặc dựa vào mệnh đề đã được chứng minh trước, hoàn toàn không được dựa vào trực giác. Về những khái niệm như: "ở trong", "ở ngoài", "ở giữa", "ở một bên", "ở hai phía khác nhau",… thì có khái niệm được đưa vào loại khái niệm cơ bản và nội dung được diễn đạt qua các tiên đề, như khái niệm "ở giữa" và những khái niệm còn lại thì được định nghĩa qua khái niệm cơ bản và các khái niệm đã được định nghĩa từ trước.

2. Các giai đoạn phát triển của toán học

Giai đoạn 1: SỰ PHÁT SINH CỦA TOÁN HỌC

Những khái niệm Toán học đầu tiên phát sinh rất sớm từ thượng cổ, do những nhu cầu về đếm và đo đơn giản nhất. Quá trình xuất hiện các khái niệm đó là một quá trình lâu dài và qua nhiều giai đoạn.

Ta hãy xét điển hình sự xuất hiện của phép đếm và giai đoạn đầu tiên của sự hình thành một khái niệm cơ bản là cách quan sát những bộ lạc man rợ còn sống ở một vài nơi và bằng cách nghiên cứu những dấu vết mà các giai đoạn ấy để lại trong ngôn ngữ của các dân tộc.

a) Một vài bộ lạc ở Nam Mỹ, ở châu Úc hiện nay, chưa biết đếm, trong ngôn ngữ của họ không có các chữ số. Tuy nhiên họ có khái niệm về "nhiều" và "ít": khi một tập hợp đối tượng quen thuộc (mà số lượng không nhiều lắm) có thay đổi thì họ biết được. Ví dụ trước khi đi săn, họ gọi chó săn lại, nhìn quanh một lượt, thiếu con nào thì họ lại gọi tiếp. Như vậy trong giai đoạn này, con số trong một tập hợp là một tính chất vật lý của tập hợp như các tính chất khác (như màu sắc, hình dạng...) Con người nhận thấy tính chất ấy một cách trực giác.

b) Xã hội loài người phát triển, người ta sống thành bộ lạc đông hơn và việc săn bắn có tổ chức: khi đi săn, muốn kiểm tra số vũ khí có đủ không, người ta phân phát vũ khí cho từng người; như vậy, con người đã biết thực hiện một phép tính đơn giản nhất là thiết lập sự tương ứng một một giữa hai tập hợp: người và vũ khí. Làm đi làm lại nhiều lần những việc tương tự trong quá trình thoả mãn các nhu cầu khác nhau của đời sống, người ta nhận thấy có cái gì chung cho những tập hợp ứng với nhau một một như vậy. Đời sống xã hội đưa đến chỗ phải đặt tên cho cái gì chung ấy. Và như vậy, con người đã bắt đầu biết đếm.

Ban đầu, người ta lấy tên của một số tập hợp mẫu ở chung quanh để gọi. Ví dụ ở Ấn Độ xưa: "Mặt trời" là chỉ con số một, "cánh chim" hay là "con mắt" (2), "chân chó" (4), "bàn tay" 95), v.v...

Lúc đầu, cũng chỉ đếm được với những tập hợp ít phần tử, quá một số nào đó thì dùng chữ có nghĩa là "nhiều". Có bộ lạc ngày nay, trong ngôn ngữ chỉ có "một", "hai" và "nhiều" (từ ba trở lên). Điều đó đã để dấu vết lại trong ngôn ngữ của các dân tộc: trong tiếng Pháp chữ "très" (là rất, nhiều) âm thanh rất gần chữ "tròis" (là ba), trong tiếng La - tinh chữ ter, trong tiếng Anh chữ thrice có nghĩa là "ba lần" hay "nhiều lần", trong tiếng ta, câu thường dùng: "năm lần bảy lượt", trong tiếng Nga có nhiều thành ngữ mà chữ "bảy" có nghĩa là "nhiều", ví dụ "không đợi ai quá 7 lần" v.v... Ngày nay có bộ lạc ở Ghi - nê còn đếm như thế này: trên từng ngón tay họ gọi: be, be, be, be, ibon - be (bàn tay, tức là năm), rồi tiếp be, be... i- bon - a - li (hai bàn tay, tức là 10) rồi họ tiếp tục đếm với ngón chân, đến 15 thì gọi là xam - ba - be (nghĩa là bàn chân) đến 20 thì gọi là xam - ba a - li (nghĩa là hai bàn chân), đến quá 20 thì phải dùng bàn tay và chân của một người khác mới đếm được. Có bộ lạc dùng ngón tay, ngay chân, khuỷu tay, vai, đầu... đến được đến 33 thôi. Nhiều dân tộc thiểu số ở ta cũng có tình trạng tương tự. Việc dùng tên tập hợp mẫu để gọi trước khi có "con số" để gọi riêng cũng giống như đối với các khái niệm khác: trước khi có tiếng riêng để chỉ tính chất hay hình dáng của vật (như tiếng "cứng", "tròn"), con người đã dùng những tiếng "như đá" (để chỉ tính chất cứng), "như mặt trời" (để chỉ hình dáng tròn) v.v...

c) Tiến đến chỗ không để ý đến tính chất của các phần tử của tập hợp trong mỗi trường hợp khảo sát riêng biệt, tức là trừu xuất các tính chất ấy đi dần dần người ta xây dựng được khái niệm về các số 1, 2, 3, 4, 5... và nói một cách tổng quát, khái niệm về các số tự nhiên, đặc trưng cho cái gì chung cho mọi tập hợp tương đương hữu hạn.

Chỉ xét sơ lược như thế, chúng ta cũng có thể thấy rằng: "Muốn đếm, con người phải có khả năng trừu xuất tất cả các tính chất khác của đối tượng, mà chỉ giữ lại "con số" thôi. Đó là kết quả của một quá trình lâu dài, dựa trên thực nghiệm" (Ăng - ghen).

Từ chỗ biết đếm, con người có những khái niệm đầu tiên về số tự nhiên. Nhu cầu đời sống đưa đến chỗ phải biết tính và từ chỗ tính nhẩm, phát sinh dần hệ thống ghi số, rồi khái niệ về bốn phép tính số học. Nhu cầu đo đạc và chia phần đưa đến khái niệm về phân số và các phép tính về phân số. Như vậy, dần dần hình thành cơ sở của môn Số học. Đồng thời, nhu cầu đo đạc diện tích và thể tích và sau đó nhu cầu Thiên văn học (trong nông nghiệp và giao thông hàng hải) đã sớm đưa đến những khái niệm Hình học và phát sinh môn Hình học.

Những quá trình trên đây tiến hành lâu dài, trong nhiều dân tộc, độc lập với nhau và song song nhau.

Trong giai đoạn này, có giá trị đặc biệt đối với sự phát triển về sau của khoa học, là những kiến thức về Số học và Hình học ở Ai - Cập và Mê - sô - pô - ta - mi (trung tâm là Ba - bi - lon) mà chúng ta sẽ xét chi tiết hơn:

Chúng ta biết rằng môn Hình học đã phát sinh đầu tiên ở Ai - Cập, do nhu cầu đo đạc đất đai sau mỗi vụ lụt của sông Nin. Công trình vĩ đại mà người Ai - Cập để lại là mấy Kim - tự - tháp, chứng tỏ một trình độ kỹ thuật và Toán học khá cao từ mấy nghìn năm trước Công lịch.

Những tài liệu xưa nhất còn truyền đến ta chỉ có một tập pa - py - rut (khoảng thế kỷ 17 trước Công lịch) và chắc chắn nó chưa phải là tài liệu đầu tiên.

Tập pa - py - rút chứa một số bài toán có nội dung số học và hình học mà người Ai - Cập giải theo những quy tắc xác định, nhưng không có lý thuyết gì cả. Có quy tắc tính với số nguyên và phân số. Khi tính nhân thì dùng những bảng đặc bệit, khá phức tạp. Có bài giải một vài bài toán mà nội dung là giải phương trình bậc nhất ngày nay, và có cả cấp số cộng và cấp số nhân. Đặc biệt là cách viết về biến đổi phân số: Người Ai - Cập bao giờ cũng viết một phân số dưới dạng tổng số của hai phân số mà tử số là 1. Ví dụ:

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18};\ \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{6.5}$$

Về Hình học, có quy tắc tính diện tích hình tam giác, hình thang, thể tích hình hộp mà đáy là hình vuông. Đặc biệt là họ đã biết tính thể tính hình chóp cụt mà đáy là hình vuông, theo công thức:

$$V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)\ V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$$

Khi tính diện tích hình tròn, thể tích hình trụ và hình nón thì họ dùng π = 3, đôi khi dùng: $\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3,16...$

Các quy tắc trên đây đều dựa trên thực nghiệm, không có lý thuyết chứng minh. Cho nên cũng có những quy tắc sai. Ví dụ: để xác định diện tích của một tam giác cân, người Ai - Cập đã lấy nửa tích của đáy với cạnh bên, chứ không phải với chiều cao.

Giai đoạn 2 - TOÁN HỌC SƠ CẤP

Những kiến thức Toán học rất rời rác và chỉ dựa trên thực nghiệm ở Ai - Cập và Ba - bi - lon được truyền sang Hi - Lạp vào khoảng thế kỷ 12 trước Công lịch và ở đây, bắt đầu từ thế kỷ thứ 7 trước Công lịch, người ta đã biết đến hệ thống hoá các kiến thức đó lại, bắt đầu xây dựng cơ sở hệ thống và lôgic của Toán học. Toán học đã trở thành một khoa học suy diễn - nghĩa là xuất phát từ một số mệnh đề cơ bản (tiền đề) được công nhận là đúng, cố nhiên trên cơ sở thực nghiệm, để suy ra những kết quả khác bằng đường lối suy luận lô - gich.

Bước đầu tiên trong lịch sử phát triển của khoa học Toán học được đánh dấu với các công trình của Ta - lét, Pi - ta - go, Hi - pô - crat, Ơ - đôc, Ơ - cơ lit, Ac - si - met, A - pô - lô - ni - ut và nhiều nhà Toán học Hi - lạp khác. Nền toán học trong giai đoạn này đạt đến những kết quả rực rỡ với những tác phẩm của Ơ - cơ - lit, A - pô - lô - ni - ut và Ac - si - met về Hình học, của Đi - ô - phăng (Hi-lạp), Bra - ma - gup - ta, Kha - xka - ra (Ấn Độ) về Số học và Đại số, của Tô - lê - mê về tam giác lượng.

Giai đoạn toán học sơ cấp thuộc vào thời kỳ nô lệ (Hi - lạp, La - mã) và thời kỳ phong kiến (Ấn Độ, Trung - Quốc, Trung cận đông và Tây Âu). Nền Toán học Hi - lạp có những đóng góp căn bản - đặc biệt là về Hình học và về phương diện lô - gich chặt chẽ với trình độ trừu tượng khá cao của nó. Nhưng sau một thời kỳ toàn thịnh (đến thế kỷ thứ 3 trước Công lịch), Toán học ở Hi - Lạp tác rời thực tế (do tính chất xã hội nô lệ và triết lý duy tâm) đã đi đến sự ngừng trệ và bế tắc. Trong lúc đó các dân tộc phương Đông, do nhu cầu phỏt triển thương mại, nhu cầu giao thông hàng hải đã phát triển nhiều về Số học và Đại số, và có nhiều ảnh hưởng đến sự phát triển sau này của Toán học ở Âu - châu.

Giai đoạn Toán học sơ cấp kết thúc (ở Âu châu từ đầu thế kỷ 17) khi trọng tâm nghiên cứu của Toán học chuyển qua phạm vi các đại lượng biến thiên. Nhưng thực ra, giai đoạn Toán học sơ cấp cũng đã chuẩn bị cho sự phát triển về sau của Toán học. Từ thượng cổ, khi nghiên cứu tam giác lượng và lập các bảng lượng giác thì người ta cũng đã có một khái niệm sơ khai về hàm số và về hình học giải tích. Một vài nhà Toán học Hi lạp - mà đặc biệt là Ác - si - mét, đã vượt xa thời đại hàng 20 thế kỷ - đã có khái niệm khá rõ rệt về đại lượng vô cùng bé và phương pháp vi tích phân. Nhưng đó là một trường hợp ngoại lệ; những quan điểm của Ác - si - mét về sau không được tiếp tục phát triển.

Cho nên có thể nói rằng cả thời kỳ từ trước cho đến đầu thế kỷ 17 căn bản là thời kỳ Toán học sơ cấp.

Giai đoạn 3 : TOÁN HỌC CAO CẤP CỔ ĐIỂN

Giai đoạn này được mở đầu với việc đưa đại lượng biến thiên vào hình học giải tích của Đê-các và việc tạo ra phép tính vi tích phân trong các công trình của Niu-ton và Lep-nit. Ăng-ghen đã nói: “Biến lượng của Đề-các đánh dấu một bước ngoặt quan trọng trong toán học; nhờ nó mà chuyển động và biện chứng được đưa vào toán học”.

Thành tựu toán học ở thế kỷ 17 bắt đầu với sự phát minh ra lôgarit, Nê-pe (Hà Lan) đã làm ra bảng tính lôgarit đầu tiên năm 1614 dựa trên tính chất của cấp số cộng và cấp số nhân và khảo sát sự biến đổi liên tục của lôgarit theo sự biến đổi của số, tức là lần đầu tiên đưa vào toán học khái niệm về hàm số liên tục mà không cho biết một biểu thức đại số hay một phép vẽ hình học nào. Năm 1637, Đề-các với tập "hình học" đã đặt cơ sở cho phương pháp đồ thị trong hình học. Khảo sát của Fec-ma (Pháp) về cực đại, cực tiểu và tiếp tuyến của các đường cong đã chứa đựng phương pháp vi tích phân, nhưng lúc bấy giờ phương pháp này chưa được tiếp tục phát triển.

Đến cuối thế kỷ 17, phép tính vi tích phân mới thực sự được phát minh bởi Lép-nit và Niu-ton. Trong thời gian này, Fec-ma, Pascal, . . . đã có những công trình đầu tiên về tính xác suất, Pascal, Lepnit đã làm ra những máy tính đầu tiên,…

Những thành tựu toán học ở thế kỷ thứ 18 bắt đầu với kỳ thuyết số. Với Ơ-le, La-gơ-răng và Lơ-giăng, lý thuyế số đã trở thành một môn khoa học có hệ thống, bằng cách phân tích ra phân số liên tục, Ơ-le chương minh rằng e và e^2 là những số siêu việt (1737) và Lăm-be (Đức) đã chứng minh tính siêu việt cho số π (1766). Đa-lăm-be chứng minh rằng bất kỳ phương trình đại số nào cũng có nghiệm, Moa-vrơ, la-pla-xơ, Bai-et (Anh) mở đầu việc nghiên cứu tính xác suất, Ơ-le hoàn thành hệ thống hình học giải tích sơ cấp, . . . và còn rất nhiều công trình phát minh toán học đã ra đời trong thời kỳ này.

Cùng với sự phát triển của sức sản xuất và của khoa học kỹ thuật, toán học ở thế kỷ 17, 18 đã tiến những bước rất dài, các nhà toán học đã khám phá ra nhiều lĩnh vực mới vô cùng phong phú mà trên đây chỉ là kể sơ lược những thành tựu chính.

Giai đoạn 4 : TOÁN HỌC HIỆN ĐẠI

Từ thế kỷ 19 đến nay, toán học cao cấp cổ điển không ngừng phát triển và tiến xa hơn nữa. Nhưng đến cuối thế kỷ thứ 19, sự phát triển của toán học đã có những đặc điểm mới. Thể hiện ở sự mở rộng đối tượng toán học. Trong giai đoạn mới, sự liên hệ giữa toán học và các khoa học thực nghiệm ngày càng chặt chẽ nhưng cũng ngày càng phức tạp. Những lý thuyết mới phát sinh không chỉ do những vấn đề trực tiếp của khoa học thực nghiệm hay của kỹ thuật mà do cả những nhu cầu phát triển của bản thân môn toán. Trước mặt các nhà toán học đã mở ra những chân trời mới. Toán học ngày nay đã không còn hạn chế đối tượng nghiên cứu ở các số, các đại lượng và các quá trình biến thiên của chúng, ở các hình hình học và các phép biến hình, mà nó đã trở thành khoa học về những quan hệ số lượng và hình dạng không gian tổng quát hơn mà các số, các đại lượng và các hình hình học thông thường chỉ là những trường hợp rất đặc biệt. Việc sáng tạo ra những phương pháp khá tinh vi để nghiên cứu những quan hệ số lượng và hình dạng không gian rất tổng quát là đặc điểm chính của giai đoạn toán học hiện đại.

3. Hệ đếm (thiên kỷ III trước CN)

Như các bảng bằng đất sét tìm thấy ở Sure và Uruk (hiện nay là Warka, Irac) hoặc muộn hơn nhiều, ở Nippur (Babilon, 2200-13550) cho thấy, hệ đếm đã được ghi chép lại vào thiên kỷ III trước CN. Hệ đếm Babilon thông minh là một hệ đếm cơ số 60. Cách tính thời gian của chúng ta là bắt nguồn từ đó. Không tồn tại số không, những đơn vị vắng mặt (thiếu), đơn giản được biểu thị bằng một chỗ khuyết.

Còn hệ đếm cổ của người Maya là một hệ thống cơ số 20 theo 10 ngón tay và 10 ngón chân. Hệ thống của họ đã là một hệ đếm theo vị trí và có một số không ở đầu cùng vốn không phải là một toán tử.

Vào thế kỷ V trước CN, người Hy lạp đã sử dụng các chữ trong bảng chữ cái. Đối với các số hàng nghìn người ta lấy lại chín chữ cái đầu tiên kèm theo một dấu phẩy bên trái các chữ cái đó (a có giá trị là 1 và, a có giá trị là 1000). Hệ đếm này, vốn không có số không, đã được sử dụng suốt một thiên kỷ. Người Hêbrơ và người Arap đã làm cho hệ thống đếm này phù hợp với bảng chữ cái của họ. lúc bấy giờ các tính toán được thực hiện với các bàn tính, dụng cụ gảy bằng tay gồm nhiều hàng. Ở đó các chữ số biểu thị bằng những viên sỏi (từ "tính toán" bắt nguồn từ *calculus*, có nghĩa là viên sỏi).

4. Hệ đếm hiện nay (thế kỷ V)

Chính vào thế kỷ V sau CN, ở Ấn Độ đã xuất hiện hệ đếm thập phân, sử dụng mười chữ số từ 0 đến 9 như chúng ta đã biết hiện nay. Năm 829, nhà bác học Musa Khwarizm'i (780-850) đã xuất bản một cuốn sách đại số, ở đó ông đã chấp nhận hệ đếm thập phân. Tu sĩ xứ Auvergne là Gorbert đã bắt đầu tìm hiểu các chữ số "Arap" trong chuyến du ngoạn (980) tới Cordoue ở Tây Ban Nha và đã có thể bắt đầu truyền bá những ký hiệu đó khi đã trở thành Giáo hoàng Sylvestre II vào tháng 4 năm 999. Nhưng phải chờ tới L. Fibonacci, còn gọi là Léonard de Pise, mà nhờ có tác phẩm Liber Abaci của ông viết năm 1202, thì khoa học Arập mới được truyền bá ở châu Âu. Vào năm 1440, với sự phát minh ra nghề in thì mười chữ số mới có được hình dạng cố định cuối cùng.

5.Số không (thế kỷ IV trước CN)

Hệ đếm Babilon được hoàn thiện vào thế kỷ IV trước CN bở sự xuất hiện của số không trong các văn bản toán học, hoặc ở đầu một con số, hoặc ở giữa, nhưng không bao giờ ở cuối. Từ số không (zero) bắt nguồn từ từ Synya, có nghĩa là "không có gì" trong tiếng Phạn; nó trở thành sifr trong tiếng Arap và được L. Fibonacci La tinh hoa thành zephirum. Nó được gọi là số không (zero) vào năm 1491 trong một khảo luận ở Florence.

6. Số nguyên tố (thế kỷ II trước CN)

Sau Euclide, vốn vào thế kỷ II trước CN đã chứng minh rằng tập hợp số nguyên tố và vô hạn, thì sàng (lọc số nguyên tố) Ératosthène (khoảng 284-192) là phương pháp đầu tiên được sử dụng trong việc tìm các số nguyên tố trong một giới hạn nào đó.

Nhưng chính từ “định lý nhỏ” của Fermat (1640) mà E. Lucas người Pháp, vào năm 1876 đã hiệu chỉnh một số phương pháp nghiên cứu tính số nguyên tố của một số số lớn. Số nguyên tố lớn nhất đã biết là (2 ^216091 – 1) - khoảng 65050 chữ số (đây là con số lớn nhất vào thời điểm cuốn sách này ra đời, hiện nay người ta đã tìm được những số nguyên tố lớn hơn thế nhiều), nó được một nhóm nhà kỹ thuật của hãng dầu mỏ Chevron ở Houston (Taxas), khám phá ra một cách ngẫu nhiên vào năm 1985. Trong khi thử một siêu máy tính họ đã phát hiện ra số nguyên tố mới đó: phải mất vài chục trang sách mới viết hết con số đó.

7. Số thập phân (thế kỷ XVI)

Cho đến cuối thế kỷ XVI người ta mới chỉ phát triển cơ số 10 cho phần nguyên của một số, phần thập phân chỉ được biểu thị dưới dạng phân số hoặc trong hệ cơ số 60 trong các đơn vị thời gian và góc.

Năm 1579 F. Viète đã tuyên bố rằng trái với các phần nghìn, phầm trăm, phần chục, các phần sáu mươi chỉ được sử dụng ít và S. Stevin năm 1582 đã đề nghị sử dụng các số thập phân trong các tính toán; nhưng các cách viết vẫn rất khác nhau trong suốt thế kỷ XVII.

Nhà toán học và vật lý xứ Flandre là S. Stevin (1548-1620) cũng đã đề nghị sự phân chia thập phân các đơn vị đo lường. Nhưng phải chờ mãi tới Cách mạng Pháp mới có được hệ mét thập phân (20/12/1799).

8. Số vô tỉ (thế kỷ IV trước CN)

Trong khi chứng minh không thể viết số vô tỉ dưới dạng một phân số thì Aristote (thế kỷ IV trước CN) đã tìm ra các số vô tỉ (mà Pythagore đã linh cảm được), được gọi tạm là số “vô ước”.

Người ta đã phân biệt được số đại số và số siêu việt như pi và “e” vào thế kỷ XVII. Năm 1872 Ch. Hermite người Pháp đã chứng minh tính siêu việt của e và năm 1882 F. Lindemann người Đức đã chứng minh tính siêu việt của pi.

9. Số hoàng kim (thế kỷ III trước CN)

Số hoàng kim, nghiệm của phương trình 1/x = x/(1+x), bằng (1+sqrt(5))/2 ~ 1,618 và tồn tại trong phép phân chia không đối xứng mà tỷ số giữa phần lớn và phần nhỏ bằng tỷ số giữa hai phần và phần lớn. Người ta tìm thấy số đó trước Euclide, nhưng chính Euclide vào thế kỷ III trước CN đã biến nó thành bài toán nổi tiếng khi tìm cách chia một đoạn thẳng sao cho phàn lớn là trung bình tỉ lệ của phần nhỏ và đoạn thẳng hoặc "phép chia hoàng kim". Tính hài hòa dựa trên số hoàng kim đã được nghiên cứu ở nhiều bộ môn nghệ thuật: trong kiến trúc (Phidias với nhà thờ Parthénon ở thế kỷ V trước CN, Alberti ở thế kỷ XV, Le Corbusier ở thế kỷ XX); trong âm nhạc (sự nghiên cứu theo thuyết Pythagore về quãng âm); trong hội họa (L. de Vinci, Raphael).

10. Số Fractan (1962)

Được B. Mandelbrot, một người Pháp gốc Ba Lan, phát minh ra ra năm 1962. Các số fractan có khả năng trở thành một công cụ toán học để rút ra những quy luật tổ chức của tự nhiên.

Khái niệm fractan đặc biệt có ích trong việc mô tả những cấu trúc mà mỗi bộ phận của nó cho dù kích thước như thế nào đi nữa thì vẫn tương tự với toàn cấu trúc. Ví dụ: phải chăng mỗi cành của một cái cây không đại diện cho toàn bộ cả cái cây?

Các số fractan mới xuất hiện trong toán học có cơ sở ở hai định luật: định luật tương tự (autosimilarité), bộ phận tương tự với toàn thể); định luật số chiều fractan nói rằng các tập hợp số fractan có số chiều phân đoạn (không nguyên) và mảnh nọ tương ứng với mảnh kia. Một trong những áp dụng gây ấn tượng mạnh nhất của các số fractan liên quan đến sự tổng hợp các hình ảnh nhờ máy tính.

11. Số "không thể có" (thế kỷ XVIII)

Chính nhờ có nhà toán học Italia R. Bombelli (1526-1573) mà ta có định nghĩa đầu tiên về số phức, lúc đó được gọi là số "không thể có" hoặc "số ảo" trong công trình Đại số (Bologne, 1572) công bố ít lâu trước khi ông mất. Ông đã định nghĩa các số đó khi nghiên cứu các phương trình bậc ba và đã đưa ra căn bậc hai của -1.

Cho tới năm 1746 người ta đã sử dụng các số ảo mà không biết nhiều về cấu trúc của chúng. Nhưng chính nhà toán học Pháp D'Alembert vào năm đó đã xác định được dạng tổng quát của chúng, đồng thời chấp nhận nguyên lý tồn tại n nghiệm của một phương trình bậc n. Nhà toán học Thụy Sĩ L. Euler (1707-1783) đã đưa ra ký hiệu "i" để chỉ căn bậc hai của -1, năm 1801 Gauss đã dùng lại ký hiệu đó.

12. Tập hợp số thực (thế kỷ XIX)

Vào thế kỷ VI trước CN, nhà toán học và thiên văn học Hy lạp Eudoxe đã thử viết ra một tập hợp không chỉ gồm số hữu tỷ mà ông cảm thấy chưa đủ. Nhưng ông đã không thành công cũng như một số nhà toán học thời cổ vốn tỏ thái độ rất ngập ngừng đối với số vô tỷ. mãi vào thế kỷ XIX, nà toán học Nga G. Cantor (1845-1918) mới nghiên cứu các đại lượng vô tỷ và "tính liên tục", khái niệm giải thích cái vẻ liên tục của đoạn thẳng được tạo nên bởi vô hạn các điểm phân biệt, mỗi điểm biểu thị một số. Chính khi đó đã xuất hiện nhiều nghịch lý đặt lại vấn đề về các khái niệm trực giác.Cantor ý thức được sự đối đầu với lương tri truyền thống, đã phải tiến hành một cuộc đấu tranh nhiều năm để thuyết phục những người cùng thời với mình. Khi ông mất vào 6/1/1918, sự nghiệp của ông trở nên phổ cập rộng.

13. Định lý Thalès (thế kỷ VII-VI trước CN)

Trước Thales, mỗi nhân viên đo đạc hoặc nhà hình học đều phải tìm những "kỹ xảo" để đo các khoảng cách, các bề mặt v.v… Nhà triết học và toán học Hy lạp thuộc trường phái Ioni là Thales de Milet (thế kỷ VII-VI) đã có ý tưởng tài tình đo các chiều cao nhờ dùng bóng vào lúc mà "bóng bằng với vật", nghĩa là vào lúc các tia nắng chiếu xuyên một góc 450. Để đo chiều cao của Đại Kim tự tháp ông đã cải tiến phương pháp của mình bằng cách sử dụng các tia nắng ở bất kỳ lúc nào. Và ông đã có thể dừng lại ở đó, song toàn bộ giá trị công việc của ông là muốn xuất phát từ thực nghiệm để xây dựng nên một lý thuyết: việc sử dụng các tia sáng mặt trời đã cho phép ông nghiên cứu các đường thẳng song song và mối liên hệ giữa độ dài hình chiếu và độ dài ban đầu. Rồi ông đã phát biểu một địng lý mà từ đó được gọi là Định lý Thales: “Các đường thẳng song song chiếu những đoạn dài tỷ lệ từ đường thẳng này lên đường thẳng khác”. Như vậy là ông đã rút ra hình học từ cuốn sổ ghi chép các kỹ thuật bằng cách đưa vào đó quan điểm suy diễn và chứng minh của toán học.

14. Định lý Pythagore (thế kỷ VI trước CN)

Xuất phát từ các công trình của Thales về các đường thẳng song song và cũng với tinh thần chứng minh, Pythagore, nhà triết học và toán học Hy lạp ở thế kỷ VI trước CN đã quan tâm đến hình chiếu vuông góc và đã chứng minh được định lý mang tên ông. Định lý đó thiết lập được mối liên hệ giữa chiều dài các cạnh của một tam giác vuông. Mối quan hệ đó đã được biết đến từ thời có các nhân viên đo đạc, song chính Pythagore là người đầu tiên đã chứng minh được nó.

15. Tiên đề Euclide (thế kỷ III trước CN)

Nhà toán học Hy lạp là Euclide (thế kỷ III trước CN) chủ yếu đã tổng hợp các công trình của người đi trước trong tác phẩm “Nguyên lý” ông đã hệ thống các kiến thức của thời đại mình, đồng thời chứng minh lại toàn bộ xuất phát từ năm tiên đề được coi như đúng dù rằng không được chứng minh. Tiên đề cơ bản và quen thuộc nhất là: “Qua một điểm bên ngoài một đường thẳng, chỉ có thể kẻ một đường thẳng song song với đường thẳng đó”. Điều trái ngược với tiên đề này đã được Aristote xem xét trong tác phẩm “Những phép phân tích khác”, song với một quan điểm hoàn toàn mang tính chất giáo huấn.

Cho đến thế kỷ XIX, các nhà toán học vẫn nghĩ rằng có thể chứng minh được tiên đề đó. Bởi vậy ở thế kỷ thứ XVIII nhiều nhà toán học đã uổng công thử chứng minh nó bằng phản chứng; đã xuất hiện hai điều phủ định khả dĩ: "Tồn tại ít nhất một điểm qua đó không có một đường thănngr nào song song với đường thẳng đã cho đi qua" và "Tồn tại ít nhất một điểm qua đó ít nhất có hai đường thẳng song song khác nhau đi qua". Việc giải thích rõ ràng hai điều ngược lại đó đã làm nảy sing hai loại hình học mới ở thế kỷ sau đó.

16. Lượng giác (thế kỷ III-II trước CN)

Trong thời Cổ Đại lượng giác đã phát triển như một kỹ thuật phụ của thiên văn học. vậy nên chính những nhà thiên văn Hy Lạp Asistarque de Samos (thế kỷ III trước CN) và Hipparque de Nicée (thế kỷ II trước CN) là những nhà lượng giác học tiên phong. Người Hy Lạp ở thành Alexandria là C. Ptolémée (khoảng 80-160 sau CN) đã tập hợp tất cả các tri thức của thời đó trong khảo luận gọi là "Sách thiên văn" (Almageste) của mình. Chính nhờ người Arập ở thế kỷ IX mà lượng giác đã phát triển thành một bộ môn khoa học tách riêng hoàn toàn. Al Khwârizmi (780-850) đã lập được các bảng số sin đầu tiên, Habasch và al Hasib đã lập được các bảng tang. Sách thiên văn hoàn thiện (Perfectionnement de l'Almageste) của al Bâttâmi (877-925) là một công trình thực sự về lượng giác hiện đại, hoàn hảo hơn nhiều so với Sách thiên văn của Ptolémée. Những công trình đó được những nhà toán học Đức J. Muller (1436-1476) và G. Rhaeticus (1514-1576) sửa lại và phát triển. A. de Moivre (1667-1754) và L. Euler (1707-1783) đã gắn mỗi số phức tương ứng với một tia và một góc; bởi vậy cho phép khảo sát lượng giác nhờ hàm phức; nhờ thế chính lượng giác biến thành một lý thuyết đại số.

17. Mặt cônic (thế kỷ III trước CN)

Các mặt cônic đã được nghiên cứu theo những cách rất khác nhau qua các thời đại, chính điều đó cho thấy rõ hình học đã tiến triển từ thời cổ đại đến thời chúng ta như thế nào. Trong khảo luận của mình về các tiết diện cônic, A. de Perga (khoảng 262-130 trước CN) đã nghiên cứu những mặt cắt khác nhau của một hình nón. Khi đó ông đã chứng minh rằng có thể thu được các hình Parabol, Hypecbol và Elip.

Vào thế kỷ thứ XVII, Descartes đã thể hiện các mặt cônic dưới dạng các phương trình và chỉ ra rằng có thể thu được các mặt cônic từ các phương trình bậc hai.

B. Pascal (1623-1662) đã tạo nên quan niệm hiện đại bằng cách tiếp cận mặt cônic theo quan điểm giải tích. Ở thế kỷ XX, các mặt cônic là một phần của lý thuyết tổng quát hơn về các dạng toàn phương.

18. Tọa độ (thế kỷ XVII)

Việc sử dụng các số để xác định một cách đơn tính vị trí của một điểm trên một bề mặt đã được biết đến từ thời Archimede (thế kỷ III trước CN). Nhưng mãi tới thế kỷ XVII thì tọa độ mới được sử dụng một cách có hệ thống đối với các bài toán hình học. Có truyền thuyết rằng nhà triết học và toán học người Pháp R. Descartes (1596-1650) đã nảy ra ý tưởng về tọa độ khi ông nhìn thấy một con côn trùng bay trước những ô kính cửa sổ của mình. Khám phá đó đã cho phép khảo sát các bài toán hình học theo phương pháp đại số; rồi nhờ có nhà toán học Pháp P. de Fermat (1601-1665) đã bắt đầu xuất hiện hình học giải tích trong đó các phương trình và đường cong có liên quan với nhau.

19. Vectơ (1798)

Nhà hình học Đan Mạch C. Wessel, năm 1798 và J. R. Argand, năm 1806 đã viết hai báo cáo về các số phức. Cả hai người đều có ý tưởng không chỉ biểu diễn các số phức thông qua một điểm A trên mặt phẳng mà còn đồng nhất chúng với vectơ gốc ở O và điểm mút A trong một hệ tọa độ Descartes trên mặt phẳng. Vậy là nảy sinh khái niệm vectơ , như vậy tìm tổng của hai số phức tức là dựng tổng của hai vecto là những đối tượng hình học mà đối với chúng tồn tại các phép toán rất gần với các phép toán quen thuộc trong tập hợp các số.

20. Cấu trúc không gian của vec tơ (1844)

Vào thế kỷ XIX, khi nghiên cứu cấu trúc của các tập hợp vận dụng được các phép toán thì người ta mới rõ rằng cấu trúc của tập hợp các vecto trong mặt phẳng có thể áp dụng được cho những tập hợp khác, như tập hợp các ma trận chẳng hạn. Vậy nên trong "Lý thuyết mở rộng" của mình vào năm 1844, nhà toán học Đức H. Grassmann (1809-1877) đã định nghĩa các không gian vecto có số chiều lớn hơn ba. Trong khi nghiên cứu các quatecnion, W. Hamilton (1805-1865) cũng đã xây dựng nên những hệ thống vecto đầu tiên. Những định nghĩa đã rất có ích cho vật lý học khi xây dựng lý thuyết tương đối trong đó không thời gian được xem như một không gian vecto bốn chiều.

21. Hình học phi Euclide (thế kỷ XVIII)

Vào thế kỷ XVIII, G. G. Saccheri, J. H. Lambert, Taurinus, Reid và nhiều nhà toán học khác đã thử gán các hệ quả logic cho những sự phủ định tiên đề Euclide, nhưng họ đã không thực sự tin vào chuyện đó và đã không đi đến những lý thuyết hoàn hảo. Vào đầu thế kỷ XIX, những lý thuyết đó bắt đầu hình thành và quy về hai loại hình học khác nhau song đều khả dĩ và có thể xem xét cụ thể được.

22. Hình học Hypecbolic (thế kỷ XIX)

Nhà toán học Hungari J. Bolyai (1802-1860) và nhà toán học Nga N. I. Lobatchevski (1792-1856) đã xây dựng nên một loại hình học trong đó mặt phẳng là một bề mặt Hypecbolic; để hình dung một bề mặt như thế, ta có thể so sánh nó với một mặt yên ngựa.

23. Hình học Eliptic (thế kỷ XIX)

Nhà vật lý và toán học Đức C. F. Gauss (1777-1855) đã xây dựng một hình học, trong đó mặt phẳng được xác định như bề mặt một hình cầu có bán kính vô hạn; có thể hình dung được khái niệm đó khi so sánh với mặt nước, bởi vì Trái Đất là hình cầu chứ không phải như Euclide đã tưởng. B. Riemann

(1828-1866), người Đức, là học trò của Gauss ở Gottingen, đã tiếp tục các công trình của Gauss và đã đề nghị xét lại hình học cổ điển cho phép xem hình học Eliptic như một trường hợp của một lý thuyết tổng quát hơn.

24. Định nghĩa hình học (1872)

Những công trình khác nhau ở đầu thế kỷ XIX về các loại hình học phi Euclide đã làm nảy sinh những sự ham mê và những cuộc bút chiến rất mạnh mẽ; thực tế chúng đã cách mạng hóa triết ký về các tri thức nhiều hơn là bản thân môn hình học.

Bởi thế cần phải thống nhất và sáng tạo ra một lý thuyết rộng hơn, trong đó những thế giới hình học khác nhau có thể cùng tồn tại. Nhà toán học Đức Ch. F. Klein (1849-1925) trong bài phát biểu mở dầu Đại hội Erlangen ("Chương trình Erlangen" năm 1872) của mình đã định nghĩa hình học như bộ môn nghiên cứu các nhóm phép biến đổi khiến cho một số đối tượng hình học như đường trung tuyến hoặc đường cao trở nên bất biến. Chú ý đến cấu trúc của những nhóm đó, Ch. F. Klein đã gộp các loại hình học vào một lý thuyết đại số. Như vậy, là vào đầu thế kỷ XX không còn "những toán học" nữa, mà chỉ có "toán học" trong đó đại số và hình học chỉ là một.

25.Phỏng đoán bốn màu (1976)

Năm 1976, K. Appel, W. Haken và J. Koch ở Đại học Illisois (Mỹ) đã đưa ra sự chứng minh về sự phỏng đoán bốn màu. Phỏng đoán này khẳng định rằng, toàn bộ bản đồ địa lý được vẽ trên một mặt phẳng hay một mặt cầu, mà mỗi lớp chiếm riêng một khoảnh (không có thuộc địa cũng không có nước khác lọt vào giữa), có thể được tô chỉ bằng bồn màu sao cho hai nước khác nhau có các màu khác nhau.

Việc chứng minh điều phỏng đoán đó đã được thực hiện nhờ tính toán 12000 giờ trên các máy tính mạnh nhất; vậy nên đầu óc con người không thể kiểm chứng được nó và nó đặt ra những câu hỏi về "tính toán học" của nó.

Nhất là nó đã kích thích các nghiên cứu về các lý thuyết đồ thị hiện đang chiếm một vị trí lớn trong giải tích tổ hợp.

26. Nguồn gốc một số thuật ngữ và các dấu trong toán học(thế kỷ III)

Từ đại số (algebra) xuất phát từ từ al-jabr trong tiếng Ảrập, có nghĩa là rút gọn. Nói chung người ta coi Diophante d'Alexandrie (thế kỷ III) giữ vai trò hàng đầu trong lịch sử đại số. Chính trong tác phẩm Mười ba quyển số học của ông, các nhà toán học Pháp P. de Fermat (1601-1665) và F. Viète (1540-1603) đã tìm thấy điểm xuất phát cho các công trình của mình. Nhưng lại chính nhờ có F. Viète mà ta có được một phát minh đại số theo quan niệm hiện đại. Chính ông vào năm 1591 đã sáng tạo ra ngôn ngữ đại số ngày nay. Ông đã dùng các chữ cái để biểu thị không chỉ các ẩn mà cả các lượng bất định và với các chữ cái đó, ông đã tạo ra các từ, nghĩa là các biểu thức đại số mà ông vận dụng các phép toán với chúng.

27. Dấu đại số (thế kỷ XV-XVII)

Hẳn ai cũng rất quen thuộc với năm dấu cộng (+), trừ (-), nhân (x), chia (:) và bằng (=), nhưng bạn có biết nó ra đời thế nào không? Thời cổ xưa, người Hy Lạp và Ấn Độ đều coi việc viết liền hai số với nhau là công hai số đó. Đến nay qua các viết một "hỗn số" ta có thể nhận thấy dấu vết của phương pháp này.

Cuối thời trung cổ, thương mại của Châu Âu dần dần phát triển, một số nhà buôn thường đánh dấu "+" trên thùng hàng để biểu thị trọng lượng hơi thừa một chút, và dấu "-" biểu thị hơi thiếu một chút. Thời kì văn hóa phục hưng, Leonard da Vinci - một bậc thầy về nghệ thuật người Italia đã dùng dấu + và - trong một số tác phẩm. Người Ai Cập vào năm 1700 trước CN đã sử dụng các dấu đại số, phép cộng được đánh dấu bằng hai cẳng chân nằm cùng chiều, còn phép trừ thì bằng hai cẳng chân nằm ngược chiều. Trái lại, người Hy Lạp lại chẳng dùng hệ ký hiệu nào, mỗi lập luận lại được diễn đạt toàn bằng lời, chính các nhà toán học vào thế kỷ XV, XVI và XVII đã đưa ra cách tính toán dùng các dấu.

Các dấu (+) và (–) cũng xuất hiện năm 1489 trong một cuốn sách số học của Johann Widman, người Đức. Sau đó nhờ sự đề xướng và nỗ lực tuyên truyền của nhà toán học Viete người Pháp, hai dấu (+) và (-) mới bắt đầu được phổ cập. Đến năm 1603 mới được đông đảo nhà toán học công nhận.Còn dấu (x) và (:) thì mới được dùng hơn 300 năm nay. Vào năm 1631, nhà toán học người Anh Oughtred William lần đầu tiên dùng kí hiệu x để biểu thị phép nhân.

Thời trung cổ, toán học Ả Rập tương đối phát triển, một nhà toán học lớn tên là Al Khwarizmi đã dùng "3/4" để biểu thị 3 chia cho 4. Nhiều người cho rằng kí hiệu phân số đang dùng hiện nay là bắt nguồn từ đây.

Vậy dấu bằng (=) xuất hiện thế nào? Người Babilon và Ai cập đã từng dùng kí hiệu này biểu thị sự bằng nhau và được dùng sớm nhất từ thời trung cổ trong cuốn sách "Hòn đá mài của trí tuệ" của Robert Recorde, thế nhưng mãi đến thế kỉ 18 dấu (=) mới được phổ cập.

Dấu do C. Rudoff, người Đức, đưa ra năm 1526. Các dấu “lớn hơn”(>) và “nhỏ hơn” (<) đều là của người Anh là T. Harriot đưa ra (1631).

Cuối cùng, vào năm 1637 nhà triết học Pháp R. Descartes đã sử dụng các chữ số ở số mũ để biểu thi lũy thừa và vào năm 1656 J. Vallis đã đưa ra ý tưởng về các số mũ âm.

28. Phương trình

Phương trình bậc nhất và bậc hai (năm 1700 trước CN)

Vào khoảng năm 1700 trước CN, trong một tác phẩm của người Ai Cập về các bài toán cụ thể đã có những ví dụ về giải phương trình bậc nhất và bậc hai. Ở Trung Quốc, trong tác phẩm “Chín chương về nghệ thuật tính toán” (khoảng năm 200 trước CN) đã có những ví dụ về giải hệ phương trình hai ẩn. Lịch sử về các phương trình bậc hai bắt nguồn từ nền văn minh Babilon từ thiên kỷ II (năm 1800 trước CN). Người Babilon đã biết cách giải tất cả các phương trình bậc hai nhưng không diễn đạt trong tập hợp số thực. Người Hy Lạp ở thế kỷ III trước CN đã biến việc giải phương trình bậc hai thành cơ sở cho toàn bộ hình học của họ và để có thể làm việc trong tập hợp số thực, họ đã thay thế các tính toán của người Babilon bằng các phép dựng hình bằng thước và compa. Tuy nhiên, những nhà đại số Hy Lạp đã tính toán trong tập hợp số hữu tỷ dương, điều đó khiến cho nhiều phương trình không có lời giải. Phải chờ tới thế kỷ XVI khi xuất hiện các số phức mới giải được tất cả các phương trình bậc hai

29. Loga (1614)

Archimède (thế kỷ II trước CN) trong công trình Nghiên cứu về các hạt cát (tính số hạt cát cần thiết để lấp đầy vũ trụ), đã gần đi tới phát minh ra loga, N. Chuquet (1445-1500), người Pháp, đã phát minh ra cấp số cộng và cấp số nhân cũng như số mũ âm, nhưng chính J. Napier (1550-1617) trong khi tìm kiếm các phương pháp tính toán mới về số đã phát minh ra loga vào năm 1614. Hệ thống của ông đã cho phép thay thế các phép nhân bằng phép cộng và phép chia bằng phép trừ bằng cách sử dụng những số rất nhỏ. Nhưng các kết quả thu được đã không làm ông thỏa mãn, cùng với người bạn là H. Briggs, người Anh, ông đã phát minh ra loga thập phân.

30. Hàm số (thế kỷ XVII)

G. V. Leibniz (1646-1716) nhà triết học và toán học Đức, đã có ý tưởng khảo sát các bài toán nhờ phép tương tự; thực ra ông đã quan tâm đến những "sự đồng dạng" của các bài toán khác nhau. Đặc biệt là trong những trao đổi thư từ với J. Bernoulli (xem thêm bài dưới đây), ông đã nhận xét rằng, một số biến số, chẳng hạn như khoảng cách và thời gian, có thể có liên quan và được biểu diễn qua nhau. Vậy nên ông đã sử dụng các hàm để biểu diễn chúng dưới dạng . Khám phá đó đã được thực hiện trong các nghiên cứu nhằm tìm những phương pháp tính toán mới phát triển ở thế kỷ tiếp sau dưới cái tên phép tính vi phân.

31. Phép tính vi phân (thế kỷ XVIII)

J. Bernoulli (1667-1748), giáo sư toán học ở Bale, đã giải thích và giới thiệu các phương pháp tính toán của Leibniz và phổ biến chúng ở Pháp trong những năm 1691-1692. Đặc biệt ông đã là giáo sư của L. Euler (1707-1783), người đã sắp xếp lại và phát triển các công trình của những người đi trước ông. Euler đã đưa ra lý thuyết tổng quát đầu tiên về phép tính biến phân, làm chính xác thêm khái niệm hàm và tập hợp tất cả các kết quả trong các tác phẩm Mở đầu phép tính vi phân (1755) và Mở đầu phép tính tích phân (1768-1770).

Độc lập vơi Leibniz và Euler, nag Vật lý và toán học Anh I. Newton (1643-1727) đã xây dựng được lý thuyết về phép tính các "fluction" vốn giải quyết chính xác cùng những bài toán đó. Như vậy, thực ra phéo tính vi phân đã xuất hiện đồng thời ở những cộng đồng khoa học khác nhau. Ở thế kỷ XIX, với các công trình của B. Riemann (1826-1866) thì phép tính tích phân đã phát triển mạnh.

32. Phép tính xác suất (1656)

Phép tính xác suất đã nảy sinh trong việc nghiên cứu các trò trơi may rủi (hasard) bắt nguồn từ az-zahr trong tiếng Ảrập nghĩa là "chơi súc sắc". Pascal và Fermat là những người đầu tiên trong các thư từ trao đổi của mình đã muốn "toán học hóa" các trò chơi may rủi. Nhà bác học Hà Lan Ch. Huygens (1629-1695), người đã biết được về các cuộc trao đổi thư từ đó, đã công bố vào năm 1656 bản thuyết trình đầy đủ đầu tiên về phép tính xác suất. Sau đó J. Bernoulli (1654-1705) đã viết một công trình trình bày môn xác suất một cách sâu sắc hơn nhiều so với Huygens. Cuối cùng, nhà toán học Pháp P. S. de Laplace (1749-1827) đã viết một công trình lớn về việc áp dụng giải tích toán học trong lý thuyết xác suất và nó còn mang tính chất triết học nữa.

33. Thống kê (1746)

Chính G. Achenwall, nhà kinh tế Đức, vào năm 1746 đã đưa ra thuật ngữ thống kê. Thực ra hoạt động thu nhập các dữ liệu đã có nguồn gốc từ thời Cổ đại xa xưa. Chẳng hạn, hoàng đế Trung Quốc Yao vào năm 2238 trước CN đã tổ chức việc thống kê các sản phẩm nông nghiệp. Năm 1853, A. Quetelet, người Bỉ, là người đầu tiên đã nhận thức được rằng thống kê có thể được xây dựng dựa trên phép tính xác suất.

Việc xuất hiện các máy tính mạnh đã làm nảy sinh các phương pháp phân tích dữ liệu nhiều chiều hiện đang rất thịnh hành.

34.Lịch sử toán học tại Việt Nam

Toán học tại Việt Nam trước đây ít được chú ý phát triển. Trên một số đồ gốm thời kỳ Phùng Nguyên, có vẽ hình hoa văn với những đường song song uốn khúc đều đặn, liên tục; hình tam giác xếp ngược chiều nhau, hình tam giác cuộn chứng tỏ người Việt Nam 3-4 nghìn năm trước đây đã có những nhận thức hình học và tư duy chính xác.

Đời Lý, năm 1077, thi toán được đưa vào chương trình khoa cử.

Thời nhà Hồ bắt buộc chương trình thi toán, áp dụng rộng rãi toán học vào kinh tế, sản xuất: dùng toán học đo lại tổng số ruộng đất toàn quốc, lập thành sổ sách điền địa từng lộ, phủ, châu, huyện.

Vũ Hữu: 1437–1530 với "Lập thành toán pháp"

Lương Thế Vinh: Trạng Lường với "Đại thành toán pháp"

Sau 1945, một số người đi học ở nước ngoài, cộng thêm việc mở mang giáo dục đã nâng cao nghiên cứu toán học của Việt Nam. Các trường đại học đã mở thêm các chuyên khoa toán. Viện Toán học Việt Nam thành lập năm 1969. Hội Toán học Việt Nam, các tạp chí toán học chuyên ngành như "Toán học và Tuổi trẻ", Acta Mathematica Vietnamica" và "Vietnam Journal of Mathematics", một số diễn đàn toán học online đã giúp cho việc trao đổi kiến thức toán học phát triển mạnh mẽ.

MỤC LỤC