

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ THU HẰNG

**BIÊN SOẠN HỆ THỐNG CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH
QUAN TRONG DẠY HỌC VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG
KHÔNG GIAN – LỚP 12 THPT**

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Thái Nguyên, năm 2008

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THỊ THU HẰNG

**BIÊN SOẠN HỆ THỐNG CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH
QUAN TRONG DẠY HỌC VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG
KHÔNG GIAN – LỚP 12 THPT**

Chuyên ngành: Lý luận và Phương pháp giảng dạy môn Toán

Mã số : 60.14.10

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Người hướng dẫn khoa học: **PGS- TS Bùi Văn Nghị**

Thái Nguyên, năm 2008

LỜI CẢM ƠN

Em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới PGS – TS Bùi Văn Nghị, người đã giảng dạy, hướng dẫn tận tình và giúp đỡ em trong suốt quá trình thực hiện luận văn.

Xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, khoa Toán và phòng Đào tạo trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để tôi hoàn thành bản luận văn.

Xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, Tổ Toán trường THPT Gang Thép – Thái Nguyên đã hết sức quan tâm và tạo mọi điều kiện thuận lợi để tác giả thực hiện đúng kế hoạch học tập và nghiên cứu của mình.

Xin chân thành cảm ơn các thành viên lớp Cao học Toán khóa 14 và các bạn bè đồng nghiệp về sự động viên, khích lệ cũng như những trao đổi hữu ích.

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2008

Học viên

Nguyễn Thị Thu Hằng

MỤC LỤC

Trang	
Mục lục	1
Danh mục các chữ viết tắt	2
MỞ ĐẦU	3
Chương I – CƠ SỞ LÝ LUẬN	
1.1 Quan niệm về kiểm tra đánh giá	6
1.2 Kiểm tra đánh giá bằng câu hỏi trắc nghiệm khách quan	7
Chương II – HỆ THỐNG CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	
2.1 Câu hỏi trắc nghiệm dùng trong dạy học bài “Hệ tọa độ trong không gian”	43
2.2 Câu hỏi trắc nghiệm dùng trong dạy học bài “Phương trình mặt phẳng”	54
2.3 Câu hỏi trắc nghiệm dùng trong dạy học bài “Phương trình đường thẳng”	71
Chương III – THỬ NGHIỆM SỬ PHẠM	
3.1 Mục đích của thử nghiệm sử phạm	88
3.2 Nội dung, tổ chức thử nghiệm	88
3.3 Kết quả thử nghiệm sử phạm	90
KẾT LUẬN	101
TÀI LIỆU THAM KHẢO	102

CÁC CHỮ VIẾT TẮT TRONG LUẬN VĂN

TNKQ : Trắc nghiệm khách quan

vtcp : Vectơ chỉ phương

vtpt : Vectơ pháp tuyến

MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài

Trong giai đoạn hiện nay, đất nước đang đòi hỏi phải có những đổi mới, nâng cao chất lượng giáo dục và đào tạo. Mục tiêu giáo dục của nước ta đã được đặt ra trong luật Giáo dục năm 2005: “Mục tiêu giáo dục là đào tạo con người Việt Nam phát triển toàn diện, có đạo đức, tri thức, sức khỏe, thẩm mỹ và nghề nghiệp, trung thành với lý tưởng độc lập dân tộc và chủ nghĩa xã hội; hình thành và bồi dưỡng nhân cách, phẩm chất và năng lực của công dân, đáp ứng yêu cầu của sự nghiệp xây dựng và bảo vệ Tổ quốc” (chương 1, điều 2). Để đạt mục tiêu giáo dục như trên, cùng với những thay đổi về nội dung, cần có những đổi mới căn bản về phương pháp giáo dục: “Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của người học; bồi dưỡng cho người học năng lực tự học, khả năng thực hành, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên” (chương 1, điều 5).

Về chiến lược phát triển giáo dục 2001 – 2010, ban hành kèm theo Quyết định số 201/2001/QĐ- TTg ngày 28 tháng 12 năm 2001 của Thủ tướng Chính phủ, ở mục 5.2 ghi rõ: “Đổi mới và hiện đại hóa phương pháp giáo dục. Chuyển từ việc truyền thụ tri thức thụ động, thầy giảng, trò ghi sang hướng dẫn người học chủ động tư duy trong quá trình tiếp cận tri thức; dạy cho người học phương pháp tự học, tự thu nhận thông tin một cách có hệ thống và có tư duy phân tích, tổng hợp; phát triển năng lực của mỗi cá nhân; tăng cường tính chủ động, tính tự chủ của học sinh, sinh viên trong quá trình học tập, ...”

Theo chủ trương đổi mới giáo dục thì cần đổi mới cả về chương trình, nội dung, sách giáo khoa, phương pháp dạy học đồng thời đổi mới cả về kiểm tra, đánh giá. Trong đó phương hướng đổi mới kiểm tra đánh giá đó là kết hợp phương thức kiểm tra truyền thống tự luận với kiểm tra đánh giá bằng trắc nghiệm. Kiểm tra đánh giá bằng trắc nghiệm có nhiều ưu điểm, tuy có một số

sách tham khảo trên thị trường nhưng trong quá trình dạy học thì cần phải phù hợp với đối tượng thực tế mà mình đang dạy học nên phải có sự biên soạn theo cách nghĩ riêng của mỗi người và cũng để triển khai từng bước cho toàn bộ nội dung chương trình môn Toán toàn bậc trung học phổ thông. Sự nghiên cứu cũng nhằm rút ra những kinh nghiệm về biên soạn câu hỏi trắc nghiệm trong quá trình dạy học.

2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

2.1 Mục đích nghiên cứu

Biên soạn được một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm về “Phương pháp tọa độ trong không gian” nhằm hỗ trợ trong quá trình dạy học và kiểm tra đánh giá kết quả học tập của học sinh.

2.2 Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu lí luận về kiểm tra đánh giá bằng câu hỏi trắc nghiệm, nghiên cứu chương trình nội dung phương pháp tọa độ trong không gian.
- Định hướng cách thức biên soạn câu hỏi trắc nghiệm.
- Biên soạn được một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm về phương pháp tọa độ trong không gian.
- Chọn một phần mềm kiểm tra trắc nghiệm để sử dụng cho hệ thống câu hỏi đã biên soạn.
- Thử nghiệm sư phạm để kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

3. Giả thuyết khoa học

Có thể biên soạn được một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm về “Phương pháp tọa độ trong không gian” bám sát lí luận về TNKQ và nếu vận dụng tốt hệ thống đó một cách thích hợp thì góp phần đổi mới phương pháp dạy và học một cách có hiệu quả.

Để kiểm nghiệm cho sự đúng đắn của giả thuyết khoa học trên thì đề tài cần trả lời được các câu hỏi khoa học sau đây:

- Có thể xây dựng được hệ thống câu hỏi trắc nghiệm về phương pháp tọa độ trong không gian bám sát lí luận về kiểm tra đánh giá được hay không?
- Hệ thống câu hỏi có bảo đảm tính khoa học và phù hợp với lí luận hay không?

4. Phương pháp nghiên cứu

- Nghiên cứu lí luận:

Nghiên cứu lí luận về kiểm tra đánh giá bằng câu hỏi trắc nghiệm khách quan, thông qua các kết quả nghiên cứu đã công bố liên quan đến đề tài. Nghiên cứu chương trình nội dung sách giáo khoa, sách bài tập, sách giáo viên, tài liệu tham khảo về phương pháp tọa độ trong không gian.

- Thử nghiệm sư phạm:

Sử dụng một phần hệ thống câu hỏi đã biên soạn được trong dạy học một số tiết, trong kiểm tra một chương thuộc nội dung phương pháp tọa độ trong không gian tại một lớp thực nghiệm (có một lớp đối chứng) ở trường trung học phổ thông. Đánh giá thực nghiệm thông qua phiếu đánh giá của giáo viên, kết quả quan sát trên lớp thực nghiệm và qua bài kiểm tra.

5. Cấu trúc của luận văn

Ngoài phần mở đầu và kết luận thì luận văn được trình bày trong 3 chương:

- Chương I: Cơ sở lí luận
- Chương II: Hệ thống câu hỏi trắc nghiệm về “Phương pháp tọa độ trong không gian”
- Chương III: Thử nghiệm sư phạm

Chương I

CƠ SỞ LÝ LUẬN

Quan niệm về kiểm tra đánh giá

Đánh giá là công cụ quan trọng, chủ yếu để xác định năng lực nhận thức người học, điều chỉnh quá trình dạy và học; là động lực để đổi mới phương pháp dạy học, góp phần cải thiện, nâng cao chất lượng đào tạo con người theo mục tiêu giáo dục.

Đánh giá kết quả học tập của học sinh là quá trình thu thập và xử lý thông tin về trình độ, khả năng thực hiện mục tiêu học tập, về tác động và nguyên nhân của tình hình đó nhằm tạo cơ sở cho những quyết định sư phạm của giáo viên và nhà trường, cho bản thân học sinh để học sinh học tập ngày một tiến bộ hơn. Kiểm tra là công cụ, phương tiện và hình thức chủ yếu, quan trọng của đánh giá.

Chức năng của kiểm tra, đánh giá trong dạy học là:

- Nhận định chính xác một mặt nào đó (chức năng kiểm tra đánh giá)
- Làm sáng tỏ thực trạng, định hướng điều chỉnh hoạt động dạy và học (chức năng sư phạm).
- Công khai hóa kết quả, thông báo cho các cấp quản lí, cho gia đình (chức năng xã hội).

Nội dung kiểm tra đánh giá phải toàn diện, bao gồm cả kiến thức, kĩ năng và phương pháp, không phải chỉ yêu cầu tái hiện kiến thức và kĩ năng. Cần có biện pháp hướng dẫn học sinh tự biết cách đánh giá, có thói quen đánh giá lẫn nhau. Bên cạnh việc nâng cao chất lượng các hình thức kiểm tra truyền thống, giáo viên cần tìm hiểu, áp dụng các phương pháp kiểm tra bằng câu hỏi TNKQ.

Trong dạy học, việc đánh giá học sinh nhằm mục đích nhận định thực trạng dạy và học để điều chỉnh hoạt động học của trò và điều chỉnh hoạt động dạy của thầy.

Trong việc rèn luyện phương pháp tự học (để chuẩn bị cho học sinh khả năng học tập liên tục suốt đời, được xem như một mục tiêu giáo dục) có một nội dung quan trọng là hướng dẫn học sinh tự đánh giá để tự điều chỉnh cách học. Đặc biệt trong phương pháp dạy học hợp tác, giáo viên cần tạo điều kiện để học sinh tham gia đánh giá lẫn nhau.

Về nội dung đánh giá, không thể chỉ dừng lại ở yêu cầu tái hiện các kiến thức, lặp lại các kỹ năng đã học mà phải đánh giá cả cách học, phương pháp tự học, khả năng phát hiện và giải quyết vấn đề nảy sinh trong các tình huống thực tế; mức độ thông minh, sáng tạo; chuyển biến thái độ và xu hướng hành vi của học sinh.

Với sự trợ giúp của các thiết bị kỹ thuật đang ngày càng phổ biến trong nhà trường, giáo viên và học sinh có điều kiện áp dụng các phương pháp kỹ thuật đánh giá mới nhẹ nhàng hơn, kịp thời hơn, hiệu quả hơn. Việc thay đổi khâu đánh giá sẽ có tác động thúc đẩy sự đổi mới phương pháp dạy học. Công cụ phương tiện chủ yếu của đánh giá là kiểm tra với hình thức thông dụng là kiểm tra bằng câu hỏi trắc nghiệm: trắc nghiệm tự luận và TNKQ.

Kiểm tra đánh giá bằng câu hỏi trắc nghiệm khách quan

Lịch sử hình thành và phát triển phương pháp trắc nghiệm

Theo [27], từ xa xưa, vào thế kỷ thứ hai trước Công nguyên, người Trung Hoa đã dùng trắc nghiệm (đo lường trí tuệ) để tuyển người tài làm kẻ hầu.

- Nhà tâm lý học người Anh là Francis Galton (1822-1911) đã dùng trắc nghiệm tâm lý đo năng lực trí tuệ con người.
- Nhà tâm lý học người Mỹ J. MC.Catlen (1860-1944) cho ra đời cuốn sách “Các trắc nghiệm về đo lường trí tuệ” xuất bản năm 1890 tại NewYork.

- Năm 1905 nhà tâm lí học người Pháp Alfred Binet và bác sĩ tâm thần T. Simon làm trắc nghiệm nghiên cứu năng lực trí tuệ của trẻ em ở các lứa tuổi khác nhau.
- Năm 1910, G.Mimister beg xây dựng trắc nghiệm tuyển chọn nghề.
- Năm 1912, nhà tâm lí học Đức V. Steru đưa ra hệ số thông minh IQ (intelligene Quotient) thông qua trắc nghiệm.

Khái niệm về trắc nghiệm

Theo [16, tr.322], trắc nghiệm mà đối tượng là con người có thể hiểu theo định nghĩa sau: “Trắc nghiệm là một phương pháp khoa học cho phép dùng một loạt những động tác xác định để nghiên cứu một hay nhiều đặc điểm nhân cách phân biệt được bằng thực nghiệm với mục tiêu đi đến những mệnh đề lượng hóa tối đa có thể được về mức độ biểu hiện tương đối của đặc điểm cần nghiên cứu”. Vậy có thể hiểu về trắc nghiệm như sau:

- Trắc nghiệm là một *phương pháp khoa học*, trắc nghiệm được phát triển dựa trên những quy tắc có căn cứ khoa học, chẳng hạn: thử nghiệm trắc nghiệm, phân tích, đánh giá độ tin cậy, xác định tính hiệu quả...
- Dựa trên một loạt *những động tác xác định*, dễ thao tác, dễ tiến hành.
- Trắc nghiệm có thể được sử dụng để nghiên cứu, xác định *một hay nhiều đặc điểm*. Trường hợp nghiên cứu nhiều đặc điểm, người ta nói là bộ trắc nghiệm.
- Đối tượng nghiên cứu của trắc nghiệm là những đặc điểm nhân cách phân biệt được bằng thực nghiệm. Những đặc điểm này được hiểu rất rộng, thường là kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo, năng lực,...
- Mục tiêu là đi tới những *mệnh đề lượng hóa tối đa có thể được*, kết quả cần được biểu thị bằng số.

Để phản ánh *mức độ biểu hiện tương đối của đặc điểm* cần nghiên cứu, sự lượng hóa phải liên hệ với một giá trị chuẩn nào đó, chẳng hạn với giá trị trung bình của số bài làm đúng của lớp, với tổng số điểm. Chú ý rằng một

giá trị thô, chẳng hạn số bài tập mà mỗi người giải đúng ít nói lên điều gì có ý nghĩa về mức độ biểu hiện của một đặc điểm.

Trắc nghiệm khách quan là phương pháp kiểm tra, trong đó đề kiểm tra, thường gồm nhiều câu hỏi, mỗi câu nêu ra một vấn đề cùng với những thông tin cần thiết, sao cho thí sinh chỉ phải trả lời vấn tất đối với từng câu.

Phương pháp trắc nghiệm thường được dùng trong các trường hợp sau:

- Số thí sinh dự kiểm tra rất đông.
- Muốn chấm bài nhanh.
- Muốn có kết quả tin cậy, không phụ thuộc vào người chấm bài.
- Muốn đảm bảo thực sự công bằng, khách quan, chính xác và muốn ngăn chặn tiêu cực trong kiểm tra, đánh giá, thi.
- Muốn kiểm tra một phạm vi hiểu biết rộng, ngăn ngừa nạn học tủ, học lệch, học đối phó, học vẹt và giảm thiểu sự may rủi.

So sánh các phương pháp tự luận và trắc nghiệm

Tự luận cho phép có một sự tự do tương đối nào đó để trả lời một câu hỏi được đặt ra, nhưng đồng thời lại đòi hỏi học sinh phải nhớ lại, hiểu được hơn là nhận biết thông tin, phải biết sắp xếp và diễn đạt ý kiến của họ một cách chính xác và sáng sủa. Bài trắc nghiệm tự luận thường được chấm điểm một cách chủ quan và các điểm cho bởi những người chấm khác nhau có thể không thống nhất. Thông thường một bài trắc nghiệm tự luận gồm ít câu hỏi hơn là một bài trắc nghiệm khách quan do phải cần nhiều thời gian để trả lời mỗi câu hỏi.

Trắc nghiệm thường có nhiều phương án trả lời được cung cấp cho mỗi câu hỏi của bài trắc nghiệm nhưng chỉ có một phương án duy nhất là đúng hoặc đúng nhất, phù hợp nhất. Bài trắc nghiệm được chấm điểm bằng cách đếm số lần mà người làm trắc nghiệm đã chọn được phương án trả lời đúng trong số những phương án trả lời đã được cung cấp. Bài trắc nghiệm được gọi là khách quan vì việc cho điểm là khách quan chứ không chủ quan như

đối với bài trắc nghiệm tự luận. Có thể nói là kết quả chấm điểm trắc nghiệm sẽ như nhau, không phụ thuộc vào ai chấm bài trắc nghiệm đó. Thông thường bài trắc nghiệm gồm có nhiều câu hỏi hơn bài tự luận và mỗi câu hỏi thường có thể được trả lời bằng nhiều cách đánh dấu đơn giản.

Một câu hỏi đặt ra là: Trong hai hình thức tự luận và trắc nghiệm, hình thức nào tốt hơn? Trước hết có thể khẳng định được ngay rằng dù hình thức, phương pháp kiểm tra, đánh giá tối ưu đến đâu cũng không thể có hình thức, phương pháp nào hoàn toàn tuyệt đối; mỗi hình thức, phương pháp có các ưu điểm và nhược điểm nhất định. Thông thường điểm mạnh của phương pháp này lại là điểm yếu của phương pháp kia, do vậy cần kết hợp các phương pháp trong quá trình đánh giá một cách hợp lí, hiệu quả. Theo [25, tr.184], bảng 1.1 so sánh dưới đây cho thấy tùy theo từng vấn đề, ưu điểm thuộc về phương pháp nào:

BẢNG 1.1

Vấn đề	Ưu điểm của phương pháp	
	Trắc nghiệm	Tự luận
Tốn ít công ra đề thi		X
Đánh giá được khả năng diễn đạt, đặc biệt là diễn đạt tư duy hình tượng		X
Đề thi phủ kín nội dung môn học	X	
Ít may rủi do trùng tủ, trật tủ	X	
Tốn ít công chấm thi	X	
Khách quan trong chấm thi	X	
Áp dụng được công nghệ mới trong việc nâng cao chất lượng kì thi, giữ bí mật đề thi, hạn chế quay cốp khi thi, hạn chế tiêu cực trong chấm thi và giúp phân tích kết quả thi	X	

Trước hết một đề thi trắc nghiệm bao gồm rất nhiều câu hỏi, mà việc tạo nên mỗi câu hỏi đòi hỏi rất nhiều công sức và sự khéo léo, do đó để hình thành một đề thi trắc nghiệm cần nhiều thời gian hơn so với một đề thi tự luận chỉ với một vài câu hỏi (đề ngữ văn có thể chỉ là một câu hỏi). Đề thi trắc nghiệm khó đánh giá khả năng diễn đạt của học sinh như đề thi tự luận vì để làm đề thi trắc nghiệm học sinh có thể chỉ cần đánh dấu khi lựa chọn phương án trả lời hoặc chỉ điền một vài từ cần thiết. Đề thi trắc nghiệm cũng khó đánh giá được tư duy trừu tượng của học sinh như qua các lập luận có lí ở bài thi tự luận.

Trắc nghiệm cho phép soạn thảo các đề thi bao gồm năm bảy chục, thậm chí hàng trăm câu hỏi, mỗi câu hỏi có thể trả lời trong thời gian một vài phút và trong vòng một tiếng đồng hồ học sinh có thể trả lời xong một đề thi khá dài. Một đề thi như vậy có khả năng phủ kín tất cả nội dung của một môn học hoặc một chương trình học. Ngược lại một đề thi tự luận trong một vài tiếng đồng hồ chỉ có thể liên quan đến một vài chủ đề của môn học hoặc chương trình học. Với đề thi trắc nghiệm, học sinh khó có thể học tủ, học lệch như thi bằng đề tự luận.

Một sự khác nhau khá cơ bản giữa hình thức tự luận và trắc nghiệm là ở tính khách quan. Đối với hình thức tự luận, kết quả chấm thi phụ thuộc nhiều vào chủ quan của người chấm do đó rất khó công bằng, chính xác. Để hạn chế mức độ chủ quan đó, người ta cải tiến việc chấm bài tự luận bằng cách đặt ra các đáp án có thang điểm rất chi tiết, chấm hai vòng độc lập, chấm thanh tra. Tuy nhiên nhiều thử nghiệm cho thấy độ lệch của việc chấm bài tự luận thường khá lớn, đặc biệt là với các môn khoa học xã hội.

Với loại đề trắc nghiệm, khi đã có sẵn đáp án, việc chấm bài là hoàn toàn khách quan, chính xác, không phụ thuộc vào người chấm, nhất là khi bài được chấm bằng máy (không cần phải chấm hai vòng độc lập). Đây là một

ưu điểm lớn của phương pháp trắc nghiệm. Chính vì thế người ta thường gọi phương pháp này là trắc nghiệm khách quan. Tuy nhiên, cũng không thể nói hình thức, phương pháp kiểm tra, thi nào là tuyệt đối khách quan, vì việc soạn thảo các câu hỏi và định điểm cho các câu hỏi vẫn phải tùy thuộc vào người soạn đề.

Có ý kiến cho rằng phương pháp trắc nghiệm không đánh giá được những khả năng tư duy ở mức độ cao, nhất là tư duy trừu tượng; khó đánh giá được khả năng cảm thụ tình cảm. Thật ra thực tế chứng tỏ rằng có thể viết các câu hỏi trắc nghiệm khách quan để đánh giá tất cả sáu cấp độ nhận thức (nhận biết, thông hiểu, vận dụng, phân tích, tổng hợp, đánh giá), tuy rằng việc viết được những câu hỏi trắc nghiệm khách quan để đánh giá mức độ tư duy cao, tư duy trừu tượng, đánh giá khả năng cảm thụ là rất khó khăn, đòi hỏi sự thuần thục trong kỹ năng soạn câu hỏi, bài tập và cũng phải thừa nhận rằng để đánh giá những năng lực tư duy ở cấp độ rất cao, tư duy trừu tượng, khả năng cảm thụ thì hình thức tự luận có nhiều ưu thế hơn trắc nghiệm, vì việc trả lời câu hỏi trắc nghiệm khách quan dù khó đến đâu cũng vẫn được thực hiện trong các phương án cho sẵn.

Độ khó và độ phân biệt của các câu trắc nghiệm

Để bám sát chất lượng của từng câu trắc nghiệm hoặc của toàn bộ một đề thi trắc nghiệm, người ta thường dùng một số đại lượng đặc trưng đó là độ khó và độ phân biệt.

Độ khó:

Khái niệm đầu tiên có thể lưu ý đến là độ khó của câu trắc nghiệm. Khi nói đến độ khó, hiển nhiên phải xem câu trắc nghiệm là khó đối với đối tượng nào. Nhờ việc thử nghiệm trên các đối tượng học sinh phù hợp, người ta có thể đo độ khó bằng tỉ số phần trăm học sinh làm đúng câu trắc nghiệm đó trên tổng số học sinh dự thi.

$$p = \text{Độ khó của câu trắc nghiệm} = \frac{\text{Tổng số học sinh trả lời đúng câu hỏi}}{\text{Tổng số học sinh trả lời câu hỏi}}$$

Khi soạn thảo xong một câu hoặc một bài trắc nghiệm, người soạn thảo chỉ có thể ước lượng độ khó hoặc độ phân biệt của nó bằng cảm tính. Độ lớn của các đại lượng đó chỉ có thể tính được cụ thể bằng phương pháp thống kê sau lần trắc nghiệm thử, dựa vào kết quả thu được từ các câu và bài trắc nghiệm của học sinh. Việc sử dụng hệ số p để đo độ khó là rất có ý nghĩa. Ngoài ra cách định nghĩa này cũng cho ta một đại lượng chung phản ánh độ khó, dễ của các bài trắc nghiệm thuộc các lĩnh vực khoa học khác nhau.

Các câu hỏi của một bài trắc nghiệm thường phải có các độ khó khác nhau. Theo công thức tính độ khó như trên, rõ ràng giá trị p càng bé câu hỏi càng khó và ngược lại.

Vậy p có giá trị như thế nào để thì câu hỏi có thể được xem là có độ khó trung bình? Muốn thế, cần phải lưu ý đến xác suất mà học sinh làm đúng câu hỏi đó. Giả sử một câu trắc nghiệm có bốn phương án trả lời thì xác suất làm đúng câu hỏi đó do chọn ngẫu nhiên là 0,25 hay 25%. Vậy độ khó trung bình của câu hỏi này nằm ở khoảng giữa tối thiểu và tối đa số học sinh trả lời đúng câu hỏi (từ 25% đến 100%), tức là bằng $\frac{1}{2} \cdot (25\% + 100\%) = 62,5\%$.

Tổng quát, độ khó trung bình của một câu trắc nghiệm có n phương án trả lời là:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{n} \% + 100\% \right)$$

Câu hỏi lí tưởng của đề kiểm tra là có hệ số về mức độ khó khoảng 0,5, nhưng con số này lại khó có thể chính xác cho tất cả các câu hỏi.

Theo TS. Dương Thiệu Tống, có thể phân loại độ khó theo kết quả trả lời của học sinh như sau:

70% trở lên: là câu dễ

60% đến 70%: là câu có độ khó vừa phải

40% đến 60%: là câu có độ khó trung bình

30% đến 40%: là câu có độ khó tương đối

dưới 30% : là câu khó.

Thông thường chúng ta chọn lựa hệ số trong khoảng: $0,3$ $0,7$

Để xét độ khó của một bài trắc nghiệm, người ta có thể đối chiếu điểm trung bình của bài với điểm trung bình lí tưởng của nó. Điểm trung bình kì vọng của bài kiểm tra là điểm số nằm giữa điểm tối đa và điểm mà người không biết gì có thể đạt được do chọn ngẫu nhiên.

Giả sử một bài trắc nghiệm có 50 câu, mỗi câu có bốn phương án trả lời. Điểm tối đa là 50 điểm, điểm có thể đạt được do chọn ngẫu nhiên là:

$$0,25 \cdot 50 = 12,5; \text{ điểm trung bình lí tưởng là: } \frac{1}{2} \cdot (12,5 + 50) = 31,25. \text{ Nói}$$

chung, nếu điểm trung bình lí tưởng nằm giữa phân bố điểm quan sát được thì bài trắc nghiệm đó vừa sức học sinh, còn khi điểm đó nằm ở phía trên hoặc phía dưới điểm phân bố quan sát được thì bài kiểm tra đó là khó hoặc dễ hơn so với đối tượng học sinh.

Tất nhiên, một bài trắc nghiệm có giá trị và đáng tin cậy là bài gồm những câu trắc nghiệm có độ khó nằm trong các khoảng đã nói ở trên.

Độ phân biệt:

Khi ra một câu hoặc một bài trắc nghiệm cho một nhóm học sinh nào đó, người ta thường muốn phân biệt trong nhóm ấy những người có năng lực khác nhau: giỏi, khá, trung bình, yếu, kém. Khả năng của câu trắc nghiệm thực hiện được sự phân biệt ấy được gọi là độ phân biệt. Muốn cho câu hỏi có độ phân biệt, phản ứng của nhóm học sinh giỏi và nhóm học sinh kém lên câu

đó phải khác nhau. Người ta thường thống kê các phản ứng khác nhau đó để tính độ phân biệt.

Độ phân biệt của một câu hỏi hoặc của một bài trắc nghiệm liên quan đến độ khó. Thật vậy, nếu một bài trắc nghiệm dễ đến mức mọi học sinh đều làm tốt, các điểm số đạt được chụm lại ở phần điểm cao, thì độ phân biệt của nó là rất kém, vì mọi học sinh đều có phản ứng như nhau đối với bài trắc nghiệm đó. Cũng vậy, nếu một bài trắc nghiệm khó đến mức mọi học sinh đều không làm được, các điểm số chụm lại ở phần điểm thấp, thì độ phân biệt của nó cũng rất kém. Từ các trường hợp giới hạn nói trên, có thể suy ra rằng muốn có độ phân biệt tốt phải có độ khó ở mức trung bình. Khi ấy điểm số thu được của nhóm học sinh sẽ có phổ trải rộng.

Có thể tính độ phân biệt của một câu hỏi như sau:

Chọn nhóm học sinh giỏi nhất và nhóm học sinh kém nhất có số lượng bằng nhau. Khi đó độ phân biệt của câu hỏi là:

$$d = \frac{D_t - D_d}{N}$$

Với D_t là tổng số học sinh trả lời đúng ở nhóm cao.

D_d là tổng số học sinh trả lời đúng ở nhóm thấp.

N là số học sinh trong mỗi nhóm.

Một câu hỏi có hệ số phân biệt hoàn hảo là một khi mọi học sinh giỏi đều trả lời đúng câu hỏi, còn mọi học sinh kém đều không trả lời được câu hỏi đó. Nếu hầu hết học sinh ở cả nhóm cao và nhóm thấp đều trả lời đúng câu hỏi thì hệ số phân biệt vào khoảng 0,1. Khi đó rõ ràng câu hỏi này dễ so với đối tượng học sinh được kiểm tra.

Các chuyên gia biên soạn đề kiểm tra thông thường lựa chọn câu hỏi có hệ số phân biệt như sau:

- Từ 0,4 trở lên : Rất tốt
- Từ 0,3 đến 0,4: Khá tốt, có thể làm cho tốt hơn
- Từ 0,2 đến 0,29: Tạm được, cần chỉnh sửa cho hoàn chỉnh
- Dưới 0,29: Kém, cần loại bỏ hoặc sửa chữa nếu có thể.

1.2.5 Phương pháp xây dựng hệ thống câu hỏi trắc nghiệm khách quan

1.2.5.1 Căn cứ vào nội dung

Để xây dựng hệ thống câu hỏi trắc nghiệm khách quan trước hết phải căn cứ vào nội dung cụ thể của từng chương trình phải biên soạn. Nội dung đó bao gồm chương trình và yêu cầu của chương trình. Hiện nay có hai bộ sách giáo khoa cho học sinh trung học phổ thông đó là sách giáo khoa ban cơ bản và sách giáo khoa nâng cao cùng tồn tại và được sử dụng song song tùy vào điều kiện cụ thể từng trường, từng nơi cho nên phần yêu cầu của chương trình cần phải căn cứ vào yêu cầu cơ bản và yêu cầu nâng cao.

Chẳng hạn với nội dung “Phương pháp tọa độ trong không gian” của lớp 12 thì chương này được trình bày với thời gian là 17 tiết (Sách giáo khoa hình học 12) và 20 tiết (Sách giáo khoa hình học 12 nâng cao) bao gồm các vấn đề sau:

+ Hệ tọa độ trong không gian. Tọa độ của vectơ. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ. Tọa độ của điểm. Khoảng cách giữa hai điểm. Phương trình mặt cầu. Tích vô hướng của hai vectơ.

+ Phương trình mặt phẳng. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Phương trình tổng quát của mặt phẳng. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

+ Phương trình đường thẳng: phương trình tham số của đường thẳng, điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau.

1.2.5.2 Các dạng toán

Căn cứ vào nội dung chương trình thì người biên soạn câu hỏi TNKQ phải đưa ra được các dạng toán phù hợp để từ đó viết nội dung câu hỏi cho sát và hợp lí. Chẳng hạn với chương “Phương pháp tọa độ trong không gian” ta có thể phân thành 5 dạng bài toán như sau:

- Dùng vectơ (cùng phương, tích vô hướng, biểu diễn một vectơ qua hai hoặc ba vectơ khác) để chứng minh một hệ thức vectơ, chứng minh tính thẳng hàng, song song, vuông góc, đồng phẳng.
- Các bài toán tính toán: Tính khoảng cách (khoảng cách giữa hai điểm, từ một điểm tới một mặt phẳng, từ một điểm tới một đường thẳng, giữa hai đường thẳng chéo nhau), góc (góc giữa hai vectơ, góc giữa hai đường thẳng, góc giữa hai mặt phẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng), thể tích hình hộp và tứ diện, diện tích tam giác.
- Các bài toán về mặt cầu: Viết phương trình mặt cầu khi biết các điều kiện xác định nó, viết phương trình mặt phẳng tiếp diện, tìm tọa độ tâm và tính bán kính mặt cầu khi biết phương trình mặt cầu, xác định vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng.
- Các bài toán về mặt phẳng: Tìm vectơ pháp tuyến, viết phương trình mặt phẳng khi biết các điều kiện xác định nó, vị trí tương đối của hai mặt phẳng, mặt phẳng song song, vuông góc, các vị trí đặc biệt của mặt phẳng.
- Các bài toán về đường thẳng: Tìm vectơ chỉ phương, viết phương trình tham số, phương trình chính tắc; xác định các hệ thức vectơ, hệ thức tọa độ biểu diễn vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Tương ứng với các dạng toán trên, hệ thống câu hỏi trắc nghiệm của chương “Phương pháp tọa độ trong không gian” có thể được phân thành 3 dạng chính, đó là:

- Dạng “đọc” phương trình:

Đây là dạng cho trước phương trình của một đường hoặc một mặt nào đó, yêu cầu học sinh “đọc” các yếu tố từ phương trình đó. Chẳng hạn từ phương trình $2x + 6y - 3z + 4 = 0$, học sinh phải “đọc” được đây là phương trình của một mặt phẳng đi qua điểm $M(1 ; 0 ; 2)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2 ; 6 ; \blacksquare)$. Từ đó ta có thể viết thành câu hỏi TNKQ như sau:

Cho mặt phẳng (P) : $2x + 6y - 3z + 4 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- (A) (P) đi qua điểm $M(1 ; 0 ; 2)$ và có một vtpt $\vec{n} = (2 ; 6 ; 3)$
- (B) (P) đi qua điểm $M(1 ; 0 ; -2)$ và có một vtpt $\vec{n} = (2 ; 6 ; -3)$
- (C) (P) đi qua điểm $M(1 ; 0 ; 2)$ và có một vtpt $\vec{n} = (2 ; 6 ; -3)$
- (D) (P) đi qua điểm $M(-1 ; 0 ; -2)$ và có một vtpt $\vec{n} = (2 ; 6 ; 3)$

Hoặc từ phương trình $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$, học sinh cũng phải “đọc” được đây là phương trình của một mặt cầu có tâm $I(1 ; -2 ; 3)$ và bán kính bằng 2. Từ đó ta có thể viết thành câu hỏi TNKQ như sau:

Cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- (A) $I(1 ; -2 ; 3)$ và $R = 4$.
- (B) $I(1 ; -2 ; 3)$ và $R = 2$.
- (C) $I(-1 ; 2 ; -3)$ và $R = 2$.
- (D) $I(-1 ; 2 ; -3)$ và $R = 4$.

- Dạng “viết” tọa độ, “viết” phương trình:

Dạng này yêu cầu học sinh viết được tọa độ của điểm, của vector trong một hệ tọa độ vuông góc đã được xác định; viết được phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu khi biết các điều kiện xác định chúng.

Chẳng hạn:

+ Nếu cho một điểm M nằm trên trục Oy thì học sinh phải viết ngay được tọa độ điểm M có dạng $(0 ; y ; 0)$ hoặc cho điểm M nằm trên

đường thẳng có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$
 thì học sinh

cũng phải viết được tọa độ điểm M có dạng $(1 + 2t ; 6t ; 2 - 3t)$.

+ Nếu cho mặt phẳng () đi qua ba điểm không thẳng hàng M, N, P thì học sinh phải viết được phương trình mặt phẳng () bằng cách:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Chọn một trong ba điểm } M, N, P \text{ làm điểm đi qua} \\ \text{Chọn một vtpt là } \vec{n} \text{ ()} . \end{array} \right.$

+ Nếu cho biết tọa độ hai đầu mút của đường kính AB của một mặt cầu thì học sinh phải viết được phương trình mặt cầu đó bằng cách:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tìm tọa độ tâm } I \text{ của mặt cầu là trung bình cộng tọa độ hai điểm } A \text{ và } B \\ \text{Tính bán kính } R \text{ của mặt cầu : } R = \frac{1}{2} AB . \end{array} \right.$

+ Nếu cho biết đường thẳng d đi qua hai điểm phân biệt A và B nào đó thì học sinh phải viết được phương trình tham số hoặc chính tắc của đường thẳng d bằng cách:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Chọn một trong hai điểm } A, B \text{ làm điểm đi qua} \\ \text{Chọn một vtcp là } \vec{u} \text{ ()} . \end{array} \right.$

...

Từ đó ta có thể viết thành câu hỏi TNKQ như sau:

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm:

$M(1 ; 1 ; 3)$, $N(-1 ; 3 ; 2)$, $P(-1 ; 2 ; 3)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

- (A) $x + 2y + 2z - 3 = 0$.
 (B) $x - 2y + 6z + 19 = 0$.
 (C) $x + 2y + 2z - 9 = 0$.
 (D) $x + 2y + 2z + 9 = 0$.

Câu 2: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1 ; 2 ; 3)$, $B(3 ; -4 ; 5)$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- (A) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = \sqrt{11}$.
 (B) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = 11$.
 (C) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 11$.
 (D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = \sqrt{11}$.

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1 ; 2 ; 3)$, $B(3 ; -4 ; 5)$.

Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của đường thẳng AB :

(A)
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

(C)
$$\frac{x}{1} = \frac{y}{\dots} = \frac{z}{\dots}$$

(B)
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 - 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

(D)
$$\frac{x}{1} = \frac{y}{\dots} = \frac{z}{\dots}$$

...

- *Dạng kết hợp cả “đọc” và “viết”:*

Để soạn câu hỏi TNKQ dạng này ta có thể dựa vào các bài toán ở dạng tự luận, rồi chuyển hóa thành câu hỏi TNKQ. Chẳng hạn từ bài toán tự luận sau:

“ Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 6y - 3z + 4 = 0$ và điểm $M(1 ; 0 ; 2)$.

a) Điểm M có thuộc mặt phẳng (P) không?

b)Viết phương trình mặt cầu bán kính bằng 4 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại M , ta có thể chuyển thành những câu hỏi TNKQ theo cách sau:

- Để làm được câu a), học sinh phải thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) , nếu thỏa mãn thì khẳng định được điểm $M \in (P)$. Ta có câu hỏi TNKQ :

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x + 6y - 3z + 4 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm có tọa độ nào dưới đây:

(A) $(1 ; 0 ; 2)$ (B) $(1 ; 0 ; -2)$ (C) $(1 ; 1 ; -4)$ (D) $(1 ; 1 ; 0)$

- Để làm được câu b), học sinh phải xác định được tọa độ tâm I của mặt cầu:

$$\begin{cases} I \text{ thuộc đường thẳng đi qua } M \text{ và } \perp (P) \\ IM = 4 \end{cases}$$

Như vậy, các em phải:

+ “Đọc” được tọa độ vpt của mặt phẳng (P) để viết phương trình tham số của đường thẳng $\perp (P)$. Ta có câu hỏi TNKQ :

Câu 2:

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 6y - 3z + 4 = 0$ và điểm $M(1 ; 0 ; 2)$. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) :

$$(A) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 6 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 6 \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

+ “Viết” được dạng tọa độ của điểm thuộc đường thẳng $\perp (P)$ theo phương trình tham số. Ta có câu hỏi TNKQ :

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

Khi đó mọi điểm I thuộc đường thẳng có tọa độ dạng:

(A) $I(1; 0; 2)$.

(C) $I(1 + 2t; 6t; 2 - 3t)$.

(B) $I(2t; 6t; -3t)$.

(D) $I(1; 6; 2)$.

+ Áp dụng được công thức khoảng cách giữa hai điểm để tính IM ; cho $IM = 4$ để tìm tham số t , xác định được tọa độ điểm I . Ta có câu hỏi TNKQ sau:

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

và điểm $M(1; 0; 2)$. Điểm I thuộc đường thẳng sao cho $IM = 4$ có tọa độ là:

(A) $I(\frac{15}{7}; \frac{24}{7}; \frac{2}{7})$. (C) $I(\frac{15}{7}; \frac{24}{7}; \frac{2}{7})$ hoặc $I(\frac{1}{7}; \frac{24}{7}; \frac{26}{7})$.

(B) $I(\frac{1}{7}; \frac{24}{7}; \frac{26}{7})$. (D) $I(\frac{11}{7}; \frac{12}{7}; \frac{8}{7})$ hoặc $I(\frac{3}{7}; \frac{12}{7}; \frac{20}{7})$.

+ Viết được phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính. Ta có câu hỏi TNKQ:

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(\frac{1}{7}; \frac{24}{7}; \frac{26}{7})$, bán

kính bằng 4, có phương trình là:

(A) $(x - \frac{1}{7})^2 + (y - \frac{24}{7})^2 + (z + \frac{26}{7})^2 = 4$.

(B) $(x - \frac{1}{7})^2 + (y - \frac{24}{7})^2 + (z + \frac{26}{7})^2 = 16$.

(C) $(x + \frac{1}{7})^2 + (y + \frac{24}{7})^2 + (z - \frac{26}{7})^2 = 4$.

(D) $(x + \frac{1}{7})^2 + (y + \frac{24}{7})^2 + (z - \frac{26}{7})^2 = 16$.

Qua ví dụ trên ta thấy từ một bài toán tự luận với yêu cầu học sinh vận dụng kết hợp giữa kỹ năng “đọc” và kỹ năng “viết” ta có thể xây dựng thành nhiều câu hỏi TNKQ.

1.2.5.3 Xác định các mức độ nhận thức trong kiểm tra

Tại hội nghị của hội tâm lí học Mỹ năm 1948, B.S.Bloom đã chủ trì xây dựng một hệ thống phân loại các mục tiêu của quá trình giáo dục. Ba lĩnh vực quan trọng, chủ yếu của các hoạt động giáo dục được xác định là lĩnh vực về nhận thức, lĩnh vực về hoạt động và lĩnh vực về cảm xúc, thái độ.

Lĩnh vực nhận thức liên quan đến những kiến thức tiếp nhận được, thể hiện ở khả năng suy nghĩ, lập luận, bao gồm việc thu thập các thông tin, sự kiện, giải thích, lập luận theo kiểu diễn dịch và quy nạp và sự đánh giá có phê phán.

Lĩnh vực hoạt động liên quan đến những kĩ năng đòi hỏi sự khéo léo về chân tay, sự phối hợp các cơ bắp từ đơn giản đến phức tạp.

Lĩnh vực cảm xúc liên quan đến những đáp ứng về mặt tình cảm, bao hàm cả những mối quan hệ như yêu ghét, thái độ nhiệt tình, thờ ơ, cũng như sự cam kết với một nguyên tắc và sự tiếp thu các lí tưởng.

Các lĩnh vực nêu trên không hoàn toàn tách biệt hoặc loại trừ lẫn nhau. Phần lớn việc phát triển tâm linh và tâm lí đều bao hàm cả ba lĩnh vực nói trên.

B.S.Bloom và những người cộng tác với ông cũng xây dựng nên các cấp độ của mục tiêu giáo dục, thường được gọi là cách phân loại Bloom, trong đó lĩnh vực nhận thức được chia thành các mức độ hành vi từ đơn giản nhất đến phức tạp nhất.

Sự phân loại các mục tiêu giáo dục Toán theo các mức độ của nhận thức của Bloom gồm có sáu mức độ: nhận biết, thông hiểu, vận dụng, phân tích, tổng hợp, đánh giá, song cần tập trung vào ba mức độ đầu tiên:

***Nhận biết:**

Nhận biết là sự nhớ lại các thông tin đã có trước đây. Điều đó có nghĩa là một người có thể nhận biết thông tin, ghi nhớ tái hiện thông tin, nhắc lại một loạt dữ liệu, từ các sự kiện đơn giản đến các lí thuyết phức tạp. Đây là mức độ, yêu cầu thấp nhất của trình độ nhận thức thể hiện ở chỗ học sinh

có thể và chỉ cần nhớ hoặc nhận ra khi được đưa ra hoặc dựa trên những thông tin có tính đặc thù của một khái niệm, một sự vật, một hiện tượng.

Học sinh phát biểu đúng một định nghĩa, định lí, nhưng chưa giải thích và vận dụng được chúng.

Có thể cụ thể hóa mức độ nhận biết bằng các động từ:

- + Nhận ra, nhớ lại các khái niệm, định lí, tính chất.
- + Nhận dạng (không cần giải thích) được các khái niệm, hình thể, vị trí tương đối giữa các đối tượng trong các tình huống đơn giản.
- + Liệt kê, xác định vị trí tương đối, mối quan hệ giữa các yếu tố đã biết.


Mức độ nhận biết gồm nhận biết *kiến thức, thông tin* và những *kỹ thuật, kỹ năng*.

- *Kiến thức và thông tin:*

Khả năng nhớ được những định nghĩa, kí hiệu, khái niệm và lí thuyết.

Trong phạm trù này học sinh được đòi hỏi chỉ nhớ được định nghĩa một sự kiện và không cần phải hiểu. Một chú ý quan trọng là kiến thức ở mức này chỉ là khả năng lặp lại. Những câu hỏi kiểm tra các mục tiêu ở phần này sẽ được đặt ra theo đúng với cách mà các kiến thức được học.

Những phạm trù con chính của kiến thức bao gồm:

- + *Kiến thức về thuật ngữ:* Học sinh được yêu cầu phải nhận diện và làm quen với ngôn ngữ toán học, tức là phần lớn các thuật ngữ và kí hiệu tất được sử dụng bởi các nhà toán học với mục đích giao tiếp thông tin. Ví dụ các kí hiệu $d(a, (P))$ là khoảng cách từ đường thẳng a đến mặt phẳng (P) , A  nghĩa là từ A suy ra B,...
- + *Kiến thức và những sự kiện cụ thể:* Mục tiêu này đòi hỏi học sinh nhớ được công thức và những quan hệ. Ví dụ khả năng đọc và viết phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu, công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng,...

+ *Kiến thức về cách thức và phương tiện sử dụng trong những trường hợp cụ thể*: Phạm trù con này bao gồm kiến thức về những quy ước, ví dụ như các chữ cái in hoa được dùng để chỉ các hình hình học và kiến thức về những sự phân loại và phạm trù.

+ *Kiến thức về các quy tắc và các tổng quát hóa*: Phạm trù này đòi hỏi học sinh trước hết phải nhớ được các ý niệm trừu tượng của toán học để giúp mô tả, giải thích và dự đoán các hiện tượng, sau đó là để nhận ra hay nhớ lại những quy tắc và các tổng quát hóa hay những minh họa cụ thể của chúng trong một bài toán. Kiến thức về những định lý toán học và những quy tắc logic cơ bản thuộc vào trong phạm trù con này.

Cuối giai đoạn học này học sinh phải có thể :

Định nghĩa được các thuật ngữ tọa độ, hệ tọa độ, mặt phẳng tọa độ. Nhận ra được đặc điểm của phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu. Nhớ lại được những điều kiện cơ bản để hai mặt phẳng, đường thẳng vuông góc hoặc song song về phương diện tọa độ.

Ví dụ 1:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình của một mặt phẳng:

(A) $2x - y + 3z = 0$

(B) $z + 1 = 0$

(C) $x^2 + 2y - z + 5 = 0$

(D) $3x + 2y - 4 = 0$

Đáp án: C

Phân tích: Để chọn được phương án đúng trong ví dụ này học sinh phải biết nhận biết phương trình mặt phẳng, đó là phương trình *bậc nhất* 3 ẩn x, y, z :

$Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó hệ số A, B, C của x, y, z *không đồng thời bằng không*. Điều đó được hiểu là có thể *khuyết nhiều nhất là 2 ẩn* trong một

phương trình. Còn hệ số tự do D vẫn có thể bằng không. Đây chính là các trường hợp đặc biệt của phương trình mặt phẳng. Nếu giáo viên không khắc sâu điều này khi học định nghĩa phương trình mặt phẳng thì rất có thể học sinh sẽ mắc sai lầm: chỉ công nhận một phương trình bậc nhất với đầy đủ 3 ẩn x, y, z mới là phương trình mặt phẳng và không biết lựa chọn phương án nào là phương án đúng trong bốn phương án trên. Nếu giáo viên khắc sâu điều này thì học sinh dễ dàng lựa chọn phương án đúng là **C** (không phải là phương trình bậc nhất), ba phương án còn lại chỉ để gây nhiễu mà thôi.

Ví dụ 2:

Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x - 3y + 1 = 0$ là phương trình của một:

- (A) Đường thẳng.
- (B) Mặt phẳng.
- (C) Mặt cầu.
- (D) Đường tròn.

Đáp án: B

Phân tích: Phương án đúng là **B**. Phương án **A** đưa ra trong trường hợp học sinh ngộ nhận phương trình $x - 3y + 1 = 0$ là phương trình của một đường thẳng trong mặt phẳng đã được học ở lớp 10. Còn mặt cầu và đường tròn ở phương án **C** và phương án **D** có phương trình biểu diễn không thể là phương trình bậc nhất được.

Để đánh giá kết quả học tập của học sinh chúng ta cần có được những thông tin thuộc những phạm trù sau: những gì học sinh được dạy (phạm trù kiến thức), những gì học sinh nhận thức được (phạm trù nhận thức) và những gì học sinh làm được (phạm trù hành động). Trong ví dụ 2, chẳng những ta muốn biết học sinh đã được học tất cả các khái niệm có trong câu hỏi hay chưa (phạm trù kiến thức), mà còn muốn biết học sinh có hiểu đúng bản chất

hay không (phạm trù nhận thức). Trong câu hỏi TNKQ, càng có nhiều kiến thức thì học sinh càng có cơ hội thành công hơn. Bởi vì kiểm tra về phạm trù này tập trung vào việc nhớ các khái niệm, sự kiện, kiến thức biểu hiện một mức độ thấp của sự thể hiện toán học.

Tuy vậy, việc phát triển kiến thức toán là một mục đích quan trọng của việc học và tất cả các phạm trù khác đều xem nó như là một yêu cầu tối thiểu. Hơn nữa nó được đánh giá một cách dễ dàng bằng các câu hỏi TNKQ.

- *Những kĩ thuật và kĩ năng*: Kĩ thuật và kĩ năng được thể hiện qua việc tính toán và khả năng thao tác trên các kí hiệu; các lời giải.

Mục tiêu này bao gồm việc sử dụng các thuật toán như các kĩ năng thao tác và khả năng thực hiện trực tiếp những phép tính, hoàn thành các bài tương tự với các ví dụ học sinh đã gặp trên lớp (có thể khác nhau về chi tiết). Câu hỏi có thể không đòi hỏi phải đưa ra quyết định là làm thế nào để tiếp cận lời giải, chỉ cần dùng kĩ thuật đã được học, hoặc có thể là một quy tắc phải được nhớ lại và áp dụng ngay một kĩ thuật đã được dạy.

*** Thông hiểu:**

Thông hiểu là khả năng nắm được, hiểu được các ý nghĩa của các khái niệm, hiện tượng, sự vật; giải thích được; chứng minh được; là mức độ cao hơn nhận biết nhưng là mức độ thấp nhất của việc thấu hiểu sự vật, hiện tượng, nó liên quan đến ý nghĩa của các mối quan hệ giữa các khái niệm, các thông tin mà học sinh đã học, đã biết. Điều đó có thể thể hiện bằng việc chuyển thông tin từ dạng này sang dạng khác, bằng cách giải thích thông tin (giải thích hoặc tóm tắt) và bằng cách ước lượng xu hướng tương lai (dự báo các kết quả hoặc ảnh hưởng).

Có thể cụ thể hóa mức độ thông hiểu bằng các động từ:

+ Diễn tả bằng ngôn ngữ cá nhân về khái niệm, định lí, tính chất, chuyển

đổi được từ hình thức ngôn ngữ này sang hình thức ngôn ngữ khác (ví dụ từ lời sang công thức, kí hiệu, số liệu và ngược lại).

- + Biểu thị minh họa giải thích được ý nghĩa của các khái niệm, định nghĩa, định lí.
- + Lựa chọn, bổ sung, sắp xếp lại những thông tin cần thiết để giải quyết một vấn đề nào đó.
- + Sắp xếp lại lời giải bài toán theo cấu trúc lôgic.

Phạm trù này gồm các câu hỏi để học sinh có thể sử dụng các kiến thức học được mà không cần liên hệ với kiến thức khác hay nhận ra các kiến thức đó qua những áp dụng của nó. Những câu hỏi này nhằm xác định xem học sinh có nắm được ý nghĩa của kiến thức mà không đòi hỏi học sinh phải áp dụng hay phân tích nó.

Các hành vi thể hiện việc hiểu có thể chia thành ba loại theo thứ tự sau đây:

- . Chuyển đổi
- . Giải thích
- . Ngoại suy

Giải thích thì bao gồm chuyển đổi, còn ngoại suy thì bao gồm cả chuyển đổi và giải thích.

- *Chuyển đổi:*

Đây là quá trình trí tuệ về sự chuyển đổi ý tưởng thành các dạng tương ứng khác. Học sinh được yêu cầu thay đổi từ một dạng ngôn ngữ này sang một dạng ngôn ngữ khác. Một trường hợp khác của chuyển đổi là nhận ra hay đưa ra những ví dụ minh họa cho các định nghĩa, mệnh đề hay nguyên tắc đã cho. Với những dữ liệu đã thu được, khả năng chuẩn bị biểu diễn bằng các sơ đồ cũng ở trong phạm trù này.

- *Giải thích:*

Hành động chính trong giải thích là việc nhận dạng và hiểu các ý tưởng chính trong tiếp cận một đối tượng cũng như hiểu các mối quan hệ của chúng. Nó gắn liền với việc giải thích hay tóm tắt một đối tượng. Học sinh được yêu cầu đưa ra sự phán xét bằng cách tách ra những sự kiện quan trọng từ nhiều sự kiện và rồi tổ chức lại dữ liệu để thấy được toàn bộ nội dung.

Những bài toán trong phạm trù này sẽ quen thuộc với những bài toán mà học sinh đã gặp những dạng tương tự trước đây nhưng các em cần hiểu những khái niệm chính yếu để giải bài toán. Một quyết định sẽ được đưa ra không chỉ là để làm cái gì mà còn bằng cách nào để làm được điều đó.

Ví dụ 1: (Thông hiểu vtcp của đường thẳng khi biết phương trình của đường thẳng)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) :
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t \\ y = 3 \\ z = -3 - t \end{cases}$$

Trong các vectơ có tọa độ sau, vectơ nào là vtcp của (d) ?

(A) $(\frac{1}{2}; 3; -1)$

(B) $(1; 3; -3)$

(C) $(2; 3; -2)$

(D) $(1; 0; -2)$.

Đáp án: D

Phân tích: Để chọn được phương án đúng trong ví dụ này học sinh phải nắm và hiểu được cách tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng khi biết phương trình tham số của nó và các vectơ chỉ phương của đường thẳng có mối quan hệ cùng phương với nhau, đây chính là điều mà học sinh hay không chú ý nếu giáo viên không nhấn mạnh. Trong ví dụ đưa ra ở trên học sinh dễ dàng tìm ra ngay một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) có tọa độ là: $(\frac{1}{2}; 0; -1)$ (tương ứng là hệ số của tham số t) mà 4 phương án đưa ra không hề có kết quả này, do đó phải nghĩ đến những vectơ cùng phương với nó và sẽ lựa chọn

được phương án **D** là đúng. Các phương án **A, B, C** đưa ra chỉ để gây nhiễu do học sinh dễ mắc sai lầm ở việc lẫn tọa độ của điểm thuộc đường thẳng (d) (tương ứng là các hệ số tự do) và tọa độ của vector chỉ phương (tương ứng là hệ số của tham số t) với nhau.

Ví dụ 2: (Thông hiểu cách viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm của mặt phẳng và vtpt của nó)

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1 ; 2 ; - 3)$ và có vtpt \vec{n} [REDACTED] có phương trình là:

(A) $1(x - 3) + 2(y + 2) - 3(z + 5) = 0.$

(B) $3(x - 1) - 2(y - 2) - 5(z - 3) = 0.$

(C) $3(x - 1) - 2(y - 2) - 5(z + 3) = 0.$

(D) $3(x - 1) + 2(y - 2) - 5(z + 3) = 0.$

Đáp án: C

Phân tích: Phương án **A** nhầm tọa độ điểm và tọa độ vtpt với nhau; phương án **D** sai tọa độ vtpt nên đều bị loại, còn lại phương án **B** và phương án **C**. Chọn phương án **C** vì phương án **B** sai dấu tọa độ điểm A .

Nếu vẫn nội dung như trên nhưng đặt câu hỏi khác đi, chẳng hạn :

“Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình mặt phẳng đi qua $A(1 ; 2 ; - 3)$ và có vtpt \vec{n} [REDACTED]?” thì ta sẽ được câu hỏi dạng nhận biết.

- *Ngoại suy:*

Mục tiêu này gắn liền với khả năng của học sinh nhằm ngoại suy hay mở rộng những hướng vượt quá các dữ liệu đã cho. Cần phải có sự nhận thức về các giới hạn của dữ liệu cũng như các giới hạn trong phạm vi mà ta có thể mở rộng chúng. Bất kì một kết luận nào được rút ra đều có một mức độ xác suất. Phép ngoại suy là một sự mở rộng của việc giải thích mà theo cách đó mỗi

học sinh khi giải thích dữ liệu đó thì học sinh được yêu cầu chỉ ra những ứng dụng cụ thể, hệ quả, hay những tác động của nó.

Ví dụ 3: (Thông hiểu phương trình mặt cầu)

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu:

(A) $x^2 + y^2 + z^2 = 2x(1 + z) - 4y - 2xz + 1$

(B) $(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1$

(C) $2x^2 + 2y^2 = x^2 + y^2 - z^2 + 2x + 1$

(D) $2x^2 + 2y^2 = 2z^2 - 2x - 4y + 6z + 10$

Đáp án: D

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau, đều phải biến đổi đưa về phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ để xét. Phương trình trong phương án **D** có hệ số của x^2 , y^2 , z^2 không bằng nhau nên không phải phương trình mặt cầu.

*** Vận dụng:**

Vận dụng là khả năng sử dụng các kiến thức đã học vào một hoàn cảnh cụ thể mới: vận dụng nhận biết, hiểu biết thông tin để giải quyết vấn đề đặt ra; là khả năng đòi hỏi học sinh phải biết vận dụng kiến thức, biết sử dụng phương pháp, nguyên lý hay ý tưởng để giải quyết một vấn đề nào đó

Yêu cầu vận dụng được các quy tắc, phương pháp, khái niệm, định lý, công thức để giải quyết một vấn đề trong học tập hoặc của thực tiễn. Đây là mức độ thông hiểu cao hơn mức độ thông hiểu trên.

Có thể cụ thể hoá mức độ vận dụng bằng các động từ:

- + So sánh các phương án giải quyết vấn đề
- + Phát hiện lời giải có mâu thuẫn, sai lầm và chỉnh sửa được
- + Giải quyết được những tình huống mới bằng cách vận dụng các khái niệm, định lý, tính chất, quy tắc, phương pháp đã biết

- + Khái quát hóa, trừu tượng hóa từ tình huống quen thuộc, tình huống đơn lẻ sang tình huống mới, tình huống phức tạp hơn.

Mức độ vận dụng chỉ việc sử dụng các ý tưởng, quy tắc hay phương pháp chung vào những tình huống mới. Các câu hỏi yêu cầu học sinh phải áp dụng các khái niệm quen thuộc vào các tình huống không quen thuộc, có nghĩa là phải áp dụng kiến thức và việc hiểu các kỹ năng vào các tình huống mới hoặc những tình huống được trình bày theo một dạng mới.

Phương pháp giải thì không được hàm ý trong câu hỏi và khả năng tìm kiếm lời giải là khả năng phát triển các bước để giải bài toán chứ không phải tái tạo lời giải đã học ở lớp.

Do tính không quen thuộc và bản chất có vấn đề của tình huống được đặt ra nên quá trình tư duy liên đới là cao hơn hiểu. Điều quan trọng là những tình huống được trình bày cho học sinh là khác với những tình huống qua đó các em nắm được ý nghĩa của những khái niệm trừu tượng mà các em sẽ được yêu cầu áp dụng để đảm bảo rằng bài toán không thể giải được nếu chỉ áp dụng các phương pháp thường gặp.

Phạm trù này là cần thiết vì việc hiểu một khái niệm trừu tượng không đảm bảo rằng học sinh sẽ có khả năng nhận ra sự phù hợp và áp dụng nó một cách đúng đắn vào những tình huống thực tiễn. Khả năng áp dụng các khái niệm và quy tắc thu được cho một bài toán mới hoặc khả năng chọn lựa một ý niệm trừu tượng chính xác cho một bài toán mà có vẻ không quen thuộc cho đến khi các yếu tố được tái hiện lại theo một ngữ cảnh quen thuộc là cực kì quan trọng trong các khóa học về toán bởi vì phần lớn những gì học sinh được học đều dự định áp dụng vào các tình huống có vấn đề toán hàng ngày.

Ví dụ:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng song song d_1 , d_2 có phương trình:

$$d_1: \frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{4} = 0 \quad d_2: \frac{x}{6} + \frac{y}{109} + \frac{z}{-20} = 0$$

Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng d_1, d_2 :

- (A) $x - 5y - 2z + 50 = 0$
 (B) $63x + 109y - 20z + 76 = 0$
 (C) $63x + 9y - 2z + 6 = 0$
 (D) $9x + 7y + 28 = 0$

Đáp án: **B**

Phân tích:

Ta có một số cách để lựa chọn đáp số như sau:

Cách 1:

Ta có điểm $M(-7; 5; 9)$ thuộc d_1 , điểm $N(0; -4; -18)$ thuộc d_2 . Đường thẳng d_1 có vtcp là $\vec{u} = (3; -1; 4)$. Do (P) chứa hai đường thẳng d_1, d_2 nên:

$$(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{Có cặp vtcp } \vec{u} = (3; -1; 4) \text{ và } \overline{MN} = (7; -9; -27) \end{cases}$$

$$(P): \begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{Có vtpt } \vec{n} = (63; 109; -20) \end{cases}$$

$$(P) \text{ có phương trình: } 63(x + 7) + 109(y - 5) - 20(z - 9) = 0$$

$$63x + 109y - 20z + 76 = 0$$

Chọn phương án **B**.

Cách 2:

Làm như cách 1 tìm vtpt của (P) có tọa độ là $(63; 109; -20)$ nên 3 phương án **A, C, và D** bị loại. Chọn phương án đúng là **B**.

Cách 3:

Do đặc điểm của câu trắc nghiệm khách quan ta chỉ cần tính đến tọa độ thứ hai của vtpt là $(63 ; 109 ; ?)$ và chọn phương án **B**.

Qua đó có thể lưu ý cho học sinh như sau:

- Nếu có hai phương án đều thỏa mãn đúng tọa độ của vtpt thì phải thay tọa độ của điểm M hoặc N vào phương trình ở một trong hai phương án đó, nếu thỏa mãn thì chọn, nếu không thỏa mãn thì chọn phương án kia.

- Nhiều học sinh nghĩ rằng loại bài tập như trên có thể dùng cách thử là thay tọa độ điểm M hoặc N vào các phương trình đã cho, chỉ cần nhiều nhất là 3 lần thay sẽ chọn được phương án đúng, thì thật là sai lầm.

Bởi vì điểm $M(-7 ; 5 ; 9)$ thuộc mặt phẳng $x - 5y - 2z + 50 = 0$ ở phương án **A**, thậm chí cả hai điểm $M(-7 ; 5 ; 9)$ và $N(0 ; -4 ; -18)$ đều thuộc mặt phẳng $9x + 7y + 28 = 0$ ở phương án **D** mặc dù cả hai phương án này đều không phải phương án đúng.

Hoặc nhận thấy (P) chứa hai đường thẳng song song d_1, d_2 thì chỉ ít cũng có thể thử kiểm tra vtcp của đường thẳng d_1 có vuông góc với vtpt của các mặt phẳng trong từng phương án hay không. Tuy nhiên cũng không thể chọn được phương án đúng vì điều kiện đó được thỏa mãn thì mặt phẳng ấy cũng chưa chắc đã chứa cả hai đường thẳng d_1, d_2 mà có thể song song với d_1, d_2 (chẳng hạn mặt phẳng $x - 5y - 2z + 50 = 0$ ở phương án **A** chứa đường thẳng d_1 , nhưng lại không chứa đường thẳng d_2 mà lại song song với nó). Nếu lại thử tiếp các điểm M, N có thuộc các mặt phẳng đó không thì thật mất thời gian. Do đó ta phải tính tọa độ của vtpt như các cách làm trên.

1.2.5.4 Dạng câu hỏi:

Ở trường phổ thông, để kiểm tra thường xuyên, định kì, thi tốt nghiệp trung học phổ thông có thể sử dụng một số hình thức trắc nghiệm cơ bản sau đây:

trắc nghiệm đúng – sai; trắc nghiệm điền khuyết; trắc nghiệm đối chiếu cặp đôi (ghép đôi); trắc nghiệm nhiều lựa chọn.

- **Câu đúng – sai** : Đưa ra một nhận định thí sinh phải lựa chọn một trong hai phương án trả lời để khẳng định nhận định đó là đúng hay sai.

- **Câu điền khuyết**: Nêu một mệnh đề có khuyết một bộ phận, thí sinh phải nghĩ ra nội dung thích hợp để điền vào chỗ trống.

- **Câu ghép đôi**: Đòi hỏi thí sinh phải ghép đúng từng cặp nhóm từ ở hai cột với nhau sao cho phù hợp về ý nghĩa.

- **Câu nhiều lựa chọn**: Đưa ra một tình huống và có 4 – 5 phương án trả lời, thí sinh phải chọn để đánh dấu vào một phương án đúng.

Trong các dạng câu trắc nghiệm đã nêu dạng câu đúng – sai và dạng câu nhiều lựa chọn có cách trả lời đơn giản nhất. Câu đúng – sai cũng chỉ là trường hợp riêng của câu nhiều lựa chọn với hai phương án trả lời.

Dễ dàng thấy rằng khi một người hoàn toàn không có hiểu biết chọn ngẫu nhiên một phương án để trả lời một câu hỏi đúng – sai thì xác suất làm đúng là $\frac{1}{2}$ (hay 50%), nếu người đó chọn ngẫu nhiên một phương án để trả lời câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn với n phương án trả lời thì xác suất làm đúng là $\frac{1}{n}$. Loại câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn thường dùng nhất là loại có 4 hoặc 5 phương án trả lời, giảm xác suất làm đúng do chọn ngẫu nhiên xuống còn 25% hoặc 20%.

Trong các dạng câu hỏi TNKQ, dạng câu nhiều lựa chọn được sử dụng phổ biến hơn. Nếu người viết nắm vững kỹ thuật viết câu hỏi nhiều lựa chọn thì có thể viết được các câu hỏi TNKQ thuộc các dạng còn lại một cách thuận lợi vì hầu như chúng đều là các trường hợp đặc biệt của dạng nhiều lựa chọn. Do đó trong luận văn này, chúng tôi chọn dạng câu hỏi trắc nghiệm: trắc nghiệm nhiều lựa chọn (4 lựa chọn).

Trắc nghiệm nhiều lựa chọn là trắc nghiệm bao gồm hai phần:

+ Phần mở đầu (phần dẫn): Nêu vấn đề và cách thực hiện, cung cấp thông tin cần thiết hoặc nêu câu hỏi.

+ Phần thông tin: Nêu các câu trả lời (các phương án) để giải quyết vấn đề. Trong các phương án này, học sinh phải chỉ ra được phương án đúng (các phương án được đánh dấu bằng chữ cái A, B, C, D).

Câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn cần phải đảm bảo một số yêu cầu sau:

- + Có 4 hoặc 5 phương án chọn
- + Chỉ có một phương án chọn là đúng
- + Phương án đúng được đặt một cách ngẫu nhiên sau các chữ cái A, B, C, D.
- + Các phương án đặt ra không tùy tiện, mà dựa trên những phương án thực sự có thể xảy ra (do những sai lầm thường gặp của học sinh).
- + Phần dẫn nên viết dưới dạng câu đơn, rõ ràng
- + Hạn chế dùng câu phủ định, đặc biệt là phủ định hai lần
- + Không nên có phương án “Không phương án nào trên đây đúng” hoặc “Mọi phương án trên đây đều đúng”
- + Không tạo phương án đúng khác biệt so với các phương án khác (dài hơn hoặc ngắn hơn, mô tả tỉ mỉ hơn, có hình thức khác thường,...).
- + Không tạo các phương án nhiễu ở mức độ cao hơn so với phương án đúng.
- + Không đưa quá nhiều thông tin không thích hợp vào trong phần dẫn tạo nên sự hiểu lệch yêu cầu.
- + Ở câu dẫn có từ loại phủ định “không”, “không phải”, “sai” thì nên tô đậm từ loại này.

Trong khi soạn thảo câu trắc nghiệm, người ta thường cố gắng làm cho các phương án nhiễu đều có vẻ “có lí” và “hấp dẫn” như phương án đúng.

Ví dụ:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 4 = 0$.

Khoảng cách từ $M(t; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1 khi và chỉ khi:

(A) $t = -7$ (B) $\begin{cases} t = -13 \\ t = -7 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} t = 13 \\ t = 7 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} t = -9 \\ t = -11 \end{cases}$.

Đáp án: B

Phân tích: Các phương án **A, B, C, D** đều có thể xảy ra. Bởi vì, nếu áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, ta có:

$$d(M, (P)) = \frac{|t \cdot \text{[redacted]} + 10|}{\sqrt{1^2 + \text{[redacted]}}}$$

$$\text{[redacted]} + 10 = 3 \cdot \begin{cases} t = -13 \\ t = -7 \end{cases}$$

(chọn phương án **B**).

Tuy nhiên, có học sinh thiếu dấu giá trị tuyệt đối nên chỉ tìm được một giá trị $t = -7$ (phương án **A**); có học sinh thiếu dấu ngoặc đơn ở mẫu số: $\sqrt{1^2 + \text{[redacted]}}$ dẫn đến kết quả như ở phương án **D**; có học sinh chuyển vế mà không đổi dấu dẫn đến kết quả như ở phương án **C**.

Như vậy các phương án nhiễu ở đây đều dựa trên những sai lầm học sinh thường mắc phải, chứ không phải đưa ra các con số một cách tùy tiện.

Về cách tìm phương án đúng trong câu này ta có thể hướng dẫn học sinh như sau: Có thể suy luận nhanh để loại trừ phương án **A** vì trong công thức tính khoảng cách có chứa dấu giá trị tuyệt đối mà $1 \neq 0$ nên t không thể chỉ có một giá trị được. Còn lại ba phương án **B, C** và **D** thì chỉ cần thay một giá trị của t vào tính cụ thể xem khoảng cách có bằng 1 hay không sẽ tìm được phương án đúng.

1.2.5.5 Một số kiểu câu hỏi cho dạng trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Theo chúng tôi, có thể soạn câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn theo một số kiểu sau:

***Kiểu 1: Dựa vào sai lầm của học sinh khi tiếp nhận những tri thức được học trong chương trình**

Như chúng ta đã thấy ở ví dụ trên, trong quá trình học tập học sinh có thể không nắm vững kiến thức, hoặc hiểu lệch lạc, hoặc hiểu một cách máy móc, ngộ nhận, hoặc khái quát hóa một cách không đầy đủ,...dẫn đến những sai lầm khi vận dụng vào làm bài tập. Ngoài ra trong quá trình tính toán, học sinh cũng có thể tính sai, biến đổi nhầm lẫn, sai sót,...(những sai lầm này không phải chỉ một số ít học sinh mắc phải) dẫn đến kết quả sai. Việc đưa ra các phương án nhiều dựa vào những sai lầm thường mắc phải của học sinh trong câu hỏi TNKQ giúp các em nhận ra những chỗ mơ hồ, ngộ nhận, hiểu sai. Để đưa ra được những phương án nhiều như vậy, đòi hỏi người biên soạn câu hỏi TNKQ vừa phải có trình độ chuyên môn vừa phải có kinh nghiệm thực tiễn để có thể dự đoán được những sai sót thường gặp của học sinh.

Ví dụ: (Thông hiểu cách viết phương trình mặt cầu biết tọa độ tâm và bán kính)

Mặt cầu (S) tâm $I(1 ; - 2 ; - 3)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là:

(A) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4.$ (C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 4.$

(B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16.$ (D) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 16.$

Đáp án: D

Phân tích: Học sinh thường hay mắc hai sai lầm khi viết phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính đó là quên không bình phương bán kính và rất hay sai dấu tọa độ tâm nên đây chính là cơ sở để đưa ra các phương án nhiều. Trong câu hỏi này thì các phương án được thiết kế tương tự như nhau: sai dấu tọa độ tâm hoặc sai không bình phương bán kính, chỉ có phương án **D** là đúng.

***Kiểu 2: Kiểm tra kiến thức tổng hợp của học sinh**

Các phương án trong câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn cũng có thể nhằm mục đích kiểm tra kiến thức tổng hợp của học sinh.

Ví dụ: (Thông hiểu biểu thức tọa độ)

Cho $\vec{a} = (2; -1; 4)$, $\vec{b} = (-3; 2; 0)$. Kết quả nào dưới đây là **sai**?

(A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 1; 4)$

(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; -3; 4)$

(B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$

(D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-8; -12; 1)$

Đáp án: C

Phân tích: Để lựa chọn được phương án đúng học sinh phải thông hiểu biểu thức tọa độ của các phép toán vector như phép cộng, phép trừ, tích vô hướng, tích có hướng của hai vector. Như vậy loại câu hỏi như trên đã kiểm tra được nhiều kiến thức của học sinh. Mặt khác việc đưa ra kết quả sai trong phương án C cũng dựa vào sự sai sót của học sinh trong quá trình tính toán khi lấy hoành độ của \vec{a} trừ đi hoành độ của \vec{b} .

***Kiểu 3: Kiểm tra tính linh hoạt, sáng tạo trong cách chọn phương án trả lời của học sinh**

Ngoài hai kiểu câu hỏi như trên chúng tôi thấy việc thiết kế câu nhiều lựa chọn còn có thể kiểm tra được tính linh hoạt, sáng tạo trong cách chọn phương án trả lời giải quyết vấn đề của học sinh. Câu hỏi kiểu này đòi hỏi học sinh phải linh hoạt, sáng tạo trong quá trình lựa chọn tìm ra giải pháp.

Ví dụ: (Thông hiểu phương trình mặt cầu)

Phương trình nào trong các phương trình sau đây là phương trình mặt cầu:

(A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 14 = 0$

(B) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$

(C) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 15 = 0$

(D) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 16 = 0$.

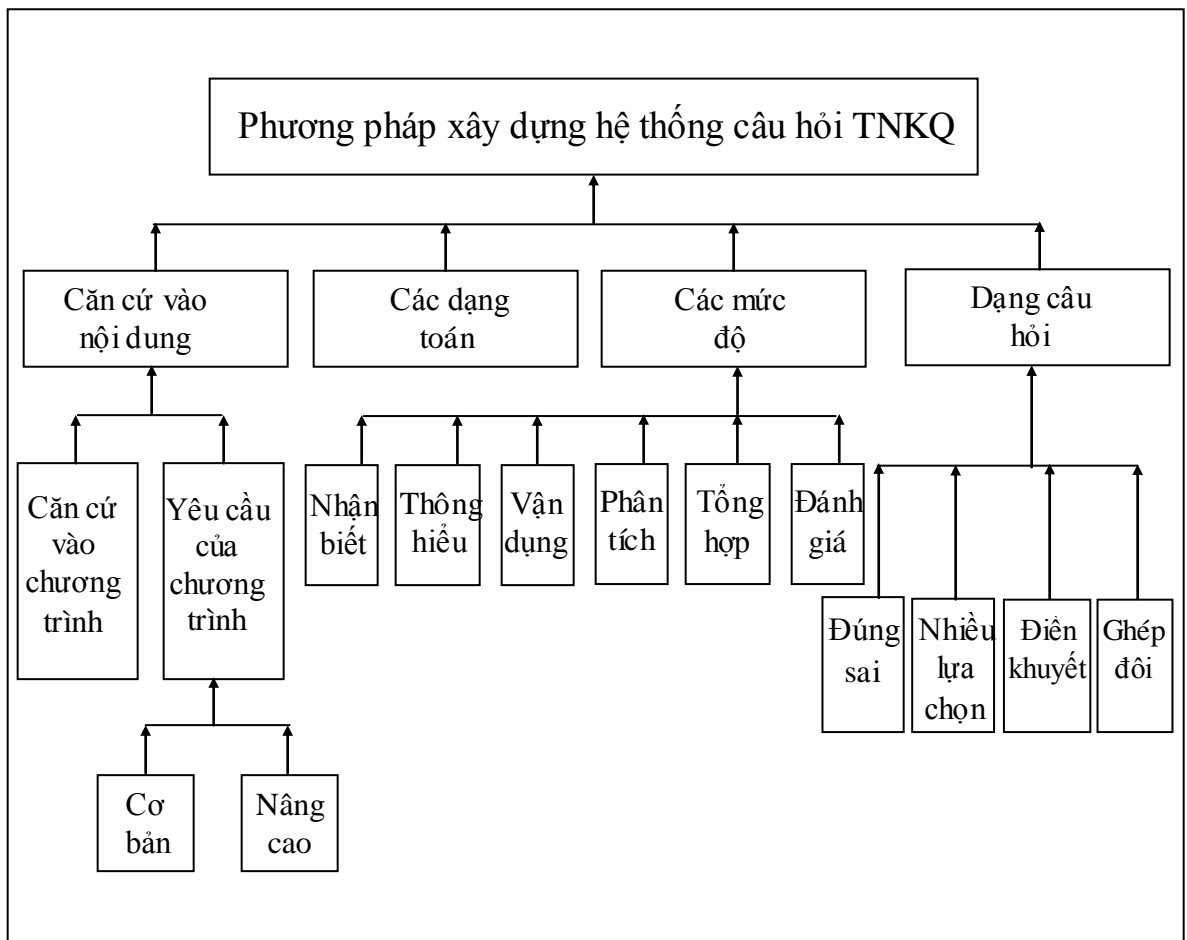
Đáp án: **B**

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau và đều thỏa mãn điều kiện là các phương trình có đúng dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Như vậy chỉ còn cần phải kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ nữa mà thôi.

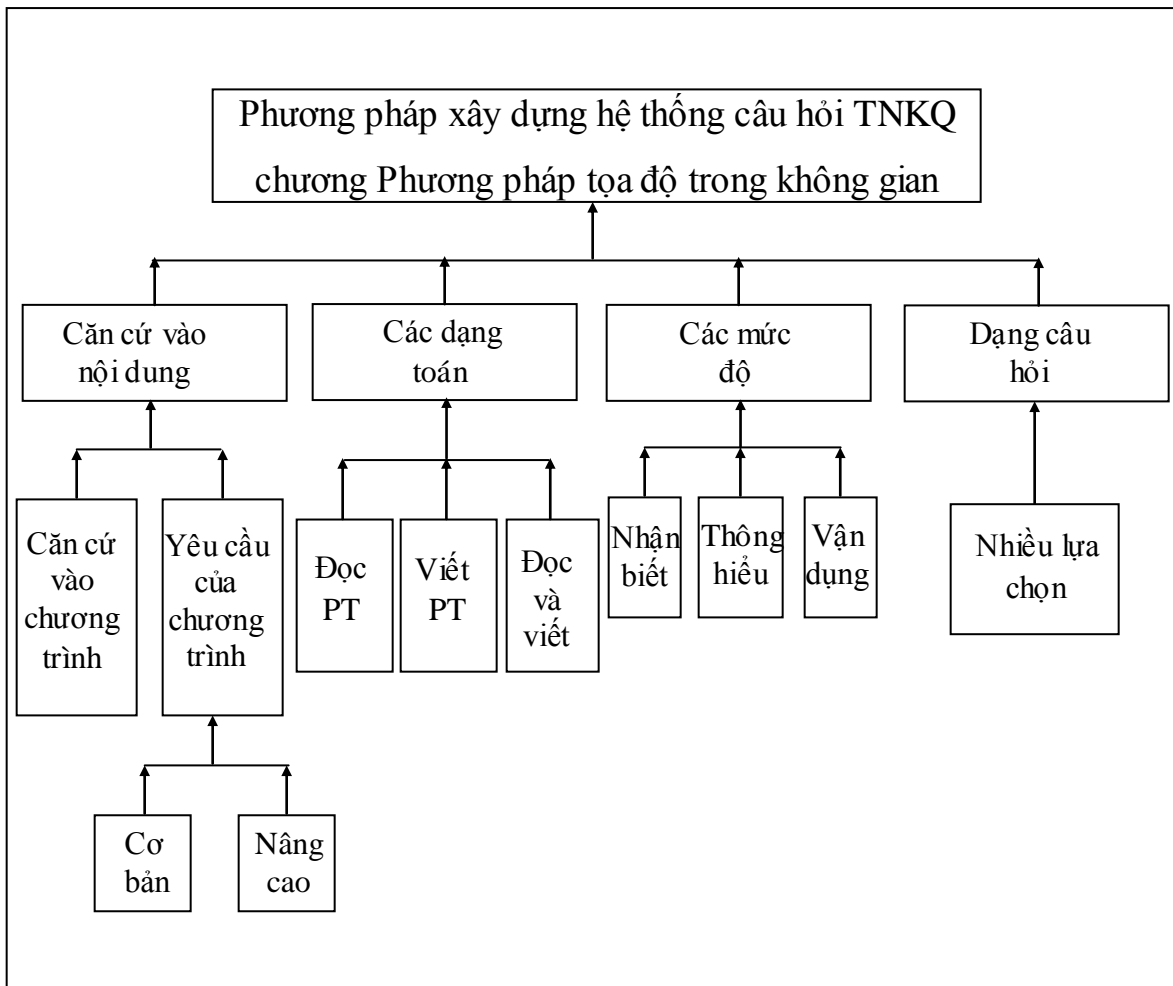
Nếu nhảy bèn, có thể thấy ngay phương án **B** là đúng, vì $d < 0$ thì chắc chắn $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Hơn nữa chỉ có một phương án đúng mà thôi nên chọn ngay phương án **B**.

Để kết thúc chương này, chúng tôi đưa ra hai sơ đồ sau nhằm hệ thống lại những căn cứ, lí luận đã trình bày, đồng thời vận dụng cho chương “Phương pháp tọa độ trong không gian”:

Sơ đồ về phương pháp xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ:



Sơ đồ về phương pháp xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ chương
“Phương pháp tọa độ trong không gian”:



KẾT LUẬN CHƯƠNG I

Chương I trình bày một số vấn đề cơ bản thuộc lí luận về kiểm tra đánh giá: các khái niệm, phương pháp xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ. Vận dụng những lí luận đó chúng tôi trình bày phương pháp biên soạn câu hỏi TNKQ cho ba dạng toán, ý cơ bản là phải dựa vào nội dung, yêu cầu của chương trình, các mức độ nhận thức, mới có thể xây dựng được những câu hỏi tốt. Toàn bộ những vấn đề lí luận có thể thông qua hai sơ đồ về phương pháp xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ và sơ đồ về phương pháp xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ chương “Phương pháp tọa độ trong không gian”.

Chương II

HỆ THỐNG CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN VỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Trong chương này, chúng tôi tập trung nghiên cứu, xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ dùng trong dạy học ba bài sau:

Bài 1: Hệ tọa độ trong không gian

Bài 2: Phương trình mặt phẳng

Bài 3: Phương trình đường thẳng.

Trong mỗi bài, chúng tôi trình bày theo bốn bước:

- Nội dung và yêu cầu của bài
- Thể hiện của từng mức độ
- Dự kiến những sai lầm có thể mắc phải của học sinh khi tiếp nhận những tri thức trong bài
- Hệ thống câu hỏi cụ thể.

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm khách quan dùng trong dạy học bài “Hệ tọa độ trong không gian”

2.1.1 Nội dung và yêu cầu của bài

A. Nội dung

+ Đối với sách giáo khoa hình học 12:

Bài này gồm các phần: Hệ tọa độ trong không gian. Tọa độ của vectơ. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ. Tọa độ của điểm. Khoảng cách giữa hai điểm. Phương trình mặt cầu. Tích vô hướng của hai vectơ.

+ Đối với sách giáo khoa hình học 12 nâng cao: ngoài các phần như sách giáo khoa hình học 12 còn có thêm tích vectơ (tích có hướng) của hai vectơ và các ứng dụng của tích có hướng.

B. Yêu cầu của bài

Mức độ cần đạt về mặt kiến thức:

- Biết các khái niệm hệ tọa độ trong không gian, tọa độ của một vector, tọa độ của điểm, biểu thức tọa độ của các phép toán vector, khoảng cách giữa hai điểm, biết phương trình mặt cầu.
- Biết khái niệm và một số ứng dụng của tích có hướng (Sách nâng cao).

Mức độ cần đạt về mặt kỹ năng:

- Tính được tọa độ của tổng, hiệu của hai vector, tích của vector với một số, tính được tích vô hướng của hai vector, tính được khoảng cách giữa hai điểm có tọa độ cho trước.
- Tính được tích có hướng của hai vector. Tính được diện tích hình bình hành và thể tích khối hộp bằng cách dùng tích có hướng (Sách nâng cao).
- Xác định tọa độ tâm và tính bán kính mặt cầu có phương trình cho trước, viết được phương trình mặt cầu.

2.1.2 Thể hiện của từng mức độ

A. Nhận biết

Đối với bài “Hệ tọa độ trong không gian” học sinh phải biết cách nhận ra tọa độ của một vector, tọa độ của một điểm trong biểu diễn qua các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ của các trục tọa độ $x'Ox, y'Oy, z'Oz$; nhận biết được phương trình mặt cầu.

B. Thông hiểu:

Thông hiểu tọa độ của véc tơ, của điểm; biểu thức tọa độ của các phép toán vector: tổng, hiệu hai vector, tích của vector với một số, tích vô hướng của hai vector, tích có hướng của hai vector; thông hiểu phương trình mặt cầu cũng như cách viết phương trình mặt cầu khi biết tọa độ tâm và bán kính.

C. Vận dụng:

Vận dụng được công thức tính tọa độ tổng hiệu hai vector, tích vector với một số, tích vô hướng của hai vector, tích có hướng của hai vector, công thức tính

khoảng cách vào giải quyết các bài toán cụ thể. Viết được phương trình mặt cầu khi biết điều kiện xác định nó.

2.1.3 Dự kiến những sai lầm có thể mắc phải của học sinh khi tiếp nhận những tri thức trong bài

Trong bài “Hệ tọa độ trong không gian” đầu tiên của chương này theo chúng tôi học sinh thường hay mắc phải sai lầm sau:

- Tính toán sai hoặc nhầm công thức
- Việc tính tọa độ của vector khi biết tọa độ hai đầu mút thường không căn cứ vào đâu là điểm đầu, đâu là điểm cuối.
- Khi viết phương trình mặt cầu thường sai dấu tọa độ tâm hoặc sai không bình phương bán kính.

2.1.4 Hệ thống câu hỏi cụ thể

Câu 1: (Nhận biết tọa độ của một vector)

Cho $M(1 ; - 2 ; - 3)$ và điểm $N(2 ; 1 ; - 4)$. Kết quả nào dưới đây là đúng:

- (A) $\overline{MN} = (1 ; - 1 ; - 7)$
- (B) $\overline{MN} = (1 ; 3 ; - 1)$
- (C) $\overline{MN} = (- 1 ; - 3 ; - 7)$
- (D) $\overline{MN} = (- 1 ; - 3 ; 1)$

Đáp án: B

Phân tích: Khi tính tọa độ của một vector biết tọa độ hai điểm mút học sinh thường không căn cứ đâu là điểm đầu đâu là điểm cuối mà cứ lấy tọa độ của điểm viết trước trừ đi tọa độ điểm viết sau và vẫn còn hay thực hiện phép trừ các số âm sai.

Xuất hiện các phương án **A** là do thực hiện phép trừ sai còn phương án **C**, phương án **D** là do lấy tọa độ điểm M trừ đi tọa độ điểm N và thực hiện phép trừ sai.

Câu 2: (Nhận biết phương trình mặt cầu)

Trong các phương trình sau, phương trình nào **không phải** là phương trình một mặt cầu:

(A) $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x - 10 = 0$

(B) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + z - 6 = 0$

(C) $x^2 - y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$

(D) $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2}y - 6z + 6 = 0$

Đáp án: C

Phân tích: Phương trình dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (*) (vế trái là đa thức bậc hai đối với x, y, z , có các hệ số của x^2, y^2, z^2 đều bằng 1 và không có các hạng tử chứa xy, yz, xz) là phương trình mặt cầu với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$ nên nhìn bao quát cả 4 phương án thì có thể chọn được ngay phương án đúng là phương án **C** vì ở phương án này có hệ số của x^2, y^2, z^2 không bằng nhau dù cho phương án **A** và phương án **B** có thể gây nhiễu là hệ số của x^2, y^2, z^2 tuy bằng nhau nhưng không bằng 1 và các phương trình trong ba phương án **A, B, D** đều không đầy đủ các số hạng chứa x, y, z do học sinh thường hiểu một cách máy móc là cứ phải đầy đủ các số hạng như phương trình (*) thì mới có khả năng là phương trình mặt cầu.

Câu 3: (Nhận biết phương trình mặt cầu)

Phương trình nào trong các phương trình sau đây là phương trình của một mặt cầu:

(A) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y - 2z - 10 = 0$

(B) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3yz - 2z - 10 = 0$

(C) $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2z - 10 = 0$

(D) $x^2 + y^2 + z^2 - y - 6xz - 10 = 0$

Đáp án: A

Phân tích: Câu hỏi này đưa ra với dụng ý để học sinh nhận biết được phương trình mặt cầu là không thể có mặt tích xy hoặc yz hoặc xz trong phương trình được. Các phương án **B**, **C**, **D** bị loại vì không thỏa mãn điều kiện này và như vậy dĩ nhiên **A** là phương án đúng.

Câu 4: (Nhận biết tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu)

Cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- (A) $I(2; -3; 1)$ và $R = 16$.
- (B) $I(2; -3; 1)$ và $R = 4$.
- (C) $I(-2; 3; -1)$ và $R = 16$.
- (D) $I(-2; 3; -1)$ và $R = 4$.

Đáp án: B

Phân tích: Phương án **A** sai bán kính, phương án **C** và phương án **D** sai dấu tọa độ tâm.

Câu 5: (Thông hiểu biểu thức tọa độ, công thức khoảng cách giữa hai điểm)

Cho hai điểm $M(2; -1; 4)$, $N(-3; 2; 0)$, I là trung điểm của MN . Kết quả nào dưới đây là đúng?

- (A) $MN = 50$
- (B) $\overline{MN} = (5; -3; 4)$
- (C) $MN = 5\sqrt{2}$
- (D) $I(-1; 1; 4)$

Đáp án: C

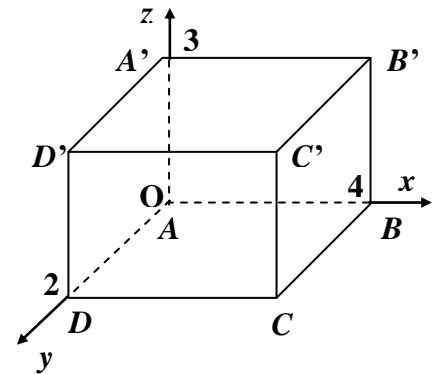
Phân tích: Phương án **A** được đưa ra do sai lầm của học sinh là thiếu căn bậc hai khi áp dụng công thức khoảng cách giữa hai điểm. Phương án **B** dựa vào

việc học sinh tính sai tọa độ của vector khi biết hai điểm mút: lấy tọa độ điểm viết trước trừ đi tọa độ điểm viết sau. Còn phương án **D** thì dựa vào việc học sinh chỉ cộng tọa độ tương ứng của hai điểm M và N mà không lấy trung bình cộng các tọa độ đó.

Câu 6 : (Thông hiểu tọa độ của một điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0 ; 0 ; 0)$, $B(4 ; 0 ; 0)$, $D(0 ; 2 ; 0)$, $A'(0 ; 0 ; 3)$.
Tìm kết quả đúng trong các các kết quả sau:

- (A) $C(4 ; 2 ; 3)$
- (B) $C'(4 ; 2 ; 3)$
- (C) $B'(4 ; 3 ; 0)$
- (D) $D'(2 ; 3 ; 0)$



Hình 2.1

Đáp án: B

Phân tích: Câu hỏi được đặt ra ở đây yêu cầu học sinh phải căn cứ vào hình vẽ là hình 2.1 để xác định tọa độ các điểm còn lại của hình hộp đã cho với dụng ý học sinh đã quen thuộc cách xác định tọa độ của một điểm trong mặt phẳng nên rất có thể nhầm phương án **C**, hoặc **D** là phương án đúng.

Câu 7: (Thông hiểu phương trình mặt cầu)

Cho phương trình: $ax^2 + bxy + y^2 + cz^2 + 2x - 4y + 6z - 11 = 0(*)$.

Phương trình (*) là phương trình mặt cầu khi:

- (A) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$
- (B) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$
- (D) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases}$

Đáp án: D

Phân tích: Học sinh phải thông hiểu trong phương trình mặt cầu không thể có số hạng chứa tích xy được nên $b = 0$. Từ đó nhìn bao quát cả 4 phương án thì chỉ có phương án **D** và phương án **B** là thỏa mãn điều kiện này. Mặt khác các hệ số của x^2 , y^2 , z^2 phải bằng nhau mà đã có hệ số của y^2 bằng 1 nên $a = c = 1$ suy ra phương án **B** bị loại.

Câu 8: (Thông hiểu phương trình mặt cầu biết tọa độ tâm và bán kính)

Mặt cầu (S) tâm $I(1 ; -2 ; -3)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là:

(A) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

(B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$.

(C) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$.

(D) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

Đáp án: D

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau sai dấu tọa độ tâm hoặc sai không bình phương bán kính, chỉ có phương án **D** là đúng.

Câu 9: (Thông hiểu biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ)

Cho \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} là ba vectơ đơn vị trên ba trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ và

$\vec{a} = (1 ; -1 ; 1)$ và $\vec{b} = (1 ; 1 ; -1)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là kết quả nào dưới đây:

(A) -1

(B) 1

(C) 3

(D) $(1 ; -1 ; -1)$.

Đáp án: A

Phân tích: Câu hỏi này có dụng ý là không yêu cầu học sinh nhân hai biểu thức kiểu $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{i} \cdot \vec{j} + \vec{j} \cdot \vec{k} + \vec{k} \cdot \vec{i}) = \dots$ mà học sinh phải hiểu được là:

$\vec{a} = (1 ; -1 ; 1)$ và $\vec{b} = (1 ; 1 ; -1)$ nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. Xuất hiện các phương án **B**, phương án **C**, phương án **D** là do có sự sai sót trong quá trình nhân

hoặc nhầm thứ tự vector \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} trong sự biểu diễn \vec{b} dẫn đến sai kết quả hoặc nhầm $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ hoặc chỉ nhân các tọa độ tương ứng với nhau khi tích vô hướng của hai vector \vec{a} và \vec{b} dẫn đến kết quả $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là một vector chứ không phải là một số (phương án **D**).

Câu 10: (Thông hiểu các biểu thức tọa độ)

Xét bài toán:

Cho $A(0; 2; -2)$, $B(-3; 1; -1)$, $C(4; 3; 0)$ và $D(1; 2; m)$. Tìm m để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Trong các bước giải bài toán trên đây, bắt đầu sai từ bước nào trong bốn bước sau?

(A) Bước 1:

$$\vec{AB}$$

(B) Bước 2:

$$\left(\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-3; 10; 1);$$

(C) Bước 3: $3 + m + 2 = m + 5$

(D) Bước 4:

$$A, B, C, D \text{ đồng phẳng } 0 + 5 = 0.$$

Đáp số: $m = -5$.

Đáp án: C

Phân tích: Loại câu hỏi như trên thì học sinh phải theo dõi từng bước để xác định sự đúng sai. Muốn vậy phải thông hiểu biểu thức tọa độ của tích vô hướng, tích có hướng của hai vector thì mới lựa chọn được phương án đúng. Ở đây học sinh đó đã tính sai tích vô hướng.

Câu 11: (Vận dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vector)

Cho hai điểm $M(1 ; 3 ; - 2)$, $N(7 ; 6 ; 4)$. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm I . Điểm I chia đoạn thẳng MN theo tỉ số nào dưới đây?

- (A) 2 . (B) 1 . (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Đáp án: C

Phân tích: Đây là câu hỏi nhằm rèn luyện tính sáng tạo, linh hoạt trong việc lựa chọn phương án đúng cho học sinh. Câu hỏi này không yêu cầu học sinh phải tìm được đầy đủ tọa độ điểm I để tìm ra kết quả mà chỉ cần viết đúng hệ thức vector biểu thị điểm I chia đoạn thẳng MN theo tỉ số k , từ đó chuyển sang biểu thức tọa độ sẽ dễ dàng tìm được $k = \frac{1}{2}$:

Vì điểm I thuộc (Oxz) nên $I(x_I ; 0 ; z_I)$

\vec{MI} và \vec{IN} có tung độ tương ứng là 3 và 6.

Điểm I chia đoạn thẳng MN theo tỉ số k $\vec{MI} = k \vec{IN}$.

$3 = 6k$ $\Rightarrow k = \frac{1}{2}$ chọn phương án C.

Nếu giải bài tập này để chọn được phương án đúng sẽ rất mất thời gian nên cần biết suy luận như trên.

Tuy nhiên có học sinh lại nhớ không chính xác định nghĩa chia một đoạn thẳng theo một tỉ số cho trước nên tính ra kết quả sai như:

- Học sinh viết ngược :

Điểm I chia đoạn thẳng MN theo tỉ số k $\vec{NI} = k \vec{MI}$

$6 = 3k$ $\Rightarrow k = 2$ (phương án A).

- Học sinh viết sai: Điểm I chia đoạn thẳng MN theo tỉ số k $\vec{MI} = k \vec{NI}$

$3 = 6k$ $\Rightarrow k = \frac{1}{2}$ (phương án B).

Hay điểm I chia đoạn thẳng MN theo tỉ số k $\frac{MI}{IN}$

$$\frac{MI}{IN} = 3 = 6k \Rightarrow k = \frac{1}{2} \quad (\text{phương án D}).$$

Câu 12: (Vận dụng viết phương trình mặt cầu)

Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

Mặt cầu tâm $I(-4; 1; 0)$, đi qua điểm $M(0; 1; 5)$, có phương trình là:

(A) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9.$

(B) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 41.$

(C) $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9.$

(D) $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 41.$

Đáp án : D

Phân tích: Các phương án **A**, **B** sai dấu tọa độ tâm, phương án **A**, **C** tính khoảng cách IM (là độ dài bán kính) sai.

Câu 13: (Vận dụng viết phương trình mặt cầu)

Mặt cầu đi qua gốc tọa độ và ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -4; 0)$, $P(0; 0; -6)$ có phương trình là:

(A) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 14.$

(B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 14.$

(C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 14.$

(D) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 14.$

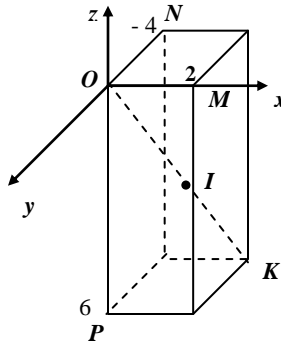
Đáp án: A

Phân tích: Phương án **B**, phương án **C**, phương án **D** đưa ra sai dấu tọa độ tâm.

Để tìm được phương án đúng dĩ nhiên học sinh có thể lần lượt thay tọa độ của 4 điểm O, M, N, P vào các phương trình thuộc các phương án đã cho tuy

nhiên rất mất thời gian. Nếu tinh ý thì có thể thấy 4 phương án tương tự như nhau, bán kính của mặt cầu bằng $\sqrt{14}$ nên chỉ cần kiểm tra tọa độ tâm mặt cầu mà thôi, nhưng tâm mặt cầu thì lại chưa cho. Tìm bằng cách nào? Nếu học sinh nhận xét được mặt cầu này chính là mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật đã có bốn đỉnh là O, M, N, P (Hình 2.2) thế thì tâm mặt cầu phải là trung điểm I của đoạn thẳng OK với K là đỉnh đối diện của đỉnh O trong hình hộp chữ nhật đó.

Mà $K(2; -4; -6)$ nên $I(1; -2; -3)$ suy ra phương án **A** là phương án đúng.



Hình 2.2

Câu 14: (Vận dụng công thức tính diện tích)

Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(6; 5; 2)$.

Diện tích của hình bình hành đó bằng:

- (A) $\sqrt{83}$. (B) $2\sqrt{83}$. (C) $2\sqrt{15}$. (D) $4\sqrt{83}$.

Đáp án: **B**

Phân tích: Tính trực tiếp. Phương án **A** tính theo công thức $\frac{1}{2} \sqrt{\dots}$.

Kết quả của phương án **C** dựa vào sai lầm thường gặp của học sinh: Nếu tính đúng ta có biểu thức:

$$S = \sqrt{\dots} = \sqrt{(\dots)^2} = 2\sqrt{83} \text{ và tính sai là do viết:}$$

$$S = \boxed{} = \sqrt{\boxed{}} = 2\sqrt{15}.$$

Phương án **D** áp dụng đúng công thức nhưng tính toán sai.

Câu 15: (Vận dụng tích có hướng của hai vector)

Cho $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng:

- (A) 30 (B) 60 (C) 90 (D) 180.

Đáp án: A

Phân tích: Các phương án đưa ra do học sinh không nhớ rõ công thức tính thể tích khối tứ diện, phương án **B** lấy kết quả là $\frac{1}{3} \boxed{}$, phương án **C** lấy kết quả là $\frac{1}{2} \boxed{}$, phương án **D** lấy kết quả là $\boxed{}$.

2.2 Câu hỏi trắc nghiệm khách quan dùng trong dạy học bài “Phương trình mặt phẳng”

2.2.1 Nội dung và yêu cầu của bài

Mức độ cần đạt về mặt kiến thức:

Hiểu được khái niệm vector pháp tuyến của mặt phẳng, biết phương trình tổng quát của mặt phẳng, điều kiện vuông góc hoặc song song của hai mặt phẳng, công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Mức độ cần đạt về mặt kỹ năng:

Xác định được vector pháp tuyến của mặt phẳng, biết viết phương trình tổng quát của mặt phẳng và tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

2.2.2 Thể hiện của từng mức độ

A. Nhận biết

Ở bài này học sinh cần nhận biết được từng dạng phương trình mặt phẳng: phương trình tổng quát, phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn; nhận biết vtpt của mặt phẳng khi biết phương trình của nó. Ngoài ra học sinh còn cần phải nhận biết được vị trí tương đối của hai mặt phẳng như điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc.

B. Thông hiểu

Với yêu cầu về mặt kiến thức và kĩ năng như trên thì mức độ thông hiểu trong bài “Phương trình mặt phẳng” bao gồm các vấn đề sau:

- Thông hiểu cách lập phương trình mặt phẳng khi biết tọa độ một điểm và một vtpt của mặt phẳng đó.
- Thông hiểu các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng
- Thông hiểu các mặt phẳng vuông góc, các mặt phẳng song song.

C. Vận dụng

Học sinh cần vận dụng được các kiến thức của bài để có thể viết được phương trình mặt phẳng khi biết điều kiện xác định nó như: mặt phẳng đi qua một điểm và có một vtpt, mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng, ...; vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng để làm bài. Giải quyết được một số bài toán liên quan đến mặt cầu và mặt phẳng.

2.2.3 Dự kiến những sai lầm có thể mắc phải của học sinh khi tiếp nhận những tri thức trong bài

Đối với bài “Phương trình mặt phẳng” học sinh thường hay mắc những sai lầm sau:

- Nhầm phương trình của mặt phẳng (trường hợp chỉ có hai ẩn x, y) sang phương trình của đường thẳng trong mặt phẳng
- Viết phương trình mặt phẳng một cách máy móc, nhầm tọa độ vtpt thành tọa

độ điểm thuộc mặt phẳng, nhằm dấu tọa độ điểm thuộc mặt phẳng nhất là khi có các số âm...

- Các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng thường làm học sinh lúng túng không biết mặt phẳng đó có vị trí đặc biệt gì với các trục tọa độ hoặc với mặt phẳng tọa độ.
- Khi viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn một số học sinh không căn cứ vào vị trí các điểm trên ba trục tọa độ để xác định đúng a, b, c mà áp dụng một cách máy móc thứ tự cho ba điểm trên ba trục tọa độ.
- Quá trình tính toán, biến đổi sai.

2.2.4 Hệ thống câu hỏi cụ thể

Câu 1: (Nhận biết phương trình mặt phẳng)

Trong các phương trình sau, phương trình nào **không phải** là phương trình mặt phẳng:

- (A) $2x - 5y + 1 = 0$
- (B) $x - 2 = 0$
- (C) $x + y + z = 1$
- (D) $3x + y - z^2 + 2 = 0$

Đáp án: D

Phân tích: Phương trình mặt phẳng có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ (*) trong đó $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ (tức là A, B, C không đồng thời bằng 0 nên phương trình (*) có thể khuyết được nhiều nhất là hai ẩn), học sinh hay không chú ý điều này nên rất có thể sẽ chọn phương án **A**, hoặc phương án **B** làm phương án đúng.

Phương trình trong phương án **C** lại có vế phải là 1 cũng có thể làm cho học sinh nhầm (do hiểu máy móc là vế phải của phương trình mặt phẳng phải bằng 0).

Phương án **D** tuy có phương trình đầy đủ ba ẩn x, y, z nhưng lại không phải phương trình bậc nhất nên không phải phương trình mặt phẳng.

Câu 2: (Nhận biết vtpt của mặt phẳng khi biết phương trình mặt phẳng đó)

Trong các vectơ sau, vectơ nào là vtpt của mặt phẳng ($\blacksquare 2x - y + 5 = 0$?

- (A) \vec{n} \blacksquare
- (B) \vec{n} \blacksquare
- (C) \vec{n} \blacksquare
- (D) \vec{n} \blacksquare).

Đáp án: C.

Phân tích: Vì một vtpt của mp $Ax + By + Cz + D = 0$ là $\vec{n} = (A ; B ; C)$ (hệ số tương ứng của ẩn x, y, z). Phương án **A** nhầm hệ số của z là 5, phương án **B** nhầm sang vtpt của đường thẳng trong mặt phẳng, phương án **D** sai hệ số của x và y .

Câu 3: (Nhận biết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn)

Cho $M(0 ; 0 ; 1), N(2 ; 0 ; 0), P(0 ; 3 ; 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (MNP) là:

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
- (B) $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.
- (C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$.
- (D) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} - \frac{z}{1} = 1$.

Đáp án: C

Phân tích: Một số học sinh thường viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn một cách tùy tiện theo thứ tự ba điểm mà đầu bài cho là M, N, P (phương án **A**, và phương án **B**)

Câu hỏi này yêu cầu học sinh phải biết vị trí của các điểm M, N, P trên các trục tọa độ: $N(2; 0; 0)$ \blacksquare x , $P(0; 3; 0)$ \blacksquare y , $M(0; 0; 1)$ \blacksquare z để lựa chọn được phương án đúng là phương án **C**.

Phương trình trong phương án **D** tuy viết đúng về trái nhưng lại nhầm là về phải bằng 0.

Câu 4: (Nhận biết hai mặt phẳng song song)

Trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây, mặt phẳng nào song song với mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 4 = 0$?

(A) $2x - 4y + 6z + 1 = 0$

(B) $x - 2y - 3z + 1 = 0$

(C) $2x + 4y + 6z = 0$

(D) $2x + 4y - 6z + 1 = 0$.

Đáp án: **C**

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau, chọn phương trình có hệ số của x, y, z tỉ lệ với bộ số $(1; 2; 3)$

Câu 5: (Nhận biết hai mặt phẳng vuông góc)

Trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây, mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$?

(A) $2x - 4y + 6z + 1 = 0$

(C) $2x + 4y + 6z + 1 = 0$

(B) $2x - 4y - 6z + 1 = 0$

(D) $2x + 4y - 6z + 1 = 0$.

Đáp án: **D**

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau, chọn phương trình có tổng các hệ số của x, y, z bằng 0.

Câu 6: (Thông hiểu cách viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm của mặt phẳng và vtpt của nó)

Mặt phẳng (P) đi qua $M(1 ; 2 ; - 3)$ và có vtpt \vec{n} XXXXXXXXXX có phương trình là:

- (A) $1(x - 3) + 2(y + 2) - 3(z + 5) = 0 .$
- (B) $3(x - 1) - 2(y - 2) - 5(z - 3) = 0 .$
- (C) $3(x - 1) - 2(y - 2) - 5(z + 3) = 0 .$
- (D) $3(x - 1) + 2(y - 2) - 5(z + 3) = 0 .$

Đáp án: C

Phân tích: Một số học sinh thường nhầm tọa độ điểm và tọa độ vtpt với nhau (phương án A); một số học sinh lại hay viết sai dấu tọa độ điểm M (phương án B); còn phương trình trong phương án D sai tọa độ vtpt nên các phương án này đều bị loại. Chọn được phương án C là phương án đúng.

Câu 7: (Thông hiểu cách tìm một điểm và vtpt của mặt phẳng)

Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 4 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- (A) (P) đi qua điểm $M(0 ; 0 ; 4)$ và có một vtpt $\vec{n} = (3 ; - 2 ; 1)$
- (B) (P) đi qua điểm $M(0 ; 0 ; - 4)$ và có một vtpt $\vec{n} = (3 ; - 2 ; 1)$
- (C) (P) đi qua điểm $M(0 ; 2 ; 0)$ và có một vtpt $\vec{n} = (3 ; - 2 ; 4)$
- (D) (P) đi qua điểm $M(0 ; 1 ; - 2)$ và có một vtpt $\vec{n} = (3 ; - 2 ; 4)$

Đáp án: B

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau, hai phương án C và D sai tọa độ vtpt còn phương án A sai tọa độ điểm M .

Câu 8: (Thông hiểu các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng)

Mặt phẳng $(P): 2x - 3z = 0$ **không** có tính chất nào dưới đây?

- (A) (P) đi qua điểm $M(3; 1; 2)$ và có một vtpt $\vec{n} = (2; 0; -3)$
- (B) $(P) // Oy$
- (C) (P) đi qua gốc tọa độ
- (D) $(P) \perp Oyz$

Đáp án: B

Phân tích: Học sinh rất dễ nhầm mặt phẳng $2x - 3z = 0$ song song với trục Oy là đúng do phương trình khuyết ẩn y nên sẽ phải cẩn thận trong việc lựa chọn phương án đúng. Những tính chất nêu ra trong bốn phương án đã cho đòi hỏi học sinh phải kiểm tra cụ thể từng tính chất một. Ở phương án C nếu học sinh khẳng định được (P) đi qua gốc tọa độ là đúng thì có thể suy luận được $(P) \perp Oy$ và suy ra được $(P) \perp Oyz$ ở phương án D. Đó cũng là dụng ý của câu hỏi này.

Câu 9: (Thông hiểu các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng)

Mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4 = 0$ cắt những trục tọa độ nào?

- (A) Ox
- (B) Oy
- (C) Ox, Oy
- (D) Oz

Đáp án: C

Phân tích: Câu hỏi này đưa ra nhằm rèn luyện cho học sinh sự linh hoạt, nhạy bén khi lựa chọn ra phương án đúng. Phương trình $2x + 3y - 4 = 0$ khuyết z nên mặt phẳng (P) song song hoặc chứa trục Oz và (P) cũng không thể song song với trục Ox và Oy được do phương trình có mặt cả hai ẩn x, y nên (P)

phải cắt hai trục Ox và Oy , vậy là loại phương án **A**, phương án **B** và phương án **D**, chọn phương án **C**.

Câu 10: (Thông hiểu các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng)

Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng không song song với một trục tọa độ nào cả?

(A) $2x - 3y + 3 = 0$

(B) $2x - 3z + 2 = 0$

(C) $2y - 3z + 1 = 0$

(D) $2x - 3y = 0$

Đáp án: D

Phân tích: Các phương án đưa ra nhằm kiểm tra học sinh có nắm được các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng hay không. Các phương án được thiết kế tương tự như nhau: đều khuyết một trong các ẩn x, y, z tuy nhiên nếu hệ số tự do $D = 0$ thì mặt phẳng $Ax + By + Cz = 0$ luôn đi qua gốc tọa độ nên **D** là phương án đúng.

Câu 11: (Thông hiểu các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng)

Cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(3 ; - 6 ; - 1)$, $N(- 3 ; 2 ; 1)$ và song song với trục Oy . Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng (P) ?

(A) $4x + 3y + 6 = 0$

(B) $y + 4z + 10 = 0$

(C) $x + 2z - 1 = 0$

(D) $x - 3z - 6 = 0$

Đáp án : D

Phân tích: Câu hỏi này đưa ra nhằm rèn luyện cho học sinh sự linh hoạt, nhạy bén khi lựa chọn ra phương án đúng. Do $(P) // Oy$ nên trong phương

trình không có mặt y nên loại phương án **A**, phương án **B**, dù cho các mặt phẳng trong từng phương án này đều đi qua hai điểm M, N đã cho. Chỉ còn lại hai phương án **C** và **D**. Cần kiểm tra hai điểm M, N có thuộc một trong hai mặt phẳng có phương trình ở phương án **C** hoặc **D** hay không?

Mặt phẳng $x + 2z - 1 = 0$ chỉ đi qua điểm M mà không đi qua điểm N nên loại phương án **C**.

Câu 12: (Thông hiểu các trường hợp riêng của phương trình mặt phẳng)

Cho mặt phẳng $(P): 2x + y = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- (A) $(P) // Ox$
- (B) $(P) // (xOy)$
- (C) $(P) // Oz$
- (D) $(P) \perp Oz$

Đáp án: **D**

Phân tích: Vì phương trình (P) không có z nên (P) song song hoặc chứa Oz loại được phương án **A** và phương án **D**. Vì điểm $O(0; 0; 0) \in (P)$ nên chọn phương án **D**.

Câu 13: (Thông hiểu các mặt phẳng vuông góc)

Cho bốn mặt phẳng: $(P): 2x + y + z + 3 = 0$

$(Q): x - y - z - 1 = 0$

$(R): y - z + 2 = 0$

$(S): y + z = 0$.

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- (A) $(P) \perp (Q)$
- (B) $(Q) \perp (R)$
- (C) $(R) \perp (S)$
- (D) $(S) \perp (P)$

Đáp án: **D**

Phân tích: Kiểm tra điều kiện vuông góc của hai mặt phẳng với nhau, chọn được phương án **D**.

Câu 14: (Thông hiểu các mặt phẳng song song)

Trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây, mặt phẳng nào **không** song song với những mặt phẳng còn lại?

(A) $2x - 3y - 6z + 1 = 0$ (C) $-2x + 3y + 6z + 1 = 0$

(B) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - z + 1 = 0$ (D) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y - z + 1 = 0$

Đáp án: **D**

Phân tích: Câu hỏi này yêu cầu học sinh phải linh hoạt nhận ra có ba phương trình khác nhau về hình thức, nhưng có cùng vectơ pháp tuyến nên loại ba phương án tương ứng và chọn được phương án **D** là phương án đúng.

Câu 15: (Vận dụng viết phương trình mặt phẳng)

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1 ; 2 ; 3)$ và có vtpt $\vec{n} = (2 ; -1 ; 3)$ là phương trình nào trong các phương trình sau đây?

(A) $x + 2y + 3z - 9 = 0$

(B) $2x - y + 3z - 9 = 0$

(C) $2x - y + 3z - 13 = 0$

(D) $2x - y - 3z - 9 = 0$

Đáp án: **B**

Phân tích: Phương án **A** có được là do học sinh hay nhầm tọa độ điểm đi qua và tọa độ của vtpt. Phương án **C** là do tính toán sai.

Kiểm tra hệ số của x, y, z trong 4 phương án loại được phương án **A** và phương án **D**. Để chọn được phương án đúng trong hai phương án còn lại ta

phải thay tọa độ điểm M vào một trong hai phương trình ở phương án **B** hoặc phương án **C** để kết luận.

Câu 16: (Vận dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn)

Cho điểm $I(1; -2; 4)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm I trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là phương trình nào trong các phương trình sau:

(A) $x \frac{1}{2} + y \frac{-2}{4} + z \frac{4}{4} = 1$

(C) $x \frac{1}{2} + y \frac{-2}{4} + z \frac{4}{4} = 0$

(B) $x \frac{1}{2} + y \frac{-2}{4} + z \frac{4}{4} = 0$

(D) $x \frac{1}{2} + y \frac{-2}{4} + z \frac{4}{4} = 0$

Đáp án: A

Phân tích: Phương trình mặt phẳng (MNP) là phương trình theo đoạn chắn. Hai phương án **C** và phương án **D** có được là do có những học sinh nhầm lẫn về phải của phương trình là 0. Còn phương án **B** có được là do học sinh có thể nhầm dấu dù về mặt hình thức nó có dạng như phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn mà học sinh được học: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Câu 17: (Vận dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn)

Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chắn ba trục tọa độ ba đoạn bằng nhau?

(A) $x + y + z - 3 = 0$

(B) $x + y - 3z - 2 = 0$

(C) $x - 3y + z - 1 = 0$

(D) $3x + y + z = 0$

Đáp án: A

Phân tích: Câu hỏi này nhằm rèn luyện tính linh hoạt, sáng tạo trong cách giải quyết vấn đề cho học sinh.

Nếu các em đi tìm giao điểm của mặt phẳng với ba trục tọa độ để tính được ba đoạn và so sánh độ dài các đoạn đó với nhau sẽ rất mất thời gian, hoặc nếu các em biến đổi để đưa về phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, rồi xét $|a| = |b| = |c|$ thì cũng mất thời gian.

Nếu học sinh thông hiểu thì chỉ cần nhận xét được yêu cầu của đề bài tương đương với hệ số của ba ẩn x, y, z bằng nhau về giá trị tuyệt đối, hệ số tự do khác không thì mặt phẳng đó sẽ chắn ba trục tọa độ ba đoạn bằng nhau và việc tìm ra đáp án sẽ nhanh hơn rất nhiều.

Mặt phẳng $3x + y + z = 0$ đi qua gốc tọa độ nên phương án **D** bị loại.

Câu 18: (Vận dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn)

Mặt phẳng cắt chiều dương của ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn: $OA = 2OB = 4OC$, có vectơ pháp tuyến là:

(A) $\vec{n} = (1 ; 2 ; 4)$

(B) $\vec{n} = (1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{4})$

(C) $\vec{n} = (4 ; 2 ; 1)$

(D) $\vec{n} = (2 ; 1 ; 4)$

Đáp án: **A**

Phân tích: Câu hỏi này nhằm rèn luyện tính linh hoạt, sáng tạo trong lựa chọn phương án trả lời cho học sinh.

Mặt phẳng (P) cắt chiều dương của trục Ox tại điểm $A(a ; 0 ; 0)$, cắt chiều dương của trục Oy tại điểm $B(0 ; b ; 0)$, cắt chiều dương của trục Oz tại điểm

$C(0 ; c ; 0)$ có phương trình là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$\text{Mặt } (P) \text{ có vtpt } \vec{n} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right).$$

Theo đầu bài các điểm A, B, C có tọa độ dương nên $OA = a, OB = b, OC = c$.

$$\text{Mặt khác } OA = 2OB = 4OC \Rightarrow a = 2b = 4c$$

$$\vec{n} = \left(\frac{1}{4c}; \frac{1}{2c}; \frac{1}{c}\right) = \frac{1}{4c}(1; 2; 4) \Rightarrow \text{Chọn phương án A.}$$

Câu 19: (Vận dụng viết phương trình mặt phẳng)

Cho $M(1; 2; -3), N(3; -4; 5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là phương trình nào trong các phương trình sau:

- (A) $x - 3y + 4z - 9 = 0$
- (B) $x - 3y + 4z + 9 = 0$
- (C) $-x + 3y - 4z - 3 = 0$
- (D) $x + 3y - 4z - 9 = 0$

Đáp án: A

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau. Phương án B sai dấu tọa độ trung điểm $I(2; -1; 1)$ của đoạn thẳng MN khi áp dụng vào viết phương trình mặt phẳng đi qua I và có vtpt là $\overline{MN} = (2; -6; 8)$:

$$2(x + 2) - 6(y - 1) + 8(z + 1) = 0.$$

Còn phương án C sai hệ số tự do vì tính toán nhầm và phương án D sai tọa độ vtpt.

Câu 20: (Vận dụng viết phương trình mặt phẳng)

Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. Mặt phẳng tiếp diện (P) của mặt cầu (S) tại điểm $M(0; 1; -2)$ có phương trình là:

- (A) $2x - 2y + z - 4 = 0.$
- (B) $2x - 2y - 3z - 4 = 0.$
- (C) $2x - 3z - 6 = 0.$
- (D) $2x - 2y + z + 4 = 0.$

Đáp án: D

Phân tích: Gọi I là tâm mặt cầu ta có $I(2 ; - 1 ; - 1)$. $\overline{MI} = (2 ; \blacksquare)$ là vtpt của (P) nên loại phương án **B** và phương án **C**. Đây là hai phương án được đưa ra dựa vào việc học sinh có thể nhầm dấu tọa độ tâm I là $(- 2 ; 1 ; 1)$ hoặc tính nhầm $\overline{MI} = (2 ; \blacksquare)$.

Vì $M \in (P)$ nên thay tọa độ điểm M vào một trong hai phương án: phương án **A** hoặc phương án **D** ta chọn được phương án đúng.

Nếu học sinh thử tọa độ điểm M trước thì chỉ loại được một phương án vì có những 3 phương án đều thỏa mãn. Cho nên học sinh cần vận dụng được tính chất của mặt phẳng tiếp diện (P) là vuông góc với bán kính IM của mặt cầu, để xác định được vtpt của (P) .

Câu 21: (Vận dụng viết phương trình mặt cầu)

Mặt cầu tâm $I(2 ; - 2 ; 3)$, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình nào trong các phương trình sau:

(A) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$

(B) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$

(C) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$

(D) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$

Đáp án: C

Phân tích: Câu này yêu cầu học sinh phải tính được khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (Oyz) để biết bán kính của mặt cầu. Các phương án tương tự như nhau chỉ sai dấu tọa độ tâm hoặc sai không bình phương bán kính.

Câu 22: (Vận dụng viết phương trình mặt phẳng)

Cho ba điểm $M(2 ; 1 ; - 1)$, $N(0 ; - 2 ; - 1)$, $P(- 1 ; 0 ; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng NP ?

- (A) $x - 2y - 5z - 5 = 0$
- (B) $-x - 2y + 3z + 7 = 0$
- (C) $x - 2y - 5z + 5 = 0$
- (D) $-x - 2y + 3z - 7 = 0$

Đáp án: A

Phân tích: Phương án **B** và phương án **D** tính sai tọa độ vtpt. Phương án **C** do sai dấu tọa độ điểm M nên dẫn đến sai hệ số tự do.

Vì $\overline{PN} = (1 ; \blacksquare)$ nên loại được phương án **B** và phương án **D**. Thay tọa độ điểm M vào một trong hai phương trình của hai phương án còn lại chọn được phương án **A** hoặc viết trực tiếp phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và có vtpt \overline{PN} .

Câu 23: (Vận dụng viết phương trình mặt phẳng)

Gọi (\blacksquare) là mặt phẳng đi qua điểm $M(3 ; - 1 ; 5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng: $(\beta): 3x - 2y + 2z - 7 = 0$ và $(\gamma): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$.

Phương trình mặt phẳng (\blacksquare) là phương trình nào dưới đây?

- (A) $2x + y - 2z - 15 = 0$
- (B) $2x + y - 2z + 15 = 0$
- (C) $x - 2y - 2z - 15 = 0$
- (D) $2x + y - 2z - 16 = 0$.

Đáp án: A

Phân tích: Cả ba phương án **A**, phương án **B**, phương án **D** đều có hệ số của x, y, z giống nhau và các mặt phẳng đó đều vuông góc với cả hai mặt phẳng

(β) và (γ) . Thay tọa độ điểm M vào ba phương án đó để chọn được phương án đúng. Phương án **C** bị loại vì mặt phẳng $x - 2y - 2z - 15 = 0$ không vuông góc với mặt phẳng (β) : $3x - 2y + 2z - 7 = 0$.

Câu 24: (Vận dụng tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song)

Cho hai mặt phẳng song song:

$$(P): x + y - z + 5 = 0, (Q): 2x + 2y - 2z + 3 = 0.$$

Khoảng cách giữa (P) và (Q) là:

(A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$. (B) 2. (C) $\frac{7}{2}$. (D) $\frac{7}{2\sqrt{3}}$.

Đáp án: **D**

Phân tích: Lấy $M(0 ; 0 ; 5)$ thuộc (P) .

$$\text{Khi đó: } d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 5 + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{7}{2\sqrt{3}}.$$

Học sinh thường hay tính sai biểu thức dưới mẫu số: $\sqrt{2^2 + 2^2}$ nên chọn nhầm phương án **C** là phương án đúng.

Câu 25: (Vận dụng cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau)

Xét bài toán và lời giải dưới đây:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0 ; 0 ; 0)$, $B(1 ; 0 ; 0)$, $D(0 ; 1 ; 0)$, $A'(0 ; 0 ; 1)$.

Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và MN .

Lời giải:

Bước 1: Xác định $\overrightarrow{A'C} = (1 ; 1 ; -1)$, $\overrightarrow{MN} = (0 ; 1 ; 0)$.

$$\overrightarrow{AB} = (1 ; 0 ; 0), \overrightarrow{AD} = (0 ; 1 ; 0), \overrightarrow{AA'} = (0 ; 0 ; 1).$$

Bước 2: Mặt phẳng (P) chứa $A'C$ và song song với MN là mặt phẳng qua $A'(0; 0; 1)$ và có vtpt $\vec{n} = (1; 0; 1)$ (b): $x + z - 1 = 0$.

Bước 3: Vì M là trung điểm của AB nên $M(\frac{1}{2}; 0; 0)$.

Bước 4: Ta có $d(A'C, MN) = d(M, (P)) = \frac{|\frac{1}{2} - 1|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}$.

Lời giải trên đây bắt đầu sai ở bước nào?

- (A) Sai ở bước 1
- (B) Sai ở bước 2
- (C) Sai ở bước 3
- (D) Sai ở bước 4.

Đáp án: **D**.

Phân tích: Câu hỏi này nhằm kiểm tra kiến thức tổng hợp của học sinh và khả năng phân tích, theo dõi các bước giải để tìm ra sai lầm.

Câu 26: (Vận dụng điều kiện để một mặt phẳng tiếp xúc với một mặt cầu)

Cho mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S)?

- (A) $6x + 2y + 3z = 0$
- (B) $2x + 3y + 6z - 5 = 0$
- (C) $6x + 2y + 3z - 55 = 0$
- (D) $3x + 2y + 6z - 7 = 0$

Đáp án: **C**

Phân tích: Học sinh phải nắm được điều kiện để một mặt phẳng tiếp xúc với một mặt cầu để tìm ra lời giải cho bài toán trên. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 7$. Cả bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** đều có độ dài vtpt bằng $\sqrt{6^2 + 2^2 + 3^2} = 7$.

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$ bằng

$$\frac{|A \cdot \text{[redacted]} + B \cdot \text{[redacted]} + C \cdot \text{[redacted]} + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \text{ Mà } \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = \sqrt{6^2 + \text{[redacted]}}$$

$\text{[redacted]} - 3B + 2C + D = \text{[redacted]}49$. Lần lượt thay tọa độ điểm I vào các vế trái của phương trình mặt phẳng trong từng phương án thì chỉ có phương án C thỏa mãn điều này.

Câu 27: (Vận dụng công thức khoảng cách để xác định vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu)

Cho mặt phẳng $(P) : 3x + 4z + 12 = 0$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 1$.

Khi đó:

- (A) Mặt phẳng (P) đi qua tâm mặt cầu (S) ;
- (B) Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) ;
- (C) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn ;
- (D) Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

Đáp án: D

Phân tích: Câu hỏi này nhằm kiểm tra vị trí tương đối của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) như vậy học sinh cần phải tính khoảng cách từ tâm $I(0 ; 0 ; 2)$ của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) và so sánh nó với bán kính $R = 1$ của mặt cầu (S) .

2.3 Câu hỏi trắc nghiệm khách quan dùng trong dạy học bài “Phương trình đường thẳng”

2.3.1 Nội dung và yêu cầu của bài

Mức độ cần đạt về mặt kiến thức:

Biết phương trình tham số của đường thẳng, điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau.

Đối với sách giáo khoa hình học 12 nâng cao có thêm phương trình chính tắc của đường thẳng.

Mức độ cần đạt về mặt kỹ năng:

Biết viết phương trình tham số của đường thẳng, biết cách sử dụng phương trình của hai đường thẳng để xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng đó.

2.3.2 Thể hiện của từng mức độ

A. Nhận biết

- Học sinh biết cách nhận biết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng và ngược lại khi biết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng thì phải “đọc” được tọa độ của một vtcp và tọa độ của một điểm thuộc đường thẳng đó.
- Nhận biết hai đường thẳng song song, vuông góc.

B. Thông hiểu

- Thông hiểu cách viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và có vtcp cho trước và hiểu được bản chất là một đường thẳng có thể đi qua nhiều điểm khác nhau, có nhiều vtcp khác nhau (miễn là chúng cùng phương) dẫn đến việc nhiều phương trình khác nhau nhưng lại cùng là phương trình biểu diễn của cùng một đường thẳng và ngược lại một đường thẳng sẽ có nhiều phương trình biểu diễn khác nhau.
- Thông hiểu cách tìm vtcp, tìm điểm thuộc đường thẳng khi biết phương trình của đường thẳng.

C. Vận dụng

- Viết được phương trình tham số của đường thẳng.
- Giải được các bài toán về tìm tọa độ giao điểm, tính khoảng cách; các bài toán về vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng; các bài toán liên quan giữa đường thẳng với mặt phẳng, với mặt cầu.

2.3.3 Dự kiến những sai lầm có thể mắc phải của học sinh khi tiếp nhận những tri thức trong bài

- Khi nhận biết hoặc lập phương trình tham số của đường thẳng học sinh thường nhầm tọa độ của điểm và tọa độ của vtcp với nhau
- Khi lập phương trình chính tắc của đường thẳng thường nhầm dấu tọa độ của điểm đi qua
- Việc một đường thẳng có thể có nhiều phương trình biểu diễn khác nhau tùy thuộc vào cách chọn điểm đi qua hoặc chọn dạng phương trình là tham số hay chính tắc gây cho học sinh sự khó hiểu do tưởng rằng một đường thẳng chỉ có duy nhất một phương trình biểu diễn
- Khi giải những bài toán về lập phương trình đường thẳng thường không kiểm tra lại đường thẳng đó có thỏa mãn yêu cầu bài toán hay không vì có những trường hợp bài toán vô nghiệm
- Quá trình tính toán, áp dụng công thức sai, biến đổi nhầm lẫn.

2.3.4 Hệ thống câu hỏi cụ thể

Câu 1: (Nhận biết phương trình tham số của đường thẳng)

Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 5; 3)$ và có vtcp \vec{u} ?

$$\text{(A)} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{(B)} \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{(C)} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad \text{(D)} \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Đáp án: D

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau phương án **A** và phương án **C** sai dấu tọa độ của điểm, phương án **B** sai dấu của tọa độ vtcp.

Câu 2: (Nhận biết vtcp của đường thẳng khi biết phương trình của đường thẳng đó)

Cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. Một vtcp của d có tọa độ là:

(A) \vec{u} [redacted].

(B) \vec{u} [redacted].

(C) \vec{u} [redacted].

(D) \vec{u} [redacted] 3).

Đáp án: B.

Phân tích: Từ phương trình tham số của đường thẳng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ ta tìm được một vtcp của nó là: \vec{u} [redacted] (hệ số tương ứng của t). Phương án A lấy tọa độ điểm thuộc đường thẳng d còn phương án C và D sai dấu tọa độ.

Câu 3: (Nhận biết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng)

Cho đường thẳng d có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$ Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?

(A) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$

(B) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}$

(C) $x - 2 = y = z + 3$

(D) $x + 2 = y = z - 3$

Đáp án: A

Phân tích: Vì đường thẳng d có vtcp có tọa độ $(2 ; -3 ; 5)$ nên loại phương án **C** và phương án **D**. Tiếp theo kiểm tra tọa độ điểm $(2 ; 0 ; -3)$ ở phương án **A** và phương án **B** sẽ chọn được phương án **A**.

Câu 4: (Nhận biết hai đường thẳng song song)

Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. Trong các đường thẳng có phương trình sau đây, đường thẳng nào song song với đường thẳng d ?

(A) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$

(B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

(C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$

(D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$

Đáp án: **A**

Phân tích: Hai phương án **B** và phương án **D** bị loại do bộ số $(1 ; 2 ; 3)$ và $(1 ; 2 ; -3)$ đều không tỉ lệ với bộ số $(1 ; -2 ; 3)$ là tọa độ vtcp của đường thẳng d , chỉ còn lại hai phương án **A** và phương án **C**. Dễ thấy phương án **C** cũng bị loại vì hai đường thẳng trùng nhau nên chọn phương án **A**.

Câu 5: (Nhận biết hai đường thẳng vuông góc)

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 \end{cases}$

Trong các đường thẳng có phương trình sau đây, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng d ?

$$(A) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 3t \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$$

Đáp án: **A**

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau, chọn phương trình có hệ số của t tương ứng ở dòng của x và y là 2 và -1 còn ở dòng của ẩn z hệ số đó là bao nhiêu không cần quan tâm, do vtcp của đường thẳng d có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Câu 6: (Thông hiểu cách viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và có vtcp cho trước)

Phương trình đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (1; -3; 4)$ và đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ là phương trình nào trong các phương trình sau?

$$(A) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

Đáp án: **C**

Phân tích: Học sinh thường có hai sai lầm là khi viết phương trình tham số của đường thẳng hay nhầm lẫn tọa độ của vtcp và tọa độ của điểm đi qua với nhau do hiểu máy móc thứ tự cách cho đường thẳng d ở đầu bài. Phương án **B** nhầm tọa độ điểm và tọa độ vtcp với nhau nên loại. Các phương án **A**, phương án **C**, phương án **D** tương tự như nhau nhưng chỉ có phương án **C** mới đúng dấu tọa độ vtcp.

Câu 7: (Thông hiểu cách tìm một điểm thuộc đường thẳng có phương trình tham số)

Đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào trong các điểm có tọa độ sau đây:

- (A) (1 ; 2 ; 3)
 (B) (3 ; 3 ; 2)
 (C) (- 1 ; 1 ; 4)
 (D) (- 1 ; 1 ; 2)

Đáp án: D

Phân tích: Qua câu hỏi trên yêu cầu học sinh phải “đọc” được tọa độ một điểm thuộc đường thẳng có phương trình cho trước. Vì vậy các em phải thông hiểu cách tìm tọa độ điểm thuộc đường thẳng có phương trình cho trước là chỉ cần thay một giá trị của tham số t vào phương trình đường thẳng là được ngay tọa độ một điểm thuộc đường thẳng đó.

Phương án **A** nhìn thấy ngay, phương án **B** lấy $t = 1$, phương án **C** lấy $t = -1$, phương án **D** cũng lấy $t = -1$ như vậy nhưng tính sai.

Câu 8: (Thông hiểu phương trình tham số của đường thẳng)

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình đường thẳng d ?

- (A) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Đáp án: B

Phân tích: Học sinh thường lúng túng ở chỗ cùng một đường thẳng lại có nhiều phương trình biểu diễn bởi vì chỉ cần chọn điểm đi qua khác nhau hoặc vtcp có tọa độ khác đi (tất nhiên các vector phải cùng phương với vtcp của đường thẳng d ban đầu) là phương trình đã khác nhau rồi.

Từ phương trình đã cho học sinh phải “đọc” được điểm mà đường thẳng d đi qua đó là điểm $M(1 ; 2 ; 3)$ và vtcp của d có tọa độ là $(2 ; 1 ; - 1)$. Phương án

A và phương án **B** đúng tọa độ điểm đi qua nhưng sai tọa độ của vtcp còn phương án **C** tuy đúng tọa độ vtcp nhưng lại sai tọa độ điểm đi qua. Nếu không thông thạo thì học sinh sẽ khó tìm được phương án đúng trong câu hỏi này.

Câu 9: (Thông hiểu phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng)

Cho điểm $M(1 ; 2 ; 3)$ và điểm $N(2 ; -1 ; 4)$ và ba phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (2) \quad \frac{x}{\quad} - \frac{y}{\quad} + \frac{z}{1} = \quad (3)$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- (A) Chỉ có (1) là phương trình đường thẳng MN
- (B) Chỉ có (3) là phương trình đường thẳng MN
- (C) Chỉ có (2) và (3) là phương trình đường thẳng MN
- (D) Cả (1), (2), (3) cùng là phương trình đường thẳng MN

Đáp án: D

Phân tích: Câu hỏi này nhằm kiểm tra học sinh có hiểu sâu về phương trình đường thẳng không? Vì phương trình (1), (2) và (3) cùng biểu diễn đường thẳng MN chỉ khác là phương trình (1) chọn điểm đi qua là điểm M còn phương trình (2) chọn điểm đi qua là điểm N và phương trình (3) là phương trình chính tắc của đường thẳng MN .

Câu 10: (Thông hiểu cách kiểm tra một điểm thuộc hay không thuộc một đường thẳng, mặt phẳng)

Giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = \quad$ và mặt phẳng

(P): $3x + 5y - z - 2 = 0$ có tọa độ nào dưới đây?

- (A) (1 ; 0 ; 1)
 (B) (0 ; 0 ; -2)
 (C) (1 ; 1 ; 6)
 (D) (12 ; 9 ; 1)

Đáp án: B

Phân tích: Lần lượt thay tọa độ điểm M ở từng phương án vào phương trình đường thẳng d (chỉ cần thay vào hai phân thức đầu) nếu thỏa mãn thì tiếp tục thay vào phương trình mặt phẳng (P) nếu không thỏa mãn thì loại ngay phương án đó.

Câu 11: (Thông hiểu vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng)

$$\text{Cho đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ và mặt phẳng } (P): x + 3y + z + 1 = 0.$$

Tìm kết luận đúng trong các kết luận sau:

- (A) $d // (P)$
 (B) d cắt (P)
 (C) $d \perp (P)$
 (D) $d \subset (P)$

Đáp án: A

Phân tích: Đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (1 ; \blacksquare ; \blacksquare)$, mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (1 ; 3 ; 1)$. Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ nên $d // (P)$ hoặc $d \subset (P)$ tại phương án B và phương án D.

Mặt khác điểm $M(1 ; 2 ; 1) \notin (P)$ nên $d // (P)$ chọn phương án A.

Câu 12: (Thông hiểu vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng)

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và hai mặt phẳng:

$(P): x - y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y - z - 4 = 0$.

Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

(A) $d // (P)$

(C) $d = (P) \blacksquare (Q)$

(B) $d // (Q)$

(D) $d \blacksquare (P)$

Đáp án: C

Phân tích: Đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (0; 1; 1) \blacksquare \vec{n}_P = (1 \blacksquare \blacksquare)$ là vtcp của (P) nên $d // (P)$ hoặc $d \blacksquare (P)$ \blacksquare tại phương án D.

Mặt khác điểm $M(1; 1; -1) \blacksquare$ và (P) nên $d \blacksquare (P) \blacksquare$ tại phương án A và có được phương án C là phương án đúng vì trong phương án C mới có điều kiện $d \blacksquare (P)$.

Câu 13: (Thông hiểu vị trí tương đối của hai đường thẳng)

Tìm kết luận đúng về vị trí tương đối của hai đường thẳng:

$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$.

(A) d cắt d'

(B) $d \blacksquare d'$

(C) d chéo với d'

(D) $d // d'$

Đáp án: D

Phân tích: Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}_d = (1; 1; \blacksquare)$, đường thẳng d' có vtcp $\vec{u}_{d'} = (\blacksquare; \blacksquare; \blacksquare)$ thỏa mãn: $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} = \blacksquare$ nên loại phương án **A** và phương án **C**.

Mặt khác điểm $M(1; 2; 3)$ thuộc d nhưng không thuộc d' nên $d \parallel d'$. Chọn phương án **D**.

Câu 14: (Vận dụng tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng)

Bán kính R của mặt cầu tâm $I(1; 3; 5)$ tiếp xúc với đường thẳng

$$\blacksquare \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ là số nào trong các số sau?}$$

- (A) $\sqrt{14}$. (B) 7 . (C) 14. (D) $\frac{42}{\sqrt{3}}$.

Đáp án: **A**

Phân tích: Tính trực tiếp khoảng cách từ I đến đường thẳng \blacksquare (tồn thời gian):

$$\blacksquare \text{ ó vtcp } \vec{u} = (1; \blacksquare; \blacksquare), \text{ điểm } M(0; -1; 2) \blacksquare$$

$$\blacksquare \vec{M} = (\blacksquare; \blacksquare; \blacksquare), \vec{n} = \blacksquare$$

$$R = d(I, \blacksquare) = \frac{|\vec{n}|}{|\vec{u}|} \blacksquare.$$

Tuy nhiên có thể đánh giá nhanh như sau (rèn tính linh hoạt, sáng tạo cho học sinh trong lựa chọn phương án trả lời):

$$R = d(I, \blacksquare) \geq IM = \sqrt{1^2 + \blacksquare^2 + \blacksquare^2} \geq \blacksquare \text{ chọn phương án } \mathbf{A}.$$

Câu 15: (Vận dụng điều kiện vuông góc của hai vectơ)

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 0; 1)$ trên đường thẳng

là bộ số nào dưới đây?

(A) $(1; 0; 2)$

(C) $(0; -2; 1)$

(B) $(2; 2; 3)$

(D) $(-1; -4; 0)$

Đáp án: A

Phân tích: Giải trực tiếp (mất nhiều thời gian). Hoặc kiểm tra xem các điểm trong từng phương án có thuộc trục hoành, nếu thuộc thì kiểm tra tiếp điều kiện vuông góc. Ở đây cả bốn điểm ở bốn phương án đều thuộc đường thẳng nên học sinh bắt buộc phải kiểm tra điều kiện vuông góc, do đó câu hỏi này sẽ giúp giáo viên kiểm tra được kiến thức tổng hợp của các em.

Câu 16: (Vận dụng cách tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song)

Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\frac{x}{2} - \frac{y}{1} - \frac{z}{4}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng và song song với (P) .

Khoảng cách giữa (P) và (Q) là:

(A) $\frac{9}{14}$

(C) $\frac{9}{2}$

(B) $\frac{9}{\sqrt{14}}$

(D) $\frac{9}{4}$

Đáp án: B

Phân tích: Để giải được bài toán này học sinh phải hiểu được khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia (đây là kiến thức được học từ lớp 11).

Ta có điểm $M(1; 7; 3)$ thuộc (P) .

$$\text{Vì } (P) // (Q) \text{ nên } d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot 7 - 3 + 5|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{14}}.$$

Các phương án đưa ra dựa vào việc học sinh áp dụng sai công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng: thiếu căn bậc hai ở dưới mẫu số (phương án **A**); viết thiếu ngoặc đơn khi tính bình phương một số thực âm (phương án **C**); thiếu cả căn bậc hai và thiếu ngoặc đơn (phương án **D**).

Câu 17: (Vận dụng vị trí tương đối của hai đường thẳng)

Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} \frac{\quad}{\quad}$; $d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$ và điểm $M(1; 2; 3)$. Đường thẳng $\frac{\quad}{\quad}$ đi qua M , vuông góc với d_1 , cắt d_2 có phương trình là:

- (A) $\frac{x}{1} \frac{\quad}{\quad}$.
- (B) $\frac{x}{\quad} \frac{\quad}{\quad}$.
- (C) $\frac{x}{1} \frac{\quad}{3} \frac{\quad}{1}$.
- (D) $\frac{x}{1} \frac{\quad}{3} \frac{\quad}{\quad}$.

Đáp án: A

Phân tích: Các phương án tương tự như nhau, các đường thẳng đó đều đi qua điểm M , chỉ khác tọa độ vtcp nên ta thử điều kiện “ $\frac{\quad}{\quad}$ vuông góc với d_1 ”: $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{\quad} = \quad$. Có những hai phương án thỏa mãn điều kiện này, đó là phương án **A** và phương án **C**. Phương án **C** được đưa ra dựa vào sai lầm khi học sinh giải bài toán “Lập phương trình đường thẳng $\frac{\quad}{\quad}$ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 ” theo cách: Lập phương trình mặt phẳng (P) và (Q) với (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d_1 còn (Q) là mặt phẳng đi qua M và chứa đường thẳng d_2 rồi nghiệm nhiên công nhận $\frac{\quad}{\quad}$

= (P) \perp Q) nên rất có thể xảy ra trường hợp d_2 nếu không có bước kiểm tra điều kiện “ d_2 ”. Do vậy cần kiểm tra xem điều kiện cắt đường thẳng d_2 có được thỏa mãn hay không.

Câu 18: (Vận dụng vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng)

Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} \frac{y}{3} \frac{z}{2}$, mặt phẳng (P): $x + y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; 2; -1)$. Đường thẳng d qua M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

(A) $\frac{x}{1} \frac{y}{2} \frac{z}{1}$.

(B) $\frac{x}{1} \frac{y}{3} \frac{z}{2}$.

(C) $\frac{x}{1} \frac{y}{2} \frac{z}{1}$.

(D) $\frac{x}{1} \frac{y}{3} \frac{z}{2}$.

Đáp án: C

Phân tích: Các phương án tương tự nhau, chỉ khác tọa độ vtcp nên ta thử điều kiện song song với mặt phẳng (P): $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ (\vec{n} là vtcp của mặt phẳng (P) và \vec{u} là vtcp của đường thẳng d). Chỉ có phương án C thỏa mãn điều kiện này.

Câu 19: (Vận dụng cách tìm tọa độ hình chiếu của một điểm lên mặt phẳng tọa độ)

Cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} \frac{y}{1} \frac{z}{1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

$$(A) \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

Đáp án: **B**

Phân tích: Giải trực tiếp (mất nhiều thời gian).

Câu hỏi này nhằm rèn luyện tính linh hoạt, sáng tạo trong việc lựa chọn phương án trả lời cho học sinh. Có thể nhận xét:

Các phương án tương tự như nhau đều có $z = 0$ nên tìm hình chiếu của điểm $M(1; -1; 2)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $M'(1; -1; 0)$ chọn phương án **B**.

Câu 20: (Vận dụng cách xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng)

Cho hai đường thẳng: $d_1: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 9 - 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là:

- (A) $3x - 5y + z - 25 = 0$.
- (B) $3x - 5y - z + 25 = 0$.
- (C) $3x + 5y + z - 25 = 0$.
- (D) $3x + 5y + z + 25 = 0$.

Đáp án: **C**

Phân tích: Vì $d_1 // d_2$ nên kiểm tra vtpt của (P) có vuông góc với vtcp $\vec{u} = (2; \quad)$ của d_1 không ta loại được phương án **A** và phương án **B**.

Còn lại phương án **C** và phương án **D** ta thay tọa độ điểm $M(9; 0; -2)$ vào phương trình của một trong hai phương án này và chọn được phương án **C** là phương án đúng.

Câu 21: (Vận dụng cách xét vị trí tương đối của hai mặt phẳng)

Cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z - 1 = 0$.

Mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

- (A) $2x - 2y + z + 8 = 0$.
- (B) $2x - 2y + z - 8 = 0$.
- (C) $2x + 2y + z - 8 = 0$.
- (D) $2x + 2y + z + 8 = 0$.

Đáp án: C

Phân tích: (P) có vtpt $\vec{n}_p(1; 2; 1)$ nên phương án **A** và phương án **B** bị loại.

Thay tọa độ điểm $M(1; 3; 0)$ vào một trong hai phương trình của phương án còn lại ta chọn được phương án đúng là phương án **C**.

Câu 22: (Vận dụng vị trí tương đối của hai đường thẳng)

Cho hai đường thẳng: $d_1: \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$

Đường thẳng đi qua điểm $M(0; 1; 1)$ vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$.
- (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1$.
- (C) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 2$.
- (D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 0$.

Đáp án: D

Phân tích: Kiểm tra điều kiện vuông góc với d_1 loại được phương án **A** và phương án **B**. Kiểm tra điểm $M(0; 1; 1)$ không thuộc đường thẳng trong phương án **C** nên chọn phương án **D**.

KẾT LUẬN CHƯƠNG II

Dựa vào phần lí luận đã được trình bày ở chương I thì chương này trình bày ba hệ thống câu hỏi ứng với ba bài: Hệ tọa độ trong không gian, Phương trình mặt phẳng, Phương trình đường thẳng.

Trong mỗi câu hỏi TNKQ, chúng tôi đều chỉ rõ mức độ nhận thức, phân tích rõ căn cứ đề ra các phương án hoặc phân tích cách hướng dẫn học sinh lựa chọn phương án trả lời câu hỏi. Trong chương này chúng tôi biên soạn được 64 câu hỏi gồm 14 câu ở mức độ nhận biết, 23 câu ở mức độ thông hiểu và 27 câu ở mức độ vận dụng.

Chương III

THỬ NGHIỆM SỰ PHẠM

3.1 Mục đích của thử nghiệm sự phạm

Thử nghiệm sự phạm nằm bước đầu kiểm tra tính khả thi và tính hiệu quả của hệ thống câu hỏi TNKQ về phương pháp tọa độ trong không gian, hỗ trợ trong quá trình dạy học chương này và góp phần đổi mới việc kiểm tra, đánh giá chất lượng học tập của học sinh lớp 12 Trung học phổ thông.

3.2 Nội dung, tổ chức thử nghiệm

3.2.1 Nội dung thử nghiệm

Chúng tôi sử dụng một phần câu hỏi TNKQ đã biên soạn được ở chương 2 của luận văn trong các bài học theo phân phối chương trình của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Đó là các hệ thống câu hỏi TNKQ về hệ tọa độ trong không gian, về phương trình mặt cầu, phương trình mặt phẳng và phương trình đường thẳng.

Việc đưa hệ thống câu hỏi TNKQ vào bài giảng nhằm mục đích giúp học sinh nắm chắc kiến thức, tránh được các sai lầm thường mắc phải, đồng thời cũng là để kiểm tra khả năng nắm bắt, vận dụng kiến thức, tư duy linh hoạt và sáng tạo của học sinh.

Sau mỗi câu hỏi thường đưa ra nhận xét, sửa chữa sai lầm của học sinh và củng cố kiến thức cho các em.

3.2.2 Tổ chức thử nghiệm

** Chọn lớp thử nghiệm:*

Chúng tôi chọn lớp 12A₃ của trường Trung học phổ thông Gang Thép – Thái Nguyên làm lớp thử nghiệm và lớp 12A₄ làm lớp đối chứng. Giáo viên dạy thử nghiệm lớp 12A₃ là cô giáo Lê Thị Xuân và lớp đối chứng 12A₄ là thầy giáo Nguyễn Hải Hà.

Trong quá trình giảng dạy thử nghiệm cô Lê Thị Xuân có kết hợp với các câu hỏi TNKQ mà chúng tôi đã biên soạn được. Tùy theo mỗi bài có thể đưa ra các câu hỏi TNKQ sau mỗi khái niệm, định lí, công thức, có phân tích những sai lầm giúp học sinh nắm chắc kiến thức và tránh được sai sót trong quá trình giải toán, đồng thời cũng là để các em được làm quen với việc trả lời các câu trắc nghiệm toán.

** Số tiết dạy thử nghiệm: 8 tiết.*

Sau các tiết dạy thử nghiệm, chúng tôi cùng giáo viên dạy thử nghiệm có tham khảo ý kiến của học sinh theo mẫu trình bày dưới đây và thống kê các ý kiến của học sinh:

PHIẾU LẤY Ý KIẾN CỦA HỌC SINH

Các em vui lòng cho cô giáo các thông tin sau:

Họ và tên: Lớp: 12A₃

STT	Câu hỏi	Chọn câu trả lời (Khoanh tròn vào phương án lựa chọn)	
		A	B
1	Các câu hỏi TNKQ có vừa sức với các em không?	Có	Không
2	Việc đưa ra các câu hỏi TNKQ trong bài học có giúp các em nắm bài tốt hơn không?	Có	Không
3	Em có thích phương pháp dạy học có kết hợp câu hỏi TNKQ hay không?	Có	Không
4	Em có thể biên soạn được câu hỏi TNKQ tương tự được hay không?	Có	Không

** Cuối thời gian thử nghiệm chúng tôi cho học sinh làm một bài kiểm tra 15 phút vào giờ ôn tập chương “Phương pháp tọa độ trong không gian”.*

Để soạn đề kiểm tra này chúng tôi sử dụng phần mềm MC Mix để trộn các câu, các phương án cho nhau nhằm tránh trường hợp học sinh có thể trao đổi bài.

Sau khi kiểm tra chúng tôi cùng giáo viên dạy toán của lớp chấm và thông báo kết quả, nhận xét, rút kinh nghiệm cho học sinh.

** Thời gian thử nghiệm:*

Thử nghiệm được tiến hành đồng thời và lồng ghép vào bài giảng theo phân phối chương trình lớp 12 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, năm học 2007 – 2008 đối với chương “Phương pháp tọa độ trong không gian”.

3.3 Kết quả thử nghiệm sư phạm

3.3.1 Thống kê qua phiếu ý kiến của học sinh:

Chúng tôi thống kê được trong số 44 học sinh lớp 12A₃ các câu hỏi đạt các tỉ lệ % như sau:

STT	Câu hỏi	Kết quả (%)	
		Có	Không
1	Các câu hỏi TNKQ có vừa sức với các em không?	93,1	6,9
2	Việc đưa ra các câu hỏi TNKQ trong bài học có giúp các em nắm bài tốt hơn không?	100	0
3	Em có thích phương pháp dạy học có kết hợp câu hỏi TNKQ hay không?	100	0
4	Em có thể biên soạn được câu hỏi TNKQ tương tự được hay không?	47,8	52,2

Kết quả cho thấy:

Hầu hết các em đều cho rằng các câu hỏi TNKQ vừa sức với các em, giúp các em nắm bài tốt hơn, làm cho các em hứng thú học tập hơn, gần 50% các em tin rằng có thể ra được câu hỏi TNKQ tương tự.

Kết quả này phần nào minh họa được tính hiệu quả của đề tài: Hệ thống câu hỏi TNKQ phần “Phương pháp tọa độ trong không gian” có thể dùng để tương tác trên lớp, để củng cố, khắc sâu các khái niệm, định nghĩa, định lí. Đồng thời cũng có thể dùng để kiểm tra đánh giá học sinh sau mỗi bài học, giúp học sinh tránh được sai sót trong quá trình giải toán và hiểu sâu, hiểu chắc kiến thức.

3.2.2 Thống kê qua bài kiểm tra

* Đề kiểm tra:

Câu 1: Cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 16$.

Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- (A) $I(2; -3; 1)$ và $R = 16$
- (B) $I(2; -3; 1)$ và $R = 4$
- (C) $I(-2; 3; -1)$ và $R = 16$
- (D) $I(-2; 3; -1)$ và $R = 4$

Câu 2:

Trong các vector sau, vector nào là vtpt của mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 5 = 0$:

- (A) \vec{n} [redacted]
- (B) \vec{n} [redacted]
- (C) \vec{n} [redacted]
- (D) \vec{n} [redacted]

Câu 3: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường

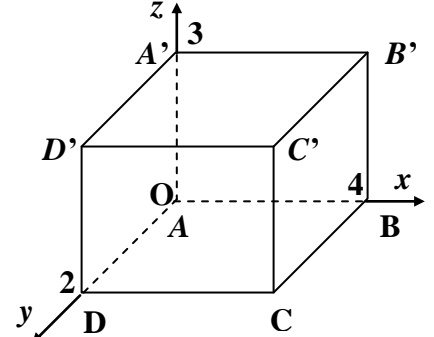
thẳng đi qua điểm $M(-1; 5; 3)$ và có vtcp \vec{u} [redacted]:

- (A) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$
- (B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$
- (D) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Câu 4 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0 ; 0 ; 0)$, $B(4 ; 0 ; 0)$, $D(0 ; 2 ; 0)$, $A'(0 ; 0 ; 3)$.

Tìm kết quả đúng trong các các kết quả sau:

- (A) $C(4 ; 2 ; 3)$
- (B) $C'(4 ; 2 ; 3)$
- (C) $B'(4 ; 3 ; 0)$
- (D) $D'(2 ; 3 ; 0)$



Câu 5: Mặt phẳng (P) đi qua $M(1 ; 2 ; -3)$ và có vtpt \vec{n} [redacted] có phương trình là:

- (A) $1(x - 3) + 2(y + 2) - 3(z + 5) = 0$
- (B) $3(x - 1) - 2(y - 2) - 5(z - 3) = 0$
- (C) $3(x - 1) - 2(y - 2) - 5(z + 3) = 0$
- (D) $3(x - 1) + 2(y - 2) - 5(z + 3) = 0$

Câu 6: Cho điểm $M(1 ; 2 ; 3)$ và điểm $N(2 ; -1 ; 4)$ và ba phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (2) \quad \frac{x}{[redacted]} - \frac{y}{[redacted]} + \frac{z}{1} = [redacted] \quad (3)$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- (A) Chỉ có (1) là phương trình đường thẳng MN
- (B) Chỉ có (3) là phương trình đường thẳng MN
- (C) Chỉ có (2) và (3) là phương trình đường thẳng MN
- (D) Cả (1), (2), (3) cùng là phương trình đường thẳng MN

Câu 7: Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

Mặt cầu tâm $I(-4 ; 1 ; 0)$, đi qua điểm $M(0 ; 1 ; 5)$, có phương trình là:

- (A) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9$
- (B) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 41$
- (C) $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$

$$(D) (x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 41$$

Câu 8: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có vpt

\vec{n} [redacted] là:

(A) $x + 2y + 3z - 9 = 0$

(B) $2x - y + 3z - 9 = 0$

(C) $2x - y + 3z - 13 = 0$

(D) $2x - y - 3z - 9 = 0$

Câu 9: Cho $M(1; 2; -3)$, $N(3; -4; 5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là:

(A) $x - 3y + 4z - 9 = 0$ (C) $-x + 3y - 4z - 3 = 0$

(B) $x - 3y + 4z + 9 = 0$ (D) $x + 3y - 4z - 9 = 0$

Câu 10: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} \frac{[redacted]}{[redacted]}$;

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases} \quad \text{và điểm } M(1; 2; 3).$$

Đường thẳng [redacted] đi qua M , vuông góc với d_1 , cắt d_2 có phương trình là:

(A) $\frac{x}{1} \frac{[redacted]}{[redacted]}$

(B) $\frac{x}{[redacted]} \frac{[redacted]}{[redacted]}$

(C) $\frac{x}{1} \frac{[redacted]}{3} \frac{[redacted]}{1}$

(D) $\frac{x}{1} \frac{[redacted]}{3} \frac{[redacted]}{[redacted]}$

* *Biểu điểm:* Mỗi câu hỏi TNKQ nếu trả lời đúng được 1 điểm, sai được 0 điểm.

* *Những ý định sự phạm về đề kiểm tra:*

Kiểm tra ba mức độ của quá trình nhận thức: nhận biết, thông hiểu, vận dụng theo tỉ lệ 3 – 3 – 4 (điểm).

Để chấm bài kiểm tra, chúng tôi yêu cầu học sinh dùng bút chì tô vào các phương án đã lựa chọn trên bảng dưới đây và chấm bài bằng đục lỗ:

Câu hỏi	Chọn
1	(A) (B) (C) (D)
2	(A) (B) (C) (D)
3	(A) (B) (C) (D)
4	(A) (B) (C) (D)
5	(A) (B) (C) (D)
6	(A) (B) (C) (D)
7	(A) (B) (C) (D)
8	(A) (B) (C) (D)
9	(A) (B) (C) (D)
10	(A) (B) (C) (D)

** Thống kê kết quả bài kiểm tra*

Điểm Lớp	Điểm											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
12A ₃	0	0	0	3	5	6	13	8	4	3	2	
12A ₄	0	0	0	5	7	9	7	7	6	4	0	

** Phân tích số liệu:*

Chúng tôi sử dụng các công thức sau để tính các tham số thống kê; tính chỉ số độ khó, độ phân biệt của câu hỏi; độ tin cậy của bài kiểm tra từ đó làm cơ sở để phân tích kết quả bài kiểm tra:

+ Giá trị trung bình:

$$\bar{X} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_k m_k}{n} \quad (n = m_1 + m_2 + \dots + m_k)$$

+ Độ lệch chuẩn:

$$s = \sqrt{\frac{x_1^2 m_1 + x_2^2 m_2 + \dots + x_k^2 m_k}{n} - \bar{X}^2}$$

+ Độ biến thiên của các bài kiểm tra so với điểm trung bình:

$$t = \frac{s}{\bar{X}} (\%)$$

Lớp 12A₃

Điểm(x _i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số(m _i)	0	0	0	3	5	6	13	8	4	3	2
Tần suất ($\frac{m_i}{n}$ (%))	0	0	0	6,8	11,4	13,6	29,5	18,2	9,1	6,8	4,6
Các tham số thống kê	\bar{X}			■				<i>t</i>			
	6,18			1,75				28%			
Xếp loại	Yếu, kém			Trung bình				Khá, giỏi			
	8/44 = 18,2%			18/44 = 40,9%				18/44 = 40,9%			

Phân tích kết quả:

Nhìn vào bảng tổng hợp điểm và bảng tổng hợp các tham số thống kê, ta thấy:

- Điểm trung bình: $\bar{x} = 6,18$
- Điểm số các bài làm phân phối xung quanh điểm trung bình là: 1,75
- Độ biến thiên của các bài kiểm tra so với điểm trung bình là: 28 %.

Các bài kiểm tra đa số đạt từ trung bình trở lên, điểm khá giỏi có tỉ lệ cao và điểm số có phổ trải rộng từ 3 đến 10 điểm.

Lớp 12A₄

Điểm(x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số(m_i)	0	0	0	5	7	9	7	7	6	4	0
Tần suất ($\frac{m_i}{n}$ (%))	0	0	0	11,1	15,6	20	15,6	15,6	13,3	8,8	0
Các tham số thống kê	\bar{X}			■				T			
	5,84			1,81				31%			
Xếp loại	Yếu, kém			Trung bình				Khá, giỏi			
	12/45 = 26,7%			16/45 = 35,6%				17/45 = 37,7%			

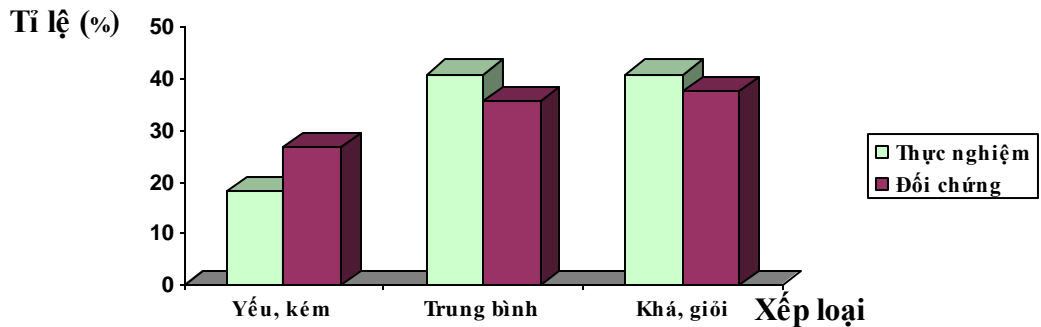
Phân tích kết quả:

Nhìn vào bảng tổng hợp điểm và bảng tổng hợp các tham số thống kê, ta thấy:

- Điểm trung bình: $\bar{x} = 5,84$
- Điểm số các bài làm phân phối xung quanh điểm trung bình là: 1,81

- Độ biến thiên của các bài kiểm tra so với điểm trung bình là: 31 %
 Các bài kiểm tra có tỉ lệ yếu kém nhiều hơn, tỉ lệ khá giỏi thấp hơn so với lớp 12A₃.

Biểu đồ xếp loại điểm kiểm tra thực nghiệm và đối chứng (đơn vị tính: %)



Phân tích các tham số đặc trưng của bài TNKQ:

- Sắp xếp các bài kiểm tra thành ba loại:
 - + Loại 1: Gồm 27% bài có điểm ở mức cao nhất
 - + Loại 2: Gồm 46% bài có điểm ở mức trung bình
 - + Loại 3: Gồm 27% bài có điểm ở mức thấp.
- Lập bảng thống kê cách chọn câu trả lời ở mỗi câu hỏi của học sinh.
- Tính độ khó và độ phân biệt của từng câu hỏi theo các công thức sau:

+ Độ khó: $p = \frac{D}{T}$ Với D là số học sinh trả lời đúng

T là số học sinh làm bài kiểm tra.

+ Độ phân biệt: $d = \frac{D_t - D_d}{N}$.

Với D_t là tổng số học sinh trả lời đúng ở nhóm cao.

D_d là tổng số học sinh trả lời đúng ở nhóm thấp.

N là số học sinh trong mỗi nhóm.

Bảng phân loại độ khó, độ phân biệt của 10 câu hỏi TNKQ

Câu hỏi	Tổng số học sinh (89)			Tổng số học sinh chọn đúng	Độ khó	Độ phân biệt
	Nhóm điểm cao chọn đúng	Nhóm điểm trung bình chọn đúng	Nhóm điểm thấp chọn đúng			
1	24	20	11	55	0,62	0,54
2	23	29	14	66	0,74	0,38
3	24	27	12	63	0,71	0,50
4	20	24	8	52	0,58	0,50
5	18	21	7	46	0,52	0,45
6	17	22	7	46	0,52	0,42
7	15	18	4	37	0,42	0,45
8	14	15	2	31	0,35	0,54
9	15	18	1	34	0,38	0,58
10	12	14	1	27	0,30	0,45

Căn cứ vào cách tính độ khó, độ phân biệt của Dương Thiệu Tống và Nguyễn Phụng Hoàng, chúng tôi có bảng xếp loại các câu hỏi kiểm tra TNKQ:

Bảng xếp loại các câu hỏi TNKQ

Xếp loại	Độ khó			Độ phân biệt		
	Khó	Trung bình	Dễ	Tốt	Trung bình	Kém
Câu hỏi số		1 4 5 6 7 8 9 10	2 3	1 3 4 5 6 7 8 9 10	2	

Kết quả cho thấy đề kiểm tra đảm bảo được độ khó và độ phân biệt như đã trình bày trong phân lí luận. Tuy nhiên còn có 2 câu thuộc độ dễ, 1 câu có độ phân biệt ở mức trung bình. Trong quá trình thử nghiệm và rút kinh nghiệm chúng tôi sẽ cố gắng sửa chữa và làm hoàn thiện hơn những câu hỏi có độ dễ, độ phân biệt chưa tốt để cho bộ trắc nghiệm ngày càng chuẩn mực hơn.

Từ việc phân tích, thống kê những kết quả kiểm tra ở trên, cho thấy:

- Đối với lớp được thực nghiệm làm quen với câu hỏi TNKQ trong các giờ học(lớp 12A₃) thì kết quả bài kiểm tra cao hơn, số lượng học sinh được điểm khá, giỏi tương đối cao. Đặc biệt số lượng học sinh trả lời đúng các câu hỏi của cả hai lớp là: 77,5% học sinh đạt điểm trên 5. Điều đó chứng tỏ các kết quả đúng trong bài kiểm tra trắc nghiệm không phải là sự đoán mò hay chọn ngẫu nhiên mà do học sinh có tư duy logic đúng đắn, nắm được kiến thức, kĩ năng trong chương trình đã được học.

- Phương pháp kiểm tra TNKQ có khả năng thực thi nếu giáo viên vận dụng phương pháp này đúng kĩ thuật, giáo viên có sự thay đổi về phương pháp giảng dạy, kiểm tra, đánh giá thường xuyên và học sinh có sự thay đổi phương pháp học để đáp ứng được yêu cầu kiểm tra TNKQ.

Kết luận chương III

Thông qua quá trình thử nghiệm và từ kết quả bài kiểm tra của học sinh cho thấy:

- Việc xây dựng hệ thống câu hỏi TNKQ về “Phương pháp tọa độ trong không gian” là có thể thực thi được.
- Việc đưa các câu hỏi TNKQ vào trong bài giảng làm cho các em học sôi nổi hơn, tập trung suy nghĩ hơn về những kiến thức được học, hiểu thấu đáo những điều giáo viên truyền đạt,... cho nên có thể thực hiện được ở nhà trường phổ thông.
- Phương pháp kiểm tra, đánh giá bằng TNKQ giúp học sinh có tư duy tốt hơn, nắm chắc được kiến thức hơn và rèn được sự linh hoạt, nhanh nhạy trong tư duy của học sinh.
- Phương pháp kiểm tra đánh giá TNKQ góp phần đổi mới phương pháp kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của học sinh, nhằm đổi mới phương pháp giảng dạy.

Tuy số tiết thử nghiệm không nhiều và số lượng học sinh được làm bài kiểm tra, số lượng câu hỏi còn quá khiêm tốn song bước đầu đã kiểm chứng tính khả thi, tính hiệu quả của hệ thống câu hỏi đã biên soạn được, giả thuyết khoa học nêu ra đã được kiểm nghiệm.

KẾT LUẬN

Luận văn “Biên soạn hệ thống câu hỏi trắc nghiệm khách quan về Phương pháp tọa độ trong không gian lớp 12 - Trung học phổ thông” đã đạt được những kết quả chủ yếu sau:

1. Góp phần làm sáng tỏ khái niệm, cách biên soạn câu hỏi TNKQ.
2. Đề xuất ba kiểu câu hỏi cho dạng câu hỏi TNKQ nhiều lựa chọn; vận dụng những kĩ thuật xây dựng câu hỏi trắc nghiệm khách quan để thiết kế, biên soạn hệ thống câu hỏi trắc nghiệm về Phương pháp tọa độ trong không gian gồm 74 câu, từ đó xây dựng được các bộ đề kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của học sinh trong một chương của môn hình học lớp 12.
3. Kết quả thử nghiệm sư phạm phân nào minh họa và được tính khả thi và hiệu quả của hệ thống câu hỏi TNKQ về Phương pháp tọa độ trong không gian trong quá trình dạy học và kiểm tra, đánh giá.

Với những ưu thế của phương pháp trắc nghiệm khách quan so với phương pháp tự luận, chúng tôi hi vọng rằng phương pháp trắc nghiệm khách quan sẽ được áp dụng rộng rãi trong các nhà trường vào giảng dạy và kiểm tra đánh giá kết quả học tập của học sinh, góp phần đổi mới phương pháp dạy học, phương pháp kiểm tra đánh giá. Hệ thống câu hỏi trắc nghiệm mà chúng tôi biên soạn có thể dùng cho các đồng nghiệp tham khảo, sử dụng.

Với 74 câu hỏi có phân tích tỉ mỉ, cụ thể về ba cấp độ của lĩnh vực nhận thức: nhận biết (16 câu), thông hiểu (29 câu) và vận dụng (29 câu), luận văn đã góp một viên gạch trên con đường nghiên cứu, biên soạn câu hỏi trắc nghiệm khách quan cho môn Toán nói chung và cho phần Phương pháp tọa độ trong không gian nói riêng, nhằm nâng cao chất lượng đào tạo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo(1996), *Trắc nghiệm và đo lường cơ bản trong giáo dục*, Nhà xuất bản Giáo dục, Bắc Thái.
2. Bộ Giáo dục và Đào tạo(2003), *Những cơ sở của kỹ thuật trắc nghiệm*, Hà Nội.
3. Nguyễn Hải Châu, Phạm Đức Tài, Nguyễn Thế Thạch(2008), *Chuẩn bị kiến thức ôn thi tốt nghiệp trung học phổ thông và tuyển sinh đại học, cao đẳng môn Toán*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hải Phòng.
4. Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng, Tạ Mân (2008), *Bài tập Hình học 12 nâng cao*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
5. Hà Thị Đức(1991), “Kiểm tra, đánh giá khách quan kết quả HT của HS một khâu quan trọng góp phần nâng cao hiệu quả DH ở trường phổ thông”, *Tạp chí thông tin khoa học*, (25).
6. Phạm Gia Đức(1995), “Đổi mới PP DH môn toán trường THPT”, *Tạp chí NCGD*, (7).
7. Lê Xuân Hải(2003), *Xây dựng câu hỏi trắc nghiệm chủ đề hàm số, phương trình bậc hai một ẩn số trong chương trình Đại số lớp 9 cho học sinh THCS*, Luận văn thạc sĩ khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên.
8. Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyền (2008), *Hình học 12 Sách giáo viên*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
9. Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyền (2008), *Hình học 12*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.

10. Nguyễn Phụng Hoàng, Võ Ngọc Lan (1999), *Phương pháp trắc nghiệm trong kiểm tra và đánh giá thành quả học tập*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
11. Trần Bá Hoành (1995), *Đánh giá trong giáo dục*, Hà Nội.
12. Trần Bá Hoành (1995), “Dạy học lấy học sinh làm trung tâm”, *Tạp chí NCGD*, (7).
13. Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyền (2008), *Bài tập Hình học 12*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
14. Jean Cardinet (1999), “Đánh giá học tập và đo lường”, *Tài liệu của ban dự án Việt - Bỉ*, (11).
15. Trần Kiều (1995), “Đổi mới đánh giá- Đòi hỏi bức thiết của đổi mới PP DH”, *Tạp chí NCGD*, (1), tr. 18 – 20.
16. Nguyễn Bá Kim (2007), *Phương pháp dạy học môn Toán*, Nhà xuất bản đại học sư phạm, Hà Nội.
17. Nguyễn Hữu Long (1978), *Vận dụng kết hợp phương pháp Test và phương pháp kiểm tra truyền thống trong dạy học tâm lý học*, ĐHSPT Hà Nội I.
18. Nguyễn Hữu Long (1995), “Test trong công nghệ dạy học”, *Tạp chí ĐH và THCN*, (8), tr. 13- 14.
19. Lê Thống Nhất (1996), “Kiểm tra và đánh giá kết quả học tập môn toán của học sinh như thế nào”, *Tạp chí NCGD*, (8).
20. Hoàng Đức Nhuận, Lê Đức Phúc (1996), *Cơ sở lý luận của việc đánh giá chất lượng HT của HS phổ thông*, Hà Nội.
21. Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng, Tạ Mân (2008), *Hình học 12 nâng cao*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
22. Patrich Griffin (1994), *Trắc nghiệm và đánh giá*, Tài liệu dùng cho các lớp tập huấn tại thành phố Hồ Chí Minh, Huế, Hà Nội.

23. Quentin Stodola, Kaluer Stordahl (1995), *Trắc nghiệm và đo lường cơ bản trong giáo dục*, Vụ Đại học, Hà Nội.
24. Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Lê Huy Hùng, Tạ Mân (2008), *Hình học 12 nâng cao - Sách giáo viên*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
25. Nguyễn Thế Thạch (Chủ biên) (2008), *Hướng dẫn thực hiện chương trình sách giáo khoa lớp 12 môn Toán*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.
26. Lâm Quang Thiệp (2003), *Giới thiệu về đo lường và đánh giá trong giáo dục*, Hà Nội.
27. Dương Thiệu Tống (1995), *Trắc nghiệm và đo lường thành quả học tập*, ĐHKHKT TP. Hồ Chí Minh.
28. Vụ Đại học, Bộ giáo dục (1994), *Trắc nghiệm và đánh giá*, Hà Nội.