

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**

NGUYỄN THỊ MAI LIÊN

**DẠY HỌC TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP
CHO HỌC SINH QUA CHỦ ĐỀ "GIẢI TOÁN
CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM" Ở LỚP 12 THPT**

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN - 2008

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**

NGUYỄN THỊ MAI LIÊN

**DẠY HỌC TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP
CHO HỌC SINH QUA CHỦ ĐỀ "GIẢI TOÁN
CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM" Ở LỚP 12 THPT**

Chuyên ngành: Lý luận và Phương pháp dạy học Bộ môn Toán

Mã số: 60.14.10

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Người hướng dẫn khoa học: *ts. NGUYỄN ANH TUẤN*

THÁI NGUYÊN - 2008

Lời cảm ơn

Em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy giáo- *TS. Nguyễn Anh Tuấn*, người đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ em trong suốt quá trình thực hiện luận văn.

Em xin chân thành cảm ơn các thầy, cô giáo trong tổ Phương pháp giảng dạy toán – Trường Đại học sư phạm Hà Nội, các thầy giáo, cô giáo trong khoa Toán - Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi và giúp đỡ em trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Em xin trân trọng cảm ơn Ban giám hiệu, Phòng đào tạo và nghiên cứu khoa học trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để em hoàn thành luận văn .

Xin cảm ơn Ban giám hiệu và các bạn đồng nghiệp trường THPT Lương Ngọc Quyến đã động viên, giúp đỡ tôi hoàn thành nhiệm vụ nghiên cứu của mình.

Thái nguyên, tháng 9 năm 2008

Tác giả

Nguyễn Thị Mai Liên

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài	1
2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu	2
3. Giả thuyết khoa học	2
4. Phương pháp nghiên cứu	2
5. Cấu trúc luận văn	2
Chương 1: CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN	3
1.1 Về tri thức phương pháp và dạy học tri thức phương pháp.	3
1.2. Nội dung đạo hàm và ứng dụng trong chương trình toán THPT	9
1.3. Thực trạng dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm ở trường THPT và việc truyền thụ tri thức phương pháp cho học sinh	14
1.4. Kết luận chương 1	16
Chương 2: MỘT SỐ BIỆN PHÁP TRUYỀN THỤ TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP QUA DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM	17
2.1. Định hướng sư phạm	17
2.2. Một số biện pháp tăng cường truyền thụ TTPP trong dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm.	18
2.3. Vận dụng các biện pháp để truyền thụ tri thức phương pháp trong dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm	19
2.4. Kết luận chương 2	61
Chương 3: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM	62
3.1. Mục đích và nhiệm vụ	62
3.2. Phân tích đánh giá kết quả thử nghiệm	74
3.3 Kết luận chương 3	77
KẾT LUẬN	78
TÀI LIỆU THAM KHẢO	79

CÁC CỤM TỪ VIẾT TẮT

Viết tắt	Viết đầy đủ
CMR	Chứng minh rằng
ĐTHS	Đồ thị hàm số
GV	Giáo viên
HS	Học sinh
SGK	Sách giáo khoa
THPT	Trung học phổ thông
TTPP	Tri thức phương pháp
TXĐ	Tập xác định

MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Môn toán có khả năng to lớn giúp HS phát triển các năng lực và phẩm chất trí tuệ, rèn luyện cho HS tư duy trừu tượng, tư duy chính xác, hợp lôgic, phương pháp khoa học trong suy nghĩ, trong suy luận, trong học tập, qua đó có tác dụng rèn luyện cho HS trí thông minh, sáng tạo.

Trong chương trình Giải tích lớp 12 - THPT, nội dung đạo hàm và ứng dụng đạo hàm giữ vai trò chủ đạo, chiếm một khối lượng lớn kiến thức và thời gian học của chương trình, có ý nghĩa quan trọng trong các đề thi tốt nghiệp THPT và thi tuyển sinh vào các trường Đại học, Cao đẳng và Trung học chuyên nghiệp. Bởi vậy, việc sử dụng đạo hàm của hàm số để giải toán là một nội dung rất cần thiết và bổ ích đối với các em HS lớp 12-THPT.

Xuất phát từ vai trò của TTPP trong dạy học toán ở trường THPT, GV cần phải chú trọng dạy học TTPP để trang bị phương tiện cho HS hoạt động và tạo điều kiện để tổ chức dạy học toán theo quan điểm hoạt động, góp phần đổi mới phương pháp dạy học theo hướng tích cực hoá hoạt động học tập của HS.

Thực tế dạy học toán ở trường THPT cho thấy còn nhiều HS gặp khó khăn khi sử dụng phương pháp đạo hàm để giải bài tập, mà một trong những nguyên nhân thường gặp là do các em không nắm được quy trình, phương pháp giải loại toán này. Trong dạy học chủ đề này, về phía GV còn có những hạn chế như: chưa thật chú ý truyền thụ TTPP, còn nặng về trình bày lời giải và đưa thêm vào một số bài tập khó, phần truyền thụ TTPP và hướng dẫn HS thực hiện qui trình, vận dụng phương pháp còn chưa tốt...

Với mong muốn góp phần khắc phục những tồn tại trên, nâng cao chất lượng dạy học nội dung này, từ những lý do trên, chýng tôi đã chọn đề tài: Dạy học tri thức phương pháp cho học sinh qua chủ đề “Giải toán có ứng dụng đạo hàm” ở lớp 12 THPT.

2. MỤC ĐÍCH VÀ NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU

2.1. Mục đích

Nghiên cứu lý luận về TTPP và triển khai vào dạy học TTPP cho HS qua chủ đề “Giải toán có ứng dụng đạo hàm” ở lớp 12-THPT.

2.2. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu lí luận về TTPP và dạy học TTPP trong môn Toán.
- Tìm hiểu thực tiễn ở trường THPT về vấn đề dạy học TTPP, nói riêng là trong dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm.
- Cụ thể hoá một số TTPP thường gặp ở nội dung giải toán có ứng dụng đạo hàm.
- Đề xuất giải pháp dạy học TTPP thông qua một số biện pháp sư phạm.
- Thử nghiệm sư phạm.

3. GIẢI THUYẾT KHOA HỌC

Nếu xác định rõ TTPP và áp dụng những biện pháp sư phạm nêu ra trong luận văn thì có thể nâng cao hiệu quả của việc dạy học TTPP và chất lượng dạy học nội dung “Giải toán có ứng dụng đạo hàm” Ở Lớp 12 trường THPT.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

1. Nghiên cứu lý luận.
2. Quan sát, điều tra thực tiễn.
3. Thử nghiệm sư phạm.
4. Thống kê toán học

5. CẤU TRÚC LUẬN VĂN

Ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo, luận văn gồm có 3 chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2: Một số biện pháp truyền thụ tri thức phương pháp qua dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm.

Chương 3: Thử nghiệm sư phạm.

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. VỀ TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP VÀ DẠY HỌC TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP

1.1.1. Tri thức phương pháp

Sau mỗi quá trình học tập, người học không chỉ đơn thuần thu được những tri thức khoa học (khái niệm mới, định lí mới,...) mà còn phải nắm được những TTPP (dự đoán, giải quyết, nghiên cứu...). Đó chính là những TTPP vừa là kết quả vừa là phương tiện của hoạt động tạo cho HS một tiềm lực quan trọng để hoạt động tiếp theo.

Theo Nguyễn Bá Kim [14, tr 34], HS kiến tạo tri thức, rèn luyện kĩ năng, đó là cơ sở để thực hiện các mục tiêu về phương diện khác. Để đạt được mục tiêu quan trọng này, môn toán cần trang bị cho HS một hệ thống vững chắc những tri thức, kĩ năng phương pháp toán học phổ thông, cơ bản, hiện đại, sát thực tiễn Việt Nam theo tinh thần giáo dục kĩ thuật tổng hợp đồng thời bồi dưỡng cho họ khả năng tận dụng những hiểu biết toán học và việc học tập những môn học khác, vào đời sống lao động sản xuất và tạo tiềm lực tiếp thu khoa học kĩ thuật.

Để thực hiện mục tiêu này, cần tạo điều kiện cho HS kiến tạo những dạng tri thức khác nhau, có 4 dạng tri thức:

- Tri thức sự vật trong môn toán thường là khái niệm, định lý, có khi là một yếu tố lịch sử, một ứng dụng toán học.

- Tri thức phương pháp: Gồm có hai loại, phương pháp có tính chất thuật giải (ví dụ giải phương trình bậc hai) và phương pháp có tính chất tìm đoán (chẳng hạn phương pháp tổng quát Pôlya để giải bài tập toán học).

- Tri thức chuẩn: Đó là những kiến thức có liên quan đến chuẩn mực đạo đức (ít gặp ở môn toán).

- Tri thức giá trị. Có nội dung là những mệnh đề đánh giá . Chẳng hạn "Toán học có vai trò quan trọng trong khoa học và công nghệ cũng như đời sống", "Khái quát hoá là một hoạt động trí tuệ cần thiết cho mọi khoa học" Trong những dạng tri thức kể trên thì TTPP đóng một vai trò quan trọng trong việc tổ chức hoạt động vì đó là "cơ sở định hướng cho hoạt động".

Vì vậy, trong việc dạy học, ta cần quan tâm cả những tri thức cần thiết lẫn những tri thức đạt được trong quá trình hoạt động. Cần chú ý các dạng khác nhau của tri thức: tri thức sự vật, tri thức phương pháp, tri thức chuẩn và tri thức giá trị. Đặc biệt là TTPP định hướng trực tiếp cho hoạt động và ảnh hưởng quan trọng tới việc rèn luyện kỹ năng.

* Những TTPP thường gặp trong môn toán là:

+ Những tri thức về phương pháp thực hiện những hoạt động tương ứng với những nội dung toán học cụ thể như: tính đạo hàm, giải các bài về tính đồng biến, nghịch biến, các quy tắc tìm cực trị, giải các bài toán khảo sát hàm số...

+ Những tri thức về phương pháp thực hiện những hoạt động toán học phức hợp như định nghĩa, chứng minh...

+ Những tri thức về phương pháp thực hiện những hoạt động trí tuệ phổ biến trong môn Toán như hoạt động tư duy hàm, phân chia trường hợp...

+ Những tri thức về phương pháp thực hiện những hoạt động trí tuệ chung như so sánh, khái quát hoá, trừu tượng hoá...

+ Những tri thức về phương pháp thực hiện những hoạt động ngôn ngữ logic như thiết lập mệnh đề đảo của mệnh đề cho trước, liên kết hai mệnh đề thành hội hay tuyển của chúng...

Để tổ chức hoạt động có hiệu quả, người GV cần nắm được tất cả những kiến thức phương pháp thích hợp có thể có chứa đựng trong nội dung bài dạy để chọn lựa cách thức, mức độ truyền thụ phù hợp. Bởi vì, những tri

thức quá chung như lược đồ dựng hình 4 bước sẽ ít tác dụng hướng dẫn nhưng nếu quá chi tiết thì khó áp dụng cho các tình huống khác.

Đứng trước một nội dung dạy học, người GV phải:

+ Xác định tập hợp tối thiểu những TTPP cần truyền thụ.

+ Xác định yêu cầu về mức độ hoàn chỉnh của những TTPP cần dạy, đặc biệt là đối với những phương pháp có tính chất tìm đoán. Những TTPP quá chung chung sẽ ít tác dụng chỉ dẫn, điều khiển hoạt động. Mặt khác, những TTPP rậm rạp lại có thể làm cho HS lâm vào tình trạng rối ren.

+ Xác định yêu cầu về mức độ tường minh của những TTPP cần dạy: dạy một cách tường minh hay là thông báo trong quá trình tiến hành hoạt động, hay chỉ thực hành ăn khớp với một tri thức nào đó, hay là một hình thức trung gian giữa những hình thức kể trên.

+ Xác định yêu cầu về mức độ chặt chẽ của quá trình hình thành TTPP: dựa vào trực giác hay lập luận logic.

1.1.2. Truyền thụ tri thức phương pháp trong dạy học môn Toán

Có thể truyền thụ TTPP theo một số cách như sau:

1.1.2.1. Dạy học tường minh tri thức phương pháp được qui định trong chương trình

Dạy học tường minh TTPP được phát biểu một cách tổng quát là một trong những cách làm đối với những tri thức được qui định tường minh trong chương trình. Mức độ hoàn chỉnh của TTPP cần dạy và mức độ chặt chẽ của quá trình hình thành những TTPP đó được qui định trong chương trình và SGK hoặc cũng có khi được GV quyết định căn cứ vào điều kiện cụ thể của lớp học.

Ở cấp độ này, GV phải rèn luyện cho HS những hoạt động dựa trên TTPP được phát biểu một cách tổng quát, không chỉ dừng ở mức độ thực hành theo mẫu ăn khớp với TTPP này. Từng bước hành động phải làm cho HS hiểu được ngôn ngữ diễn tả bước đó và tập cho họ biết hành động dựa trên phương tiện ngôn ngữ đó.

Ví dụ: Khi dạy HS cách khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

$$y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$$

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$

Chúng tôi sử dụng cách dạy tường minh TTPP như sau:

Đầu tiên, GV nêu đầy đủ quy trình các bước khảo sát:

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số

Bước 2: Xét sự biến thiên của hàm số

- Tìm giới hạn vô cực và giới hạn tại vô cực của hàm số.
- Lập bảng biến thiên của hàm số.
- Tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị hàm số.

Bước 3: Vẽ đồ thị của hàm số.

Nhận xét về đồ thị hàm số:

Sau khi HS đã biết TTPP trên, GV tổ chức cho HS vận dụng để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

1.1.2.2. Thông báo tri thức phương pháp trong quá trình hoạt động

Đối với một số TTPP chưa được quy định trong chương trình, ta vẫn có thể suy nghĩ khả năng thông báo chúng trong quá trình HS hoạt động nếu những tiêu chuẩn sau đây được thỏa mãn:

- TTPP này giúp HS dễ dàng thực hiện một số hoạt động quan trọng nào đó được qui định trong chương trình.
- Việc thông báo những tri thức này dễ hiểu và tốn ít thời gian.

Ví dụ: Xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$

Chúng tôi sử dụng phương pháp "Thông báo tri thức trong quá trình hoạt động" là:

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số.

HS tiến hành TXĐ: $D = \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R}$.

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số:

+) Nhận dạng hàm số.

+) Áp dụng các quy tắc tính đạo hàm để tìm đạo hàm của hàm số.

HS tiến hành: $y' = (x^4 - 2x^2 + 3)' = 4x^3 - 4x$

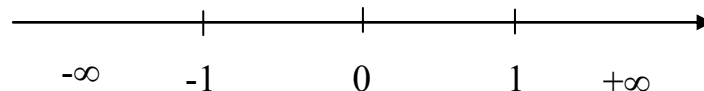
Bước 3: Xét dấu của đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$

+) Giải phương trình $y' = 0$

+) Sắp xếp các nghiệm lên trục số.

+) Xét dấu các khoảng nghiệm theo phương pháp khoảng.

HS tiến hành: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$



Bước 4: Dựa vào định lý

$y' \geq 0 \forall x \in (a, b)$ thì hàm số đồng biến $\forall x \in (a, b)$

Nếu $y' \leq 0 \forall x \in (a, b)$ thì hàm số nghịch biến $\forall x \in (a, b)$

HS kết luận:

Hàm số nghịch biến $\forall x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$

Hàm số đồng biến $\forall x \in (-1, 0) \cup (1, +\infty)$

1.1.2.3. Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những tri thức phương pháp

Cách làm này tùy theo yêu cầu có thể được sử dụng cả trong hai trường hợp: tri thức được qui định hoặc không được qui định trong chương trình.

Ở trình độ thấp, ngay đối với một số qui tắc, phương pháp được qui định trong chương trình, nhiều khi người ta không yêu cầu dạy cho HS phát biểu tổng quát mà chỉ cần họ biết cách thực hành qui tắc, phương pháp đó nhờ một quá trình làm việc theo mẫu.

Ví dụ: Tìm điểm uốn của hàm số sau $y = x^4 - 2x^2 + 3$

1. Tri thức phương pháp.

Bước 1: Tính đạo hàm cấp 1.

Bước 2: Tính đạo hàm cấp 2.

Bước 3: Giải phương trình $y'' = 0$ và chia khoảng trên TXĐ sắp xếp các nghiệm từ thấp tới cao.

Bước 4: Xét dấu y' khi qua các nghiệm của nó.

Bước 5: Dựa vào định lý

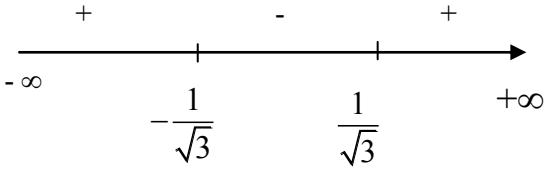
$y'' > 0 \quad \forall x \in (a, b)$ thì đồ thị hàm số lõm

$y'' < 0 \quad \forall x \in (a, b)$ thì đồ thị hàm số lồi

y'' đổi dấu qua nghiệm x_0 thì x_0 gọi là điểm uốn.

2. Cách dạy tri thức phương pháp.

Để dạy dạng toán này chúng tôi sử dụng cách dạy “Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những tri thức phương pháp” bằng các câu hỏi gợi ý và hướng dẫn HS tiến hành các hoạt động như sau:

HS tiến hành	Các bước của TTPP
<p><i>Hoạt động 1:</i> Tiến hành hoạt động như sau: $y' = 4x^3 - 4x$</p> <p><i>Hoạt động 2:</i> $y'' = 12x^2 - 4$</p> <p><i>Hoạt động 3:</i></p> $y'' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 = 4$ $\Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$	<p>+) Tính đạo hàm cấp 1</p> <p>+) Tính đạo hàm cấp 2</p> <p>+) Giải phương trình $y'' = 0$</p> <p>+) Xét dấu của y''</p> <p>- Sắp xếp các nghiệm lên trục số từ thấp tới cao.</p> <p>- Áp dụng định lý dấu tam thức bậc hai suy ra dấu các khoảng nghiệm trên trục số</p>
<p><i>Hoạt động 4:</i></p>  <p><i>Hoạt động 5:</i></p> <p>Kết luận điểm uốn của hàm số</p> $x_{u1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $x_{u2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	<p>+) Nhận xét dấu của các khoảng nghiệm</p> <p>+) Nhận xét các điểm uốn của đồ thị</p>

1.2. NỘI DUNG ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG TRONG CHƯƠNG TRÌNH TOÁN THPT

1.2.1. Tóm tắt kiến thức về đạo hàm ở trong chương trình toán THPT

a) Theo phân phối chương trình Phổ thông trung học trước năm 2002 thì chương trình Đại số của lớp 12 phần lớn đều sử dụng công cụ đạo hàm để giải quyết và phát triển các bài tập với nội dung của SGK như sau:

Chương I: Đạo hàm

- Đ1. Định nghĩa và ý nghĩa đạo hàm.
- Đ2. Các qui tắc tính đạo hàm.
- Đ3. Đạo hàm của hàm số sơ cấp cơ bản.
- Đ4. Đạo hàm cấp cao.
- Đ5. Vi phân.

Chương II: ứng dụng của đạo hàm

- Đ1. Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.
- Đ2. Cực đại và cực tiểu.
- Đ3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- Đ4. Tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị.
- Đ5. Tiệm cận.
- Đ6. Khảo sát.
- Đ7. Một số bài toán có liên quan đến khảo sát hàm số, ôn tập.

Trong chương trình SGK lớp 12, toàn bộ học kỳ I chỉ học về đạo hàm và các ứng dụng của đạo hàm là 48 tiết, trong đó có 30 tiết dành cho lý thuyết, còn lại là các tiết bài tập thường chú trọng về phương pháp giải các bài tập ứng dụng đạo hàm.

b) Theo phân phối chương trình thí điểm THPT được Bộ giáo dục và đào tạo ban hành theo Quyết định số 47/2002/QĐ-BGD&ĐT ngày 19/11/2002 của Bộ trưởng Bộ giáo dục và đào tạo thì chương “Đạo hàm”

có 14 tiết được dạy vào chương V, chương cuối của SGK Giải tích 11 Ban Khoa học tự nhiên với các nội dung sau:

- Đ1. Khái niệm đạo hàm. Định nghĩa. Cách tính. ý nghĩa hình học và vật lý của đạo hàm.
- Đ2. Các qui tắc tính đạo hàm. Đạo hàm và tổng, hiệu tích, thương của các hàm số. Đạo hàm của hàm số hợp.
- Đ3. Đạo hàm của hàm số hữu tỉ và của hàm số lượng giác.
- Đ4. Vi phân, Định nghĩa. Ứng dụng vào phép tính gần đúng,
- Đ5. Đạo hàm cấp cao. Định nghĩa. ý nghĩa hình học và cơ học của đạo hàm cấp hai.
- Đ6. Ôn tập.

Đạo hàm được đưa xuống 11 nhằm phục vụ cho việc học Vật lý, Hoá học...có xét đạo hàm một bên, nêu hệ số góc của tiếp tuyến và vận tốc tức thời của chuyển động. Do thời lượng hạn chế chương hàm số mũ, hàm số logarit được chuyển lên lớp 12 nên chưa nói đến đạo hàm của các hàm số này.

Chương trình giải tích 12 Ban khoa học tự nhiên được xây dựng theo các quan điểm chủ đạo sau:

- * Chú trọng những kiến thức về kỹ năng cơ bản mang tính chất đặc thù của Toán học và phối hợp với định hướng của Ban khoa học tự nhiên.
- * Đáp ứng mục tiêu môn Toán, đồng thời chú ý đến việc dạy các môn khoa học khác như Vật lý, Hoá học, Sinh vật...
- * Giúp HS nâng cao năng lực tưởng tượng, hình thành cảm xúc thẩm mỹ, khả năng diễn đạt ý tưởng qua học tập môn Toán.

c) Theo chương trình mới được ban hành (kèm theo SGK toán 12 mới) và thực hiện từ năm học 2008-2009 “Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số” gồm có 20 tiết và nội dung như sau:

- Đ1. Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.

Đ2. Cực trị của hàm số.

Đ3. Cung lồi lõm và điểm uốn của đồ thị.

Đ4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Đ5. Đường tiệm cận.

Đ6. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

Đ7. Sự tương giao của hai đồ thị.

Đ8. Ôn tập.

Nội dung chủ yếu của chương này là khảo sát sự biến thiên của hàm số dựa vào công cụ đạo hàm.

Với chương trình mới được ban hành thực hiện từ năm học 2008 - 2009 đã đem lại thuận lợi cho học sinh khi vận dụng các định lý các tính chất, cung cấp kịp thời những kiến thức toán học cần thiết phục vụ một số môn học khác như vật lý, sinh học, toán học, tránh được căng thẳng cho học sinh khi phải học liên tục học dồn dập, nhiều giờ một vấn đề chẳng hạn nhớ quá nhiều công thức.

1.2.2. Vị trí, tầm quan trọng của đạo hàm trong chương trình phổ thông

Đạo hàm là một nội dung cơ bản trong chương trình toán phổ thông, là một trong hai phép tính cơ bản của giải tích. HS được học về đạo hàm là một công cụ tổng quát có hiệu quả để khảo sát hàm số, nghiên cứu các tính chất của hàm số như tính đồng biến, nghịch biến, tính lồi lõm, cực trị, các điểm tới hạn của hàm số, khảo sát hàm số, ứng dụng tính chất của đạo hàm để giải một số bài toán về phương trình, bất phương trình, bất đẳng thức...Ngoài ra, đạo hàm còn có ứng dụng rất to lớn trong lĩnh vực khác như xét điều kiện tiếp xúc của hai đường, bài toán tính vận tốc, gia tốc của một chuyển động vật lý...

1.2.3. Quá trình hình thành và phát triển nội dung đạo hàm trong trường phổ thông

Đạo hàm gắn liền với hàm số, vì thế cần xem xét tới quá trình hình thành của hàm số, rồi dẫn đến quá trình hình thành và phát triển của đạo hàm.

Trước lớp 7, HS chưa được học định nghĩa hàm số một cách tổng quát. Tuy nhiên các em dần dần tiếp xúc với những ví dụ cụ thể về khái niệm này, chẳng hạn như một số phép toán số học cộng; trừ; nhân; chia ...

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}; \quad (m; n) \rightarrow m + n$$

* Lớp 7, SGK đã bắt đầu giới thiệu về định nghĩa hàm số, khái niệm về đồ thị hàm số, tiếp đó là nghiên cứu một số hàm cụ thể như:

$$y = ax; \quad y = \frac{a}{x}$$

* Đến lớp 9 là $y = ax + b$; tiếp đó là $y = ax^2$; $y = ax^2 + bx + c$.

Sang lớp 10, HS bắt đầu nghiên cứu thêm một số hàm số như hàm lũy thừa, hàm căn thức, hàm có chứa giá trị tuyệt đối.

Ở lớp 11, HS học về những hàm số có đối số là số tự nhiên (dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân...) và hàm số lượng giác.

Hàm số được hình thành từ trước lớp 7, đến lớp 11 được hoàn thiện dần. Tuy nhiên cho đến lớp 11, SGK chưa đề cập gì đến đạo hàm.

Đến lớp 12, ở chương 1 từ bài toán đầu tiên SGK đã hình thành cho HS về định nghĩa đạo hàm, cách tính đạo hàm thông qua bài toán vận tốc, tiếp tới dạy cho HS cách tính đạo hàm của các hàm chứa căn lũy thừa, hàm lượng giác, dạy cho HS tính đạo hàm một cách thuần thực vì nó là công cụ tổng quát có hiệu quả để khảo sát hàm số và giải các bài toán có ứng dụng đạo hàm.

1.2.4. Mục đích yêu cầu dạy học đạo hàm và ứng dụng của đạo hàm

Trên cơ sở mục đích của môn toán ở trường THPT, căn cứ vào nội dung đạo hàm và ứng dụng đạo hàm trong chương trình THPT, ta có thể xác định mục đích, yêu cầu của dạy học đạo hàm và ứng dụng của đạo hàm như sau:

a) Về kiến thức, HS cần phải nắm được các nội dung:

- Khái niệm đạo hàm, ý nghĩa hình học, vật lý đạo hàm.

- Các qui tắc tính đạo hàm.

- Nắm được định nghĩa vi phân, công thức tính gần đúng nhờ vi phân.

- Định nghĩa đạo hàm cấp cao và ứng dụng trong cơ học của đạo hàm cấp hai.

- Ứng dụng của đạo hàm để giải quyết các bài toán về cực trị của hàm số, tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất, các bài toán về tiếp tuyến, khảo sát đồ thị hàm số

b) Về kỹ năng, ứng dụng đạo hàm để:

+) Khảo sát các hàm số.

+) Xét tính đơn điệu, tìm cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, tính lời lỗm và điểm uốn của đồ thị.

+) Một số bài toán về tiệm cận.

+) Ứng dụng của đạo hàm để chứng minh các bài toán về nhị thức Niu-ton, tính tổng.

c) Về TTPP yêu cầu HS nắm và vận dụng được:

- Các bước tính đạo hàm của các hàm số.

- Các bước tìm cực trị.

- Các bước tìm lời lỗm và điểm uốn của đồ thị hàm số.

- Các qui tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, tìm tiệm cận của hàm số.

- Các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

d) Tư duy:

- Tư duy hàm.

- Qui lạ về quen.

1.3. THỰC TRẠNG DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM Ở TRƯỜNG THPT VÀ VIỆC TRUYỀN THỤ TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP CHO HỌC SINH

1.3.1. Thực trạng việc dạy học tri thức phương pháp

Để tìm hiểu thực trạng dạy học TTPP ở trường THPT, chúng tôi đã sử dụng phiếu thăm dò ý kiến trao đổi với các đồng nghiệp và các chuyên gia, tiến hành dự giờ thăm lớp và dạy một số tiết.

Mẫu phiếu thăm dò như sau:

Ý kiến GV Cách dạy TTPP	Luôn luôn	Thỉnh thoảng	Ít khi	Không bao giờ
Truyền thụ tường minh TTPP				
Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động				
Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP				
Kết hợp cả 3 cách dạy				

Sau khi thăm dò 100 GV ở một số trường THPT tỉnh Thái Nguyên, chúng tôi thu được kết quả như sau:

Ý kiến GV Cách dạy TTPP	Luôn luôn	Thỉnh thoảng	Ít khi	Không bao giờ
Truyền thụ tường minh TTPP	10(10%)	10(10%)	30(30%)	50%
Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động	10(10%)	15(15%)	5(5%)	70(70%)
Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP	10(10%)	10(10%)	15(15%)	65(65%)
Kết hợp cả 3 cách dạy	10(10%)	15(15%)	10(10%)	65(65%)

Qua điều tra, chúng tôi nhận thấy:

Hầu hết các GV (có 10%) sử dụng cách dạy "truyền thụ tường minh TTPP" trong quá trình dạy học.

Còn 10% GV sử dụng cách dạy "Thông báo TTPP" trong quá trình dạy học.

Có 10% GV sử dụng cách dạy "Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP".

Để kết hợp cả 3 phương pháp trên có 10% GV sử dụng.

Qua đó cho thấy GV toán ở trường THPT hiện nay tuy có dạy TTPP nhưng rất ít: cứ 10 bài dạy thì chỉ có khoảng 3 bài sử dụng được tất cả các TTPP. Để phối hợp cả ba cách dạy TTPP là rất ít, thường chỉ sử dụng cách dạy “*Tường minh TTPP*” là chính. Về nguyên nhân, có thể do điều kiện khách quan tác động như nội dung chương trình khá nặng, phân phối chương trình chưa hợp lý, lớp học còn quá đông HS (45 đến 50 HS/lớp); Đổi mới SGK và đổi mới kiểm tra đánh giá chưa đồng bộ, ý thức học tập của HS còn yếu; Việc đổi mới phương pháp dạy học ở một bộ phận GV còn hình thức, chưa hiệu quả, vẫn thiên về thuyết trình kết hợp với vấn đáp khiến giờ học nặng nề, chưa hấp dẫn HS chưa thực sự được phát hiện, khám phá tri thức; Nhiều GV còn chưa nắm rõ được khái niệm về TTPP, vẫn mơ hồ về khái niệm này.

1.3.2. Thực trạng dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm ở trường THPT

Thực trạng dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm ở trường THPT còn gặp nhiều khó khăn, kết quả chưa tốt. Việc dạy TTPP cho HS ở trường THPT trong môn toán chưa được GV chú trọng đúng mức.

Học sinh chưa nắm được các công thức tính đạo hàm nhất là đạo hàm của hàm số hợp, hàm số lượng giác. Cho nên việc áp dụng đạo hàm và giải quyết các bài tập có ứng dụng đạo hàm là rất khó. Học sinh chưa biết vận dụng lý thuyết vào giải các bài tập toán.

Giáo viên chưa khái quát cho HS mỗi dạng toán cần phải làm như thế nào. Mà chỉ quan tâm đến việc đưa ra bài tập và trình bày lời giải cho học sinh hoặc hướng dẫn một cách qua loa.

Trong việc "dạy học" giải toán có ứng dụng đạo hàm, GV chỉ cung cấp cho HS các công thức về đạo hàm, quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, cách tìm điểm lồi lõm và điểm uốn... mà không dạy cho HS cách vận dụng lý thuyết đó vào các bài tập ra sao.

1.4. KẾT LUẬN CHƯƠNG 1

Ở chương 1, chúng tôi nghiên cứu tóm tắt về vai trò và những kiến thức cơ bản nhất về TTPP, tìm hiểu thực trạng về vấn đề đó ở trường THPT. Qua đó cho thấy việc truyền thụ TTPP cho HS thông qua dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm là một điều rất cần thiết. Tuy nhiên từ những kết quả nghiên cứu về lý luận và thực tiễn cho thấy: Cần thiết và có thể xây dựng các biện pháp nhằm tăng cường dạy học TTPP cho HS trong nội dung này.

Chương 2

MỘT SỐ BIỆN PHÁP TRUYỀN THỤ TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP QUA DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

2.1. ĐỊNH HƯỚNG SỰ PHẠM

2.1.1. Tôn trọng nội dung chương trình sách giáo khoa

Chúng tôi nhắc lại cho HS những kiến thức đã học, đặc biệt nhấn mạnh ý nghĩa hình học của đạo hàm, đạo hàm của những hàm số thường gặp, các công thức tính của đạo hàm, một tổng, một tích, một thương và đạo hàm của hàm số hợp.

- Bám sát chương trình chuẩn và chuẩn kiến thức đã quy định.
- Hệ thống bài tập chỉ lấy trong chương trình SGK, đa dạng hoá các bài tập.
- Lựa chọn các kiến thức toán học cơ bản, cập nhật hiện thực, có hệ thống theo hướng tinh giảm phù hợp với trình độ nhận thức của HS và tích hợp các nội dung giáo dục thể hiện vai trò công cụ của toán học.

- Tăng cường thực hành và vận dụng thực hiện dạy học gắn liền với thực tiễn.

2.1.2. Khai thác và phối hợp linh hoạt 3 cách dạy tri thức phương pháp trong dạy học

- Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động.
- Dạy học tường minh TTPP.
- Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP.

2.1.3. Tập trung vào việc rèn luyện các yếu tố của tư duy thuật giải

* Để phát triển tư duy thuật giải, cần phải tiến hành tổ chức một số hoạt động cho HS:

- Thực hiện những hoạt động theo một trình tự xác định phù hợp với

một thuật giải cho trước.

- Phân tích một hoạt động thành những hoạt động thành phần được thực hiện theo một trình tự xác định.

- Mô tả chính xác quá trình tiến hành một hoạt động.

- Khái quát hoá một hoạt động trên những đối tượng riêng lẻ thành một hoạt động trên một lớp đối tượng.

- So sánh những con đường khác nhau cùng thực hiện một công việc và phát hiện con đường tối ưu.

* Đối với nội dung dạy học "giải toán có ứng dụng đạo hàm" ở lớp 12 trường THPT, GV cần tập trung vào:

- Phân chia quá trình giải bài toán thành các bước của phương pháp giải (tường minh hoá TTPP).

- Khái quát hoá cách giải một số bài toán cụ thể để rút ra qui trình giải cho loại bài toán đó (thông báo TTPP).

- Tiến hành giải một bài toán theo một phương pháp đã được truyền thụ.

- Trình bày lời giải bài toán theo một trình tự hoạt động (ăn khớp với TTPP).

- So sánh các phương pháp giải và lựa chọn cách giải tối ưu nhất cho bài toán.

2.2. MỘT SỐ BIỆN PHÁP TĂNG CƯỜNG TRUYỀN THỤ TTPP TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

2.2.1. Biện pháp 1: Hệ thống hoá các TTPP để cho HS nắm chắc kiến thức và vận dụng vào giải toán có ứng dụng đạo hàm. Giáo viên cần phải chú trọng chọn lọc ở trong các nội dung dạy học thuộc chủ đề trên để rút ra:

+ Có những TTPP nào ở đó ;

+ Lựa chọn phối hợp 3 cách dạy

2.2.2. Biện pháp 2: Xây dựng một hệ thống câu hỏi, bài tập để HS rèn luyện các kỹ năng tương thích với những TTPP đó.

2.2.3. Biện pháp 3: Bồi dưỡng giáo viên về TTPP.

+ Khái niệm TTPP.

+ Vai trò của TTPP.

+ Các cách dạy TTPP.

+ Soạn giáo án theo quan điểm hoạt động, trong đó chú trọng các hoạt động liên quan đến TTPP.

Bước 1: GV nghiên cứu SGK, phân phối chương trình từ đó suy ra mục tiêu bài học.

Bước 2: Xác định rõ TTPP trong bài học.

Bước 3: Lựa chọn, phối hợp các cách dạy TTPP:

- Dạy học truyền thụ tường minh TTPP.

- Thông báo tri TTPP.

- Tập luyện các hoạt động ăn khớp.

Lựa chọn nội dung, đảm bảo việc học sinh có cơ hội hoạt động ăn khớp hay không.

Bước 4: Thiết kế giáo án

2.3. VẬN DỤNG CÁC BIỆN PHÁP ĐỂ TRUYỀN THỤ TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

2.3.1. Loại toán 1

Xác định sự đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

1) Tri thức và Tri thức phương pháp:

HS cần phải nắm được các kiến thức cơ bản sau:

- Các qui tắc và công thức tính đạo hàm.

- Định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K (K có thể là khoảng $(a; b)$ hay đoạn $[a; b]$).

+ Hàm $y = f(x)$ đồng biến (tăng) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$

+ Hàm $y = f(x)$ nghịch biến (giảm) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$

- Định lý Lagrange

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm trên $(a; b)$ thì tồn tại một điểm $c \in (a; b)$ sao cho: $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$

- Định lý (điều kiện đủ):

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$.

+ Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng đó.

+ $f'(x) < 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

- Định lý (định lý mở rộng)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và $f'(x) = 0$ chỉ có hữu hạn nghiệm thì:

+ $f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$

+ $f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0$.

2) Xác định trị thức phương pháp

Để giải bài toán loại này, rõ ràng là HS cần phải nắm được và vận dụng được một quy trình, phương pháp giải như sau:

Bước 1: Tính $y' = f'(x)$

Bước 2: Xét dấu đạo hàm $y' = f'(x)$

Bước 3: Lập bảng biến thiên đối với y'

Bước 4: Áp dụng định lý

Định lý: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng (a, b)

a) Nếu $f'(x)>0$ mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng đó

b) Nếu $f'(x)<0$ mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng đó

Bước 5: Yêu cầu HS kết luận.

3) Cách dạy tri thức phương pháp:

Với bài này, chúng tôi kết hợp giữa 2 cách dạy “*Truyền thụ tường minh TTPP*” và “*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*” như sau: Trước tiên GV cần trình bày đầy đủ 5 bước trên cho HS, hướng dẫn cho HS vận dụng từng bước giải bài toán đã cho.

Bước 1: Chúng tôi sử dụng cách dạy “*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*” như sau: Xác định dạng toán sau đó tính đạo hàm. Xác định xem hàm số cần phải tính đạo hàm là hàm lượng giác, đa thức hay phân thức phải áp dụng công thức tính đạo hàm nào. HS tiến hành $y' = f'(x)$

Bước 2: Xét dấu $y' = f'(x)$. Chỳng tụi sẽ kết hợp với cõch dạy “*Truyền thụ tường minh TTPP*” như sau. Muốn xét dấu đạo hàm theo phương pháp khoảng cần nhớ rừ cõc bước sau:

- Bước 2.1: Tìm nghiệm của đạo hàm $y'(x) = 0$
- Bước 2.2: Sắp xếp các nghiệm trên trục số
- Bước 2.3: Xét dấu của các khoảng nghiệm trên TXĐ của hàm số dựa vào định lý xét dấu bằng phương pháp khoảng đã học ở lớp 10.
- Bước 2.4: Kết luận dấu của các khoảng trên trục số

Bước 3: Từ việc xét dấu của hàm số $y = f(x)$ ở bước 2 ta lập bảng biến thiên của hàm số

Bước 4: Áp dụng định lý về tính chất đồng biến và nghịch biến của hàm số để kết luận.

Cho hàm số: $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng (a,b)

* Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (a,b)$ thì hàm $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng đó

* Nếu $f'(x) < 0 \forall x \in (a,b)$ thì hàm $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng đó

Sử dụng cách dạy "*Truyền thụ tường minh TTPP*" hướng dẫn cho HS áp dụng định lý trên để đưa ra kết luận.

Bước 5: Kết luận bài toán.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ Tìm khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ.

Bước 2: Tính đạo hàm.

Bước 3: Giải phương trình $y' = 0$ và phân khoảng trên TXĐ.

Bước 4: Xét dấu đạo hàm.

Bước 5: Lập bảng biến thiên.

Bước 6: Kết luận

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Chúng tôi sử dụng 2 cách dạy "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*" và "*Truyền thụ tường minh TTPP*" như sau:

Đầu tiên GV dạy tường minh đủ 6 bước giải bài toán. Ở bước 4 kết hợp cách dạy "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*" để hướng dẫn cho HS các bước xét dấu của nhị thức.

Bước 1: Tìm TXĐ. HS tiến hành TXĐ: $D = R$. Sau khi tìm TXĐ, GV thông báo, để hàm số có nghĩa chúng ta phải tìm TXĐ của hàm số.

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số. HS tiến hành $y' = 2x - 2$

Sau khi HS tính đạo hàm của hàm số, GV thông báo để tính đạo hàm của hàm số chúng ta cần phải áp dụng qui tắc tính đạo hàm của hàm số hợp.

Bước 3: Giải phương trình $y' = 0$ và phân khoảng trên TXĐ. HS tiến hành $y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ có hai khoảng $(1; +\infty)$ và $(-\infty; 1)$

Sau khi HS tiến hành, GV thông báo để tính khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số trước hết chúng ta phải giải phương trình $y' = 0$ và phân khoảng trên TXĐ, sau đó mới có thể xét dấu đạo hàm.

Bước 4: Xét dấu của đạo hàm. Để xét dấu đạo hàm sử dụng cách dạy "Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động" như sau:

- Bước 4.1: Áp dụng định lý về dấu của hàm số bậc nhất xét dấu đạo hàm.

Với bài toán này áp dụng định lý về dấu của nhị thức bậc nhất, cho nhị thức

$$y = ax + b \quad (a \neq 0)$$

Nghiệm của nhị thức $ax + b = 0$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$ $ax + b$ trái dấu với hệ số a .

$x \in \left(\frac{-b}{a}; +\infty\right)$ $ax + b$ cùng dấu với hệ số a .

HS tiến hành: $y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

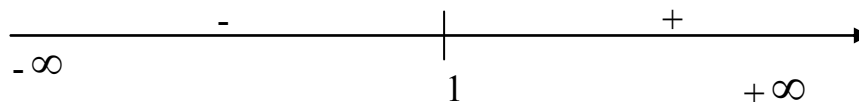
$$2x - 2 > 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$$

$$2x - 2 < 0 \quad \forall x \in (-\infty; 1)$$

- Bước 4.2: Kết luận cho dấu của đạo hàm.

HS tiến hành:

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$



$$x \in (-\infty; 1) \quad y' < 0$$

$$x \in (1; +\infty) \quad y' > 0$$

Bước 5: Bảng biến thiên

x	-∞	1	+∞	
y'	-	0	+	
y	-∞	CT		+∞

Bước 6: Kết luận:

Vậy $x \in (-\infty; 1)$ hàm số nghịch biến

$x \in (1; +\infty)$ hàm số đồng biến

VÍ DỤ 2:

Tìm m để $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số

Bước 3: Buộc điều kiện $y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$

Bước 4: Giải và biện luận tham số của bất phương trình

$$y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$$

Bước 5: Kết luận

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Ở đây chúng tôi sử dụng 2 cách dạy “*Truyền thụ tường minh TTPP*” và “*Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP*”. Trước hết GV dạy “*Truyền thụ tường minh TTPP*” truyền đạt 5 bước giải bài toán, ở bước 4 sẽ kết hợp cách dạy “*Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP*” để giải và biện luận tham số của bất phương trình

$$y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$$

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số. Đây là hàm phân thức, điều kiện để hàm số có nghĩa. HS tiến hành $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Sau khi tìm TXĐ của hàm số. GV thông báo cho HS đây là bài toán về tính đồng biến và nghịch biến phải tính đạo hàm của hàm số.

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số

HS tiến hành:
$$y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2}$$

Sau khi tính đạo hàm của hàm số để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì điều kiện như thế nào?

Bước 3: Để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì điều kiện của y' như thế nào? HS tiến hành: Để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì $y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$.

Sau khi buộc điều kiện cho y' , GV thông báo tiếp cho HS dấu y' phụ thuộc vào dấu của tử. Để xét dấu y' chuyển sang bước 4

Bước 4: Nhận thấy dấu của y' phụ thuộc vào dấu của tử, chúng tôi sử dụng cách dạy “Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP” như sau:

+) Để $y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$ thì tử phải thoả mãn điều kiện gì?

+) Đưa bài toán về bài toán tam thức bậc hai.

+) Biện luận số nghiệm của tam thức bậc hai với điều kiện x_1, x_2 là nghiệm của phương trình sao cho thoả mãn điều kiện $x_1 \leq x_2 \leq 1$

HS tiến hành:

Đặt $g(x) = 2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1$

Vậy để $y' \geq 0 \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1 \geq 0 \forall x \in (1; +\infty)$

bài toán đưa về bài toán tam thức bậc hai.

Tìm m để: $2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1 = 0$

Có 2 nghiệm sao cho thoả mãn: $x_1 \leq x_2 \leq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ \Delta' = 2(m+1)^2 \geq 0 \\ 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{s}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \leq 3 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \\ m \geq 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Bước 5: Kết luận với $m \leq 3 - 2\sqrt{2}$ thoả mãn điều kiện đầu bài.

Ví dụ 3:

CMR hàm số $y = \frac{x^2 - m^2x + m - 2}{x - 1}$ tăng trên từng khoảng xác định.

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ.

Bước 2: Tính đạo hàm.

Bước 3: Buộc điều kiện cho dấu của đạo hàm.

Bước 4: Giải và biện luận theo tham số của bất phương trình

$$y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

Bước 5: Kết luận

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Ở ví dụ này chúng tôi sử dụng hai cách dạy “*Truyền thụ tường minh TTPP*” và “*Thông báo trong quá trình hoạt động của TTPP*” như sau:

Chúng tôi sử dụng cách dạy “*Thông báo trong quá trình hoạt động của TTPP*”, truyền đạt cho HS 5 bước giải bài toán. Ở bước thứ 4 chúng tôi kết hợp cách dạy “*Truyền thụ tường minh TTPP*”

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số. HS tiến hành $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Sau khi HS tìm TXĐ của hàm số. GV thông báo cho HS để hàm số có nghĩa chúng ta phải tìm TXĐ của hàm số.

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số. HS tiến hành:

$$y' = \frac{x^2 + 2x + m^2 - m + 2}{(x+1)^2}$$

Sau khi HS tính đạo hàm của hàm số. GV thông báo: với tất cả các loại toán về đồng biến và nghịch biến đều phải tính đạo hàm của hàm số.

Bước 3: Để hàm số tăng trên từng khoảng xác định dấu y' phải không âm trên TXĐ.

HS tiến hành: Để hàm số tăng trên TXĐ thì cần $y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Nhận thấy dấu y' phụ thuộc vào dấu của tử, thông báo tiếp cho HS chuyển sang bước 4.

Bước 4: Xét dấu của tử, sử dụng “Truyền thụ tương minh TTPP”.

- Bước 4.1: Tử là một tam thức bậc hai, muốn xét dấu phải tính Δ

- Bước 4.2: Nhận xét dấu của Δ và dấu của hệ số a

- Bước 4.3: Từ dấu của Δ và dấu của hệ số $a \Rightarrow$ dấu tam thức bậc hai.

HS tiến hành: $y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ đặt $g(x) = x^2 + 2x + m^2 - m + 2$

Để $y' \geq 0 \quad \forall x \in D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Leftrightarrow g(x) \geq 0 \quad \forall x \in D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + m^2 - m + 2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Tính $\Delta = -m^2 + m - 1 < 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Sau khi xét dấu của y' , GV thông báo vì $\Delta < 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}$ nên chuyển sang bước 5.

Bước 5: Cho HS kết luận. HS tiến hành: $\forall m \in \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

2.3.2. Loại toán 2

Tìm cực trị của hàm số

1) Tri thức:

- **Định lý Fermat:** Giả sử $y = f(x)$ liên tục trên một lân cận của x_0 và có đạo hàm tại x_0 khi đó nếu $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

- Nắm vững khái niệm cực đại địa phương, cực tiểu địa phương. Biết phân biệt với khái niệm lớn nhất và nhỏ nhất.

- Nắm vững các điều kiện đủ để hàm số có cực trị, biết cách sử dụng thành thạo các điều kiện đủ để tìm cực trị.

2) Tri thức phương pháp

Tuân thủ một trong hai quy tắc

* Quy tắc 1:

Bước 1: tìm $f'(x)$

Bước 2: Tìm các điểm x_i mà tại đó $f'(x_i) = 0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định.

Bước 3: Lập bảng xét dấu đạo hàm và kết luận về các điểm cực trị.

* Quy tắc 2:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục tới cấp hai tại x_0 và $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là 1 điểm cực trị của hàm số.

+ Nếu $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

+ Nếu $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

Ví dụ 1: Tìm điểm cực trị của hàm số $y = x^3(1 - x)^2$

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tính đạo hàm.

Bước 2: Tìm nghiệm $y' = 0$

Bước 3: Xét dấu đạo hàm; Lập bảng biến thiên.

Bước 4: Kết luận

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Với bài này chúng tôi sẽ sử dụng cách dạy "Truyền thụ tường minh TTPP" như sau:

Bước 1: Tính đạo hàm. HS tiến hành: $y' = x^2(1 - x)(3 - 5x)$

Sau khi tính đạo hàm GV thông báo cho HS cần phải tìm nghiệm của đạo hàm, chuyển sang bước 2.

Bước 2: Tìm nghiệm của y' .

$$\text{HS tiến hành } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Bước 3: Xét dấu đạo hàm chia TXĐ theo các nghiệm của y' theo thứ tự từ thấp tới cao trên bảng biến thiên. Sau đó xét dấu từng khoảng. HS tiến hành:

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{5}$	1	$+\infty$					
y'		+	0	+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	↗		$\frac{108}{3125}$	↘		0	↗		$+\infty$

Sau khi lập bảng biến thiên để xét dấu đạo hàm cho HS kết luận.

Bước 4: Kết luận.

Ví dụ 2: Tìm các điểm cực trị của hàm số

$$y = \sin 2x - x$$

1) Tri thức phương pháp:

Bước 1: Tính đạo hàm.

Bước 2: Tìm các điểm tới hạn bằng cách giải phương trình $y' = 0$.

Bước 3: Tính y'' .

Bước 4: Tính giá trị y'' tại các điểm tới hạn.

Bước 5: Kết luận.

2) Cách dạy tri thức phương pháp.

Với dạng toán này chúng tôi sử dụng phương pháp “*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*” để xây dựng phương pháp giải cho học sinh như sau:

Bước 1: Yêu cầu HS tính đạo hàm. HS tiến hành: $y' = 2\cos 2x - 1$

Sau khi HS tính đạo hàm cấp 1, thì GV thông báo tìm cực trị của hàm số $y' = 2\cos 2x - 1$ Ta phải xét dấu y' . Việc xét dấu y' là rất khó vì đây là hàm số lượng giác nên HS phải thực hiện qui tắc 2. Muốn thực hiện qui tắc 2 phải giải phương trình $y' = 0$ tìm các điểm tới hạn.

Bước 2: Tìm các điểm tới hạn giải phương trình $y' = 0$. HS tiến hành:

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + l\pi \end{cases}$$

Sau khi tìm các điểm tới hạn, GV thông báo cho HS cần phải tính y''

Bước 3: Yêu cầu HS tính y'' , HS tiến hành: $y'' = -4\sin 2x$

Sau khi tính y'' ta có thể xét cực trị thông qua tính chất về dấu y'' tại các điểm tới hạn nên chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 4: Tính giá trị y'' tại các điểm tới hạn. HS tiến hành:

$$y''\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -2\sqrt{3}$$

$$y''\left(-\frac{\pi}{6} + l\pi\right) = 2\sqrt{3}$$

Sau đó từ định lý 1 cho HS tự nhận xét giá trị cực đại, giá trị cực tiểu.

Bước 5: Kết luận: Giá trị cực đại $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

$$\text{Giá trị cực tiểu } x = -\frac{\pi}{6} + l\pi$$

Ví dụ 3: Xác định m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ.

Bước 2: Tính đạo hàm.

Bước 3: Điều kiện cần để hàm số nhận $x = 2$ là điểm cực đại.

Bước 4: Điều kiện đủ để hàm số nhận $x = 2$ là điểm cực đại.

Bước 5: Kết luận.

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Ở đây chúng tôi phối hợp hai cách dạy "*Thông báo tri thức trong quá trình hoạt động*" và "*Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP*" như sau :

Hướng dẫn HS đủ 5 bước giải bài toán. Còn ở bước 3 chúng tôi sử dụng "*Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP*".

Bước 1: yêu cầu HS tìm TXĐ của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Sau khi tìm TXĐ của hàm số GV thông báo hàm số đã cho là hàm phân thức để hàm số có nghĩa mẫu phải khác 0.

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số theo các quy tắc đã học. HS tiến hành: $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2}$

Sau khi tính đạo hàm GV thông báo vì bài toán liên quan đến cực trị nên bước 2 bao giờ cũng phải tính đạo hàm.

Bước 3: Điều kiện cần để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ tức là điều kiện cần $x = 2$ phải là nghiệm của $y' \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ 2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$

Sau khi HS tiến hành, GV hướng dẫn cho HS, vì bài toán yêu cầu tìm m để hàm số có cực đại tại $x = 2$ nên cần tìm điều kiện để $x = 2$ là điểm tới hạn $y'(2) = 0$ chuyển sang bước 4.

Bước 4: Điều kiện đủ $x = 2$ là điểm cực đại ở đây chúng tôi sử dụng cách dạy "*Tập luyện những hoạt động ăn khớp*" như sau:

- +) Giải $y'(2) = 0$ tìm $m = -1$ và $m = -3$
- +) Vậy với $m = -1$ liệu $x = 2$ có phải điểm cực đại hay không?
- +) Xét với $m = -1$ thì $x = 2$ là điểm cực đại ta phải làm như thế nào?
- +) Thay $m = -1$ vào hàm số đã cho và tìm cực trị theo quy tắc
- +) Thay $m = -3$ vào hàm số đã cho và tìm cực trị theo quy tắc

HS tiến hành :

* Với $m = -1$ cho HS thay vào hàm số và tìm cực trị của hàm số. HS tiến hành:

$$m = -1 \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	↗	↘	↘	↗	$+\infty$

CD
CT

Vậy $x_{CT} = 2$ (loại)

Từ bảng biến thiên cho HS nhận xét với $m = -1$ thì $x = 2$ là điểm cực đại hay cực tiểu.

* Với $m = -3$ cho HS thay vào hàm số và áp dụng các bước trên cực trị của hàm số, tương ứng với $m = -3$. HS tiến hành:

$$m = -3 \Rightarrow y = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x-3)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

x	$-\infty$	2	3	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	↗ CD ↘		↗ CT ↘	$+\infty$	

Cho HS nhận xét với $m = -3$ thì $x = 2$ là điểm cực đại hay cực tiểu ?

Sau khi đó xét các trường hợp của $m = -1$ và $m = -3$ GV thung bảo cho HS kết luận bài toán và chuyển sang bước tiếp.

Bước 5 : Kết luận. HS tiến hành:

Nhận thấy với $m = -1$ (loại) vì $x_{CT} = -2$.

Với $m = -3$ thì $x_{CD} = -2$

Ví dụ 4: Tìm m để $y = \frac{mx^2 + (2 - m^2)x - (2m + 1)}{x - m}$ có cực trị

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số

Bước 3: Giải và biện luận phương trình $y' = 0$

Bước 4: Kết luận

2) Dạy học tri thức phương pháp

Để dạy bài này chúng tôi sử dụng 2 cách dạy "Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động" và "Truyền thụ tường minh TTPP". Trước hết chúng tôi truyền đạt cho HS 4 bước giải bài toán. Ở bước 3 chúng tôi kết hợp cách "Truyền thụ tường minh TTPP".

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số. HS hoạt động: $\mathbb{R} \setminus \{m\}$

Bước 2: Tất cả những bài toán về cực trị hàm số đều phải tính y' . đây là hàm phân thức yêu cầu HS tính đạo hàm theo công thức đã cho.

$$\text{HS hoạt động : } y' = \frac{mx^2 - 2m^2x + m^3 + 1}{(x - m)^2}$$

Bước 3: Với bước này chúng tôi sử dụng "Truyền thụ tương minh TTPP" như sau:

Tìm m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. HS tiến hành :

Để hàm số có cực trị đặt $g(x) = mx^2 - 2m^2x + m^3 + 1$

$$\text{Để } g(x) \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Sau khi HS tìm m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, GV hướng dẫn cách giải tiếp theo các bước sau:

Bước 3.1: Để y' đổi dấu qua các nghiệm của nó thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Bước 3.2: Điều kiện để $y' = 0$ là phương trình bậc hai thì $m \neq 0$

Bước 3.3: Tính Δ .

Bước 3.4: Điều kiện $\Delta > 0$

Bước 4: Kết luận với $m < 0$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Nhận xét về các bài toán cực trị thường là chúng tôi phải sử dụng phối hợp cả 3 cách dạy.

Ví dụ 5: CMR: Với $\forall m \in \mathbb{R}$ hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ luôn đạt cực trị tại x_1, x_2 với $(x_2 - x_1)$ không phụ thuộc vào m .

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Bước 2: Tính đạo hàm $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

Bước 3: Tìm tham biến để phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_2 - x_1$ không phụ thuộc vào m .

Bước 4: Kết luận

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Với bài toán này chúng tôi kết hợp 2 cách dạy "*Truyền thụ tường minh TTPP*" và "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*". Chúng tôi sẽ hướng dẫn cho HS trình bày bài toán gồm 4 bước:

Bước 1: Yêu cầu HS tìm TXĐ

HS tiến hành tìm TXĐ: R

Bước 2: Tính đạo hàm hàm số: HS tiến hành

$$y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$$

Sau khi tính đạo hàm của hàm số GV thông báo cho HS đạo hàm của hàm số là một tam thức bậc hai. Vậy để một tam thức bậc hai có hai nghiệm x_1, x_2 thì điều kiện như thế nào? Chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 3: Để tam thức bậc hai có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện:

$x_1 - x_2$ không phụ thuộc vào m

Chúng tôi sử dụng phương pháp: "*Truyền thụ tường minh TTPP*" như sau:

+) Giải phương trình $y' = 0$

+) tính Δ

+) Nhận xét dấu của Δ

+) Dấu của y' tại các nghiệm x_1, x_2

+) Tìm nghiệm x_1, x_2

+) Xét hiệu $x_1 - x_2$

HS tiến hành: Để tìm cực trị tại x_1, x_2 thì phải tìm nghiệm của y' .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 0$$

Tính $\Delta = 1 > 0 \Rightarrow y'$ luôn đổi dấu qua 2 nghiệm x_1, x_2

$\Rightarrow x_1, x_2$ là nghiệm y' đồng thời là hai điểm cực trị.

$$\begin{cases} x_1 = 1 + m \\ x_2 = m \end{cases}$$

Sau khi đã xét hiệu của x_1, x_2 chúng tôi sẽ thông báo cho HS thấy rằng hiệu $x_1 - x_2$ là một hằng số và không phụ thuộc vào tham biến. Chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 4: Kết luận $x_1 - x_2 = 1$ không phụ thuộc vào m .

Ví dụ 6: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + (m^2 - m)$ đạt cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 < -1 < x_2$.

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số. TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số

$$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3) = f(x)$$

Bước 3: Đưa về bài toán tìm m để $y' = 0$ có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $x_1 < -1 < x_2$

Bước 4: HS kết luận

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Với bài này chúng tôi sử dụng 2 cách dạy "Thông báo TTPP" và "Tập luyện những hoạt động ăn khớp". Trước hết chúng tôi sử dụng "Thông báo TTPP" trong 4 bước dạy, ở bước 3 sẽ sử dụng "Tập luyện các hoạt động ăn khớp".

Bước 1: Yêu cầu HS tìm TXĐ. HS tiến hành sau khi tìm TXĐ: \mathbb{R} chuyển sang bước tiếp

Bước 2: Tính đạo hàm của hàm số. HS tiến hành:

$$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$$

Sau khi tính đạo hàm GV thông báo các bài toán về cực trị chúng ta phải tìm đạo hàm cấp một của hàm số. Sau đó chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 3: Ở bước này chúng tôi kết hợp phương pháp "Tập luyện các hoạt động ăn khớp" như sau:

- +) Các điểm cực trị x_1, x_2 chính là nghiệm của $y' = 0$
- +) Giải và biện luận theo tham số: với phương trình $y' = 0$
- +) Tính Δ
- +) Biện luận Δ
- +) Điều kiện để $\Delta > 0$

Sử dụng định lý đảo về dấu của tam thức bậc hai để tìm m , sao cho phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $x_1 < -1 < x_2$

Để hàm số có cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 < -1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ af(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \\ 1 - 2(m+3) + 4(m+3) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1) > 0 \\ 2m+7 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty) \\ m < -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -\frac{7}{2}$$

$$m < -\frac{7}{2} \text{ thỏa mãn điều kiện}$$

Sau khi đã tìm m để hàm số đạt cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$x_1 < -1 < x_2$ GV thông báo cho HS thấy rằng các bài toán cực trị của hàm bậc ba luôn sử dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai để giải. Chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 4: HS kết luận: $m < -\frac{7}{2}$ thỏa mãn điều kiện.

2.3.3. Loại toán 3

Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$

$$y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{ex + d}$$

$$y = \frac{ax + b}{ex + d}$$

1) Tri thức phương pháp

**Sơ đồ khảo sát*

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số

(Xét tính chẵn lẻ, tính tuần hoàn (nếu có)).

Bước 2. Khảo sát sự biến thiên của hàm số

a. Xét chiều biến thiên của hàm số

- Tính đạo hàm
- Tìm các điểm tới hạn
- Xét dấu của đạo hàm
- Suy ra chiều biến thiên của hàm số

b. Tính các cực trị

c. Tìm các giới hạn của hàm số

- Khi x dần tới vô cực
- Khi x dần tới, bên trái và bên phải, các giá trị của x tại đó hàm

số không xác định

- Tìm các tiệm cận (nếu có)

d. Xét tính lồi, lõm và tìm điểm uốn của đồ thị hàm số (đối với các hàm số trong chương trình)

- Tính đạo hàm cấp 2
- Xét dấu của đạo hàm cấp 2

- Suy ra tính lồi, lõm và điểm uốn của đồ thị

đ. Lập bảng biến thiên

(Ghi tất cả các kết quả đã tìm được vào bảng biến thiên)

Bước 3. Vẽ đồ thị

- Chính xác hoá đồ thị (xem chú ý dưới đây)

- Vẽ đồ thị

Chú ý:

* Nếu hàm số là tuần hoàn với chu kì T , thì chỉ cần khảo sát hàm số trên một chu kì rồi cho tịnh tiến đồ thị theo trục Ox .

* Để chính xác hoá đồ thị, nên tìm giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ và nên lấy thêm một số điểm của đồ thị, nên vẽ tiếp tuyến ở một số điểm đặc biệt: cực trị, điểm uốn v.v... Nên nhận xét các yếu tố đối xứng: tâm đối xứng, trục đối xứng (nếu có). Việc chứng minh các tính chất đối xứng là không bắt buộc.

* Đối với các hàm số quy định trong chương trình, cần:

- Xét tính lồi, lõm và tìm điểm uốn của đồ thị các hàm số:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$y = ax^4 + bx^2 + c$$

(Các hàm số này không có tiệm cận)

- Tìm tiệm cận của các hàm số:

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$$

(Không yêu cầu xét tính lồi, lõm của đồ thị các hàm số này).

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Để truyền thụ TTPP này ở đây chúng tôi sử dụng 2 cách dạy học "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*" và "*Truyền thụ tường minh TTPP*" như sau:

- Nếu sử dụng cách "*Truyền thụ tường minh TTPP*" thì:

+) GV trình bày đủ 3 bước cho HS.

+) Hướng dẫn HS vận dụng từng bước để giải bài tập đã cho.

- Còn sử dụng cách "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*" thì:

+) GV ra bài tập sau đó hướng dẫn HS làm

+) Ở mỗi bước GV tổ chức HS rút ra TTPP sau đó GV chính thức thông báo với HS về TTPP đó.

+) Kết luận cho bài tập

3) Bài tập

Ví dụ 1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ

Bước 2: Yêu cầu HS xét sự biến thiên của hàm số

Bước 3: Tìm cực trị

Bước 4: Tìm giới hạn

Bước 5: Tính khoảng lồi lõm và điểm uốn của đồ thị

Bước 6: Bảng biến thiên

Bước 7: Vẽ đồ thị hàm số

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Với bài toán này chúng tôi sử dụng cách dạy là "*Truyền thụ tường minh TTPP*" với 7 bước đã nêu ở TTPP. Còn trong các bước 3, bước 5, bước 7 sẽ kết hợp với cách dạy "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*"

Bước 1: Tìm TXĐ của hàm số. HS tiến hành: TXĐ: R

Bước 2: Xét sự biến thiên của hàm số. Để xét sự biến thiên của hàm số cần thông báo cho HS các TTPP sau:

- +) Tính đạo hàm
- +) Giải phương trình $y' = 0$
- +) Xét dấu của y' trên các khoảng xác định đã chỉ ra
- +) Nhận xét dấu của y' , suy ra các khoảng đồng biến và nghịch biến

HS tiến hành: Chiều biến thiên

$$y' = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -2, x = 0$$

$$y' > 0 \text{ trên các khoảng } (-\infty; -2) \text{ và } (0; +\infty)$$

$$y' < 0 \text{ trên khoảng } (-2; 0)$$

Sau khi HS xét sự biến thiên của hàm số GV thông báo đạo hàm của hàm số là một tam thức bậc hai nên việc xét dấu ta áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai. Chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 3: Yêu cầu HS tìm cực trị của hàm số. Thông báo cho HS thấy y' đổi dấu qua 2 nghiệm $x = -2$ và $x = 0$ nên ta có thể thấy ngay được, $x = -2$ và $x = 0$ là 2 điểm cực trị của hàm số.

HS tiến hành: Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$; $y_{CD} = y(-2) = 0$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = y(0) = -4$

Sau khi tìm cực trị của hàm số, GV thông báo muốn tìm cực trị của hàm số phải dựa vào dấu của y' . Dấu của y' thay đổi qua các nghiệm x_0 thì x_0 chính là điểm cực trị. Chuyển sang bước tiếp theo

Bước 4: Tính giới hạn của hàm số

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{4x} - \frac{4}{x^3} \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 + \frac{3}{4x} - \frac{4}{x^3} \right) = +\infty$$

Bước 5: Yêu cầu HS tính điểm lồi lõm và điểm uốn.

Chúng tôi thông báo cho HS các bước như sau:

+) Tính y''

+) Giải phương trình $y'' = 0$

+) Xét dấu y'' trên các khoảng xác định

+) Dựa vào định lý tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị hàm số, HS tiến hành:

$$y'' = 6x + 6 = 6(x + 1)$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y''		-	0	+	
Đồ thị		lồi	Điểm uốn I(-1;-2)	lõm	

Sau khi xét tính lồi lõm và điểm uốn của đồ thị, chúng tôi thông báo: Để xét tính lồi lõm của đồ thị hàm số cần phải tính đạo hàm cấp hai theo phương pháp khoảng. Chuyển bước tiếp theo.

Bước 6: lập bảng biến thiên. Thông báo cho HS đưa dấu của y' lên bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-2	-4	$+\infty$

(I)

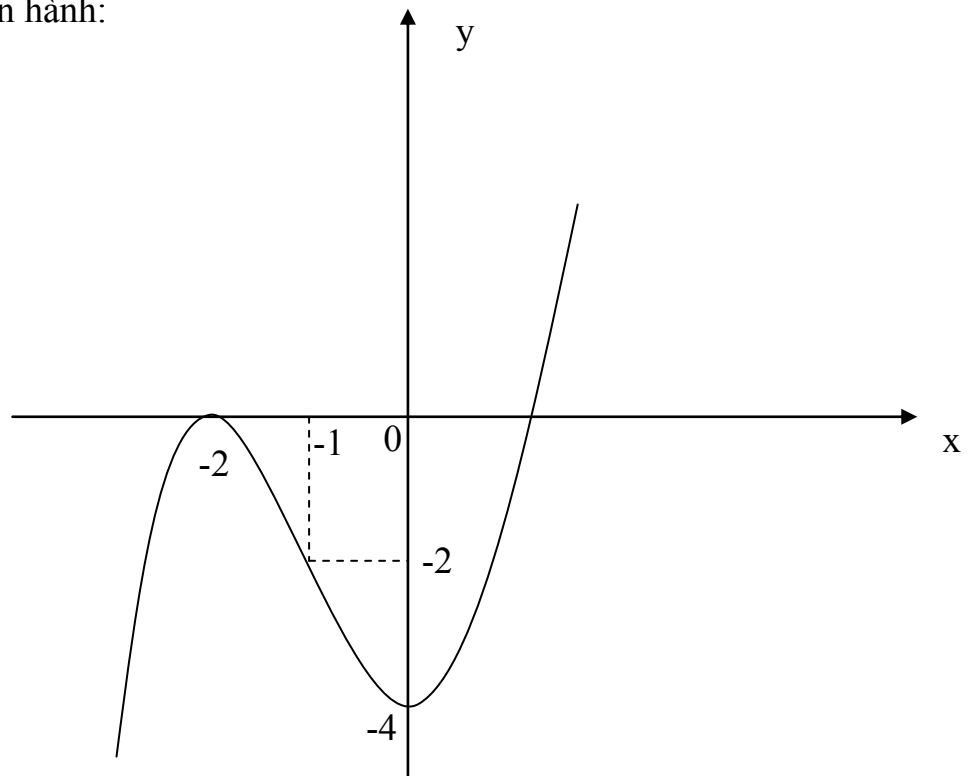
Bước 7: Yêu cầu HS vẽ đồ thị hàm số. Thông báo cho HS các TTPP sau:

+) Giao với trục tung

+) Giao với trục hoành

+) Tâm đối xứng

HS tiến hành:



Ví dụ 2. Khảo sát và vẽ đồ thị $y = \frac{-x+2}{2x+1}$

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

Bước 2: Sự biến thiên

Bước 3: Cực trị

Bước 4: Tiệm cận

Bước 5: Bảng biến thiên

Bước 6: Đồ thị

2) Cách dạy TTPP

Với bài này chúng tôi sử dụng cách dạy "*Truyền thụ tường minh TTPP*" trong suốt quá trình dạy ở bước 2 và bước 3, bước 4, bước 6 kết hợp với cách dạy "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*".

Bước 1: Yêu cầu HS tìm TXĐ

HS tiến hành: Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

Sau khi tìm TXĐ, GV thông báo đây là hàm phân thức, để hàm số có nghĩa thì điều kiện mẫu phải khác 0.

Bước 2: Yêu cầu HS xét sự biến thiên của hàm số. Thông báo cho HS để xét sự biến thiên của hàm số.

+) Tính đạo hàm

+) Giải phương trình $y' = 0$

+) Xét dấu của y'

HS tiến hành:

$$y' = \frac{(2x+1)(-1)(-x+2)(2)}{(2x+1)^2} = \frac{-5}{(2x+1)^2}$$

y' không xác định khi $x = -\frac{1}{2}$

y' luôn luôn âm với mọi $x \neq -\frac{1}{2}$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Sau khi xét chiều biến thiên của hàm số GV thông báo đây là hàm bậc nhất trên bậc nhất, nên dấu của đạo hàm phụ thuộc vào dấu của tử. Suy ra hàm số chỉ có thể đồng biến hoặc nghịch biến trên TXĐ của nó.

Bước 3: Tìm cực trị của hàm số. HS tiến hành:

Hàm số đã cho không có cực trị

Sau khi tìm cực trị của hàm số, GV thông báo vì y' chỉ có một dấu trên TXĐ nên hàm số này không có cực trị.

Bước 4: Tìm tiệm cận của hàm số. GV thông báo các bước tìm tiệm cận như sau:

+ Tìm tiệm cận đứng theo công thức đã học

+ Tìm tiệm cận ngang theo công thức đã học

HS tiến hành:

$$\text{Giới hạn } \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{-x+2}{2x+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} \frac{-x+2}{2x+1} = +\infty$$

\Rightarrow Đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x+2}{2x+1} = -\frac{1}{2}$$

\Rightarrow Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Bước 5: Yêu cầu HS lập bảng biến thiên. HS tiến hành:

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		-	-
y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$

Bước 6: Vẽ đồ thị của hàm số. GV thông báo

- +) Tìm giao của trục tung
- +) Tìm giao của trục hoành
- +) Vẽ các đường tiệm cận
- +) Tìm tâm đối xứng

HS tiến hành:

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0; 2)$ và cắt trục hoành tại điểm $B(2; 0)$.

Chú ý: Giao điểm của hai tiệm cận là $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. Nếu tịnh tiến hệ trục

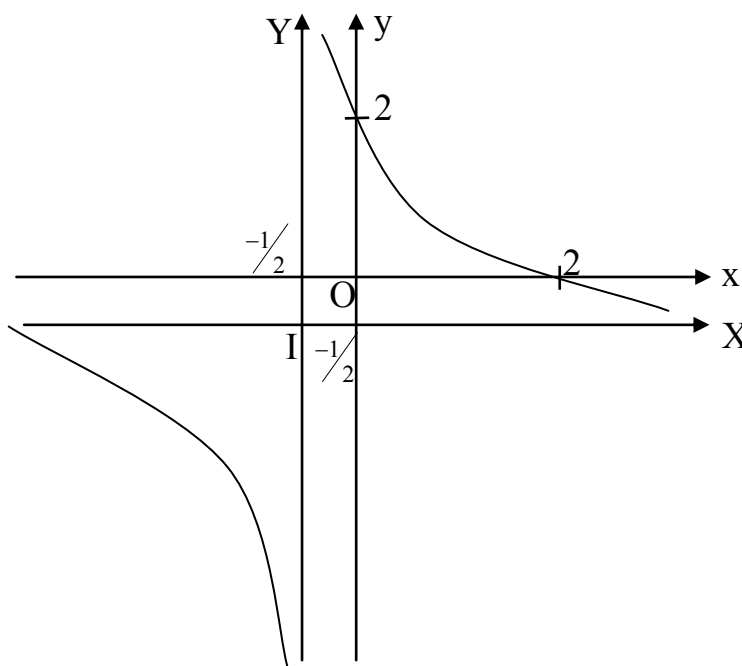
toạ độ theo véc tơ \vec{OI} thì theo công thức đổi trục:

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} + X \\ y = -\frac{1}{2} + Y \end{cases}$$

ta đưa hàm số đã cho

về dạng $Y = \frac{5}{4X}$

Đó là hàm số lẻ cho nên đồ thị có tâm đối xứng là điểm I.



2.3.4. Loại toán 4

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

1) Tri thức:

+ Khái niệm về điểm tới hạn

+ Định nghĩa về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Cho hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu:

$$\forall x \in D: f(x) \leq M$$

$$\exists x_0 \in D f(x_0) = M$$

Ký hiệu: $M = \max f(x)$

Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu:

$$\forall x \in D: f(x) \geq m$$

$$\exists x_0 \in D: f(x_0) = m$$

Ký hiệu: $M = \min f(x)$

+ Hiểu được khái niệm về giá trị nhỏ nhất và giá trị giá trị lớn nhất của hàm số trên một khoảng.

+ Hiểu được khái niệm về giá trị lớn nhất và giá trị giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn.

2) Tri thức phương pháp

Bài toán: Cho hàm số $y = f(x)$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên một đoạn $[a, b]$

Bước 1: Tìm các điểm tới hạn x_1, x_2, \dots, x_n của $f(x)$ trên đoạn $[a, b]$

Bước 2: Tính $f(a), f(x_1), f(x_n), f(b)$

Bước 3: Tìm số lớn nhất M , nhỏ nhất m trong các số trên

$$M = \max_{[a,b]} f(x) \quad m = \min_{[a,b]} f(x)$$

3) Cách dạy tri thức phương pháp

Đối với loại toán này chúng tôi sử dụng cách dạy "tường minh" như sau:

Thông báo cho HS tuân thủ 3 bước trên, yêu cầu HS nắm vững phương pháp và sử dụng các kỹ năng thành thạo.

Ví dụ 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1 \text{ trên đoạn } [-2; -\frac{1}{2}]$$

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tính đạo hàm

Bước 2: Tìm các điểm tới hạn

Bước 3: Tính giá trị của các điểm tới hạn thuộc $[-2; -\frac{1}{2}]$ và giá trị các

đầu mút $x = -2, x = -\frac{1}{2}$.

Bước 4: Kết luận

2. Cách dạy TTPP

Chúng tôi sử dụng cách dạy "tường minh" như sau:

Bước 1: Tính đạo hàm. HS tiến hành tính đạo hàm $f'(x) = 6x^2 + 6x$

Bước 2: Tìm các điểm tới hạn. Bằng cách giải phương trình $f'(x) = 0$

$$\text{HS tiến hành } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases} \quad x=0 \text{ (loại)}$$

Bước 3: Tính $f(-2), f(-1), f(-\frac{1}{2})$

HS tiến hành:

$$f(-2) = -5 \quad f(-1) = 0 \quad f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

Bước 4: Kết luận:

$$\max_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = f(-1) = 0$$

$$\min_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = f(-2) = -5$$

Ví dụ 2: Giải phương trình

$$\sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x} = 2$$

1) Tri thức phương pháp

$$\text{Đặt } f(x) = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x}$$

$$\text{Bước 1: TXĐ: } \begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$$

Bước 2: Xét dấu của $f'(x)$ trên bảng biến thiên

$$f'(x) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\sqrt[4]{(x-2)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(4-x)^3}} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[4]{(4-x)^3} = \sqrt[4]{(x-2)^3} \Leftrightarrow 4-x = x-2$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

x	2	3	4
f'(x)	+	0	-
f(x)	$\sqrt[4]{2}$	2	$\sqrt[4]{2}$

Bước 3: Kết luận

Nhìn bảng biến thiên: $f(x) = 2 = f(3) \Leftrightarrow x = 3$

2) Cách dạy tri thức phương pháp

Đây là dạng toán giải phương trình vô tỷ nếu không hướng dẫn TTPP cho HS, các em sẽ ngộ nhận cách giải thông thường đó là làm mất căn bậc bốn. Chúng tôi sẽ sử dụng cách dạy "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*" để hướng dẫn các em tìm ra phương pháp giải.

Bước 1: Yêu cầu HS tìm tập xác định của phương trình. HS tiến hành:

$$\text{TXĐ: } \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 4 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$$

Bước 2: Cho HS nhận xét về trái chính là 1 hàm số

Đặt $f(x) = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x}$ còn vế phải là hằng số.

Phải chăng ta có thể đưa bài tập giải phương trình về bài tập tìm giá trị lớn nhất của $f(x) = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x}$ trên TXĐ của nó.

HS tiến hành đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số:

$$f(x) = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x}$$

Ở phần này ta áp dụng cách dạy "*Tường minh TTPP*" cho HS là: Muốn tìm giá trị lớn nhất của hàm số phải tuân thủ theo các bước đã đưa ra.

+) Tìm $f(x)$

+) Tìm điểm tới hạn

+) Lập bảng biến thiên và nhận xét về giá trị lớn nhất của hàm số, từ đó suy ra giá trị của x .

Ví dụ 3: Tìm m để phương trình: $x + \sqrt{2x^2 + 1} = m$ có nghiệm

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm TXĐ $D = \mathbb{R}$

Bước 2: Nhận xét về trái của phương trình là một hàm số, về phải là tham biến m .

Để tìm m phương trình có nghiệm ta sẽ đưa về bài toán tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

$$\text{Đặt } f(x) = x + \sqrt{2x^2 + 1}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 1} = -2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2x^2 + 1 = 4x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2x^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$

Bước 3: Kết luận

Với $m \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ phương trình có nghiệm.

2) Cách dạy trị thức phương pháp

Với bài toán này là bài toán biện luận nghiệm, thường HS sử dụng phương pháp $\sqrt{f(x)} = g(x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$$

đưa về tam thức bậc hai để biện luận cho phương trình có nghiệm.

Nhưng với bài này chúng tôi sẽ hướng dẫn HS sử dụng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất để giải quyết. Chúng tôi phối hợp 2 cách dạy "Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động" và "Truyền thụ tường minh TTPP".

Với phương pháp "Thông báo trị thức trong quá trình hoạt động" như sau:

Bước 1: Nhận dạng bài toán. đây là bài toán biện luận nghiệm để phương trình có nghĩa phải tìm TXĐ. HS tiến hành.

Bước 2: Nhận thấy việc biện luận theo phương pháp đã học ở lớp 10 không thể giải được. Vậy ta phải sử dụng ứng dụng đạo hàm để giải quyết bài toán.

Đưa bài toán về tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = x = \sqrt{2x^2 + 1}$$

Sử dụng "cách dạy tường minh TTPP" để hướng dẫn tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$.

- Bước 2.1: Tính đạo hàm sử dụng các công thức đạo hàm sau:

$$\left[\sqrt{u(x)} \right]' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$$

HS tiến hành

$$f'(x) = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

- *Bước 2.2*: Xét dấu đạo hàm theo phương pháp khoảng.
- + Tìm nghiệm phương trình $f'(x) = 0$.
- + Sắp xếp các nghiệm lên bảng biến thiên từ thấp tới cao.
- + Sử dụng phương pháp khoảng suy ra dấu của $f'(x)$.

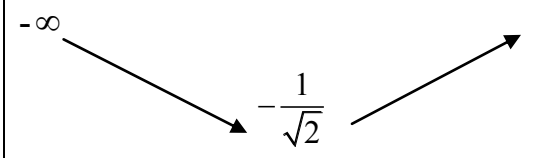
HS tiến hành: $f'(x) = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 1} = -2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2x^2 + 1 = 4x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2x^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$



Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên cho HS kết luận

Để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm khi điều kiện của m như thế nào?

Bước 4: Kết luận với $m \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ phương trình có nghiệm.

2.3.5. Loại toán 5

Cho đồ thị (C) $y = f(x)$

Viết phương trình tiếp tuyến biết:

- a. Tiếp tuyến đó song song đường với thẳng $y = a_1x + b_1$
- b. Biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = a_2x + b_2$

1. Tri thức phương pháp

a. Viết phương trình tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = a_1x + b_1$

Bước 1: Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng cho trước $y = a_1x + b_1$

Bước 2: Tìm hệ số góc của đường thẳng

Bước 3: áp dụng điều kiện tiếp xúc của đường thẳng $y = ax + b$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$

Bước 4: Kết luận

b. Viết phương trình tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = a_2x + b_2$

Bước 1: Viết phương trình đường thẳng vuông góc với đường thẳng cho trước $y = a_1x + b_1$

Bước 2: Tìm hệ số góc của đường thẳng.

Bước 3: áp dụng điều kiện tiếp xúc của đường thẳng $y = ax + b$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$

Bước 4: Kết luận.

2. Cách dạy TTPP

a. Tiếp tuyến đó song song đường thẳng $y = a_1x + b_1$

Chúng tôi sử dụng cách dạy "Truyền thụ tương minh TTPP" như sau:

Bước 1: Cho $(d_1): y = a_1x + b_1$

$(d_2): y = a_2x + b_2$

$$\text{Để } d_1 // d_2 \text{ thì } \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$$

Để $d_1 \perp d_2$ thì $a_1 \cdot a_2 = -1$

Vậy khi viết phương trình tiếp tuyến biết tiếp tuyến đó song song hoặc vuông góc với đường thẳng cho trước tức là bài toán đã cho ta hệ số góc.

Bước 2: Để tìm b ta áp dụng điều kiện để đường thẳng $y = ax + b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = f(x)$

$$\text{Khi và chỉ khi } \begin{cases} a = f'(x) \\ ax + b = f(x) \end{cases} \quad (1)$$

Bước 3: Hướng dẫn HS giải hệ (1) và kết luận cho bài toán.

Bước 4: Kết luận

b. Ở bài này chúng tôi sử dụng cách dạy "*Truyền thụ tường minh TTPP*" trong suốt quá trình giải. Ở bước 3 chúng tôi kết hợp với "*Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động*".

Bước 1: Yêu cầu HS viết phương trình đường thẳng vuông góc với đường thẳng cho trước $y = a_1x + b_1$.

$$\text{HS tiến hành: } y = -\frac{1}{a}x + b$$

Bước 2: Tìm hệ số góc của phương trình đường thẳng.

$$\text{HS tiến hành: } k = -\frac{1}{a}$$

Sau khi tìm hệ số góc cho đường thẳng, GV thông báo vì 2 đường thẳng vuông góc với nhau nên tích của hai hệ số góc bằng -1 .

Bước 3: Yêu cầu HS tìm điều kiện để đường thẳng $y = -\frac{1}{a}x + b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

HS tiến hành:

$$\text{Để đường thẳng } y = -\frac{1}{a}x + b \text{ tiếp xúc với đồ thị hàm số } y = f(x).$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{a}x + b = f(x) \\ -\frac{1}{a} = f'(x) \end{cases}$$

Trong bước này, GV thông báo cho HS cách giải hệ để tìm hệ số b

Sau khi tìm được hệ số b, GV thông báo cho HS cách giải hệ bằng phương pháp thế đã học.

Bước 4: Yêu cầu HS kết luận

*** Bài tập áp dụng**

Ví dụ 1: Viết phương trình tiếp tuyến của (C): $y = x^4 - 2x^2 + 4x$ vuông góc với đường thẳng: $y = -\frac{1}{4}x + 3$

1. Tri thức phương pháp

Bước 1: Viết phương trình đường thẳng vuông góc với đường thẳng:

$$y = -\frac{1}{4}x + 3$$

Bước 2: Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đồ thị C.

Bước 3: Giải hệ điều kiện

Bước 4: Kết luận

2. Cách dạy tri thức phương pháp

Khi làm bài tập áp dụng chúng tôi sử dụng cách dạy "Dạy học trường mình TTPP":

- Yêu cầu HS tuân thủ 4 bước đã dạy ở trên.
- Trình bày từng bước một.

Bước 1: Gọi phương trình tiếp tuyến là (d): $y = ax + b$

Do tiếp tuyến vuông góc đường thẳng cho trước: $y = -\frac{1}{4}x + 3$

Nên $a \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \Rightarrow a = 4$

(d): $y = 4x + b$

Bước 2: Điều kiện để (d) tiếp xúc với đồ thị (C)

Khi hệ sau có nghiệm: (1) $\begin{cases} 4x + b = x^4 - 2x^2 + 4x - 1 & (2) \\ 4 = 4x^3 - 4x = 4 & (1) \end{cases}$

Bước 3: Giải hệ phương trình (1) $\Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

* Với $x = 0 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = 4x - 1$

* Với $x = -1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = 4x - 2$

* Với $x = 1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = 4x - 2$

Vậy chỉ có 2 tiếp tuyến đó là: $y = 4x - 2$ và $y = 4x - 1$.

Ví dụ 2: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C):

$y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 5$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.

1. Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm hệ số góc của đường thẳng song song với đường thẳng

$$y = 2x - 1.$$

Bước 2: Điều kiện tiếp xúc của đường thẳng với đồ thị C.

Bước 3: Giải hệ tìm b

2. Cách dạy tri thức phương pháp

Khi giải bài tập này chúng tôi sử dụng cách dạy "Dạy học tương minh TTPP" là:

- + Yêu cầu HS thực hiện 3 bước đã trình bày ở trên.
- + Trình bày từng bước một.

Sau đó chúng tôi sử dụng cách dạy "Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động" là:

Bước 1: Gọi (d): $y = ax = b$. Vì (d) song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ ta có điều gì? HS tiến hành: (d) song song $y = 2x - 1$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ Vậy (d): } y = 2x + b$$

Bước 2: Điều kiện để (d) tiếp xúc với đồ thị

$$y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 5 \text{ như thế nào? HS tiến hành:}$$

$$\text{Điều kiện để (d) tiếp xúc với đồ thị } y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 5 \text{ là}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 5 = 2x + b & (1) \\ x^3 - x^2 + x + 1 = 2 & (2) \end{cases}$$

Bước 3: Yêu cầu HS giải hệ để tìm b. HS tiến hành:

$$(2) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ thay vào (1)} \Rightarrow b = -\frac{67}{12}$$

$$\text{Vậy phương trình tiếp tuyến; } y = 2x - \frac{67}{12}$$

Ví dụ 3: Cho đồ thị (C); $y = \frac{x+1}{x-3}$. Tìm tọa độ các giao điểm của các tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = x + 2001$ với trục hoành.

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm hệ số góc

Bước 2: Viết phương trình tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ)

Bước 3: Tìm tọa độ giao điểm của tiếp tuyến với trục hoành

2. Cách dạy tri thức phương pháp

Ở ví dụ này, chúng tôi sử dụng cách dạy "Thông báo tri thức trong quá trình hoạt động" như sau:

Bước 1: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến. HS tiến hành:

Do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = x + 2001$ nên tiếp tuyến có hệ số góc $k = -1$.

Sau khi tìm hệ số góc, GV thông báo do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (Δ) nên tích 2 hệ số góc luôn bằng -1

Bước 2: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng (Δ). HS tiến hành:

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với (C) là nghiệm của phương trình.

$$y'(x) = -1 \Leftrightarrow \frac{-1}{(x-3)^2} = -1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

* Với $x = 1$ có phương trình tiếp tuyến $y = -1(x-1) + y(1) \Rightarrow y = -x$.

Vậy tiếp tuyến $y = -x$

* Với $x = 5$ có phương trình tiếp tuyến là $y = (-1)(x-5) + y(5)$

$$\Leftrightarrow y = 8 - x$$

Sau khi HS viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng (Δ), GV thông báo: để viết phương trình tiếp tuyến ta cần phải biết hoành độ tiếp điểm, hệ số góc của tiếp tuyến.

Bước 3: Tìm tọa độ giao điểm của tiếp tuyến với trục Ox. HS tiến hành:

* $y = -x$ giao với Ox tại gốc tọa độ vì khi $y = 0$ ta có $x = 0$

* $y = 8 - x$ giao với Ox là $A(8;0)$ vì khi $y = 0$ ta có $x = 8$

Sau khi tìm tọa độ của tiếp tuyến với Ox, GV thông báo để tìm tọa độ tiếp tuyến với Ox, ta giải hệ, hệ gồm phương trình tiếp tuyến với phương trình đường thẳng Ox.

Bước 4: Kết luận. HS tiến hành: vậy tọa độ cần tìm là $A(8;0)$

Ví dụ 4: Cho (C): $y = -x^4 = 2mx^2 - 2m + 1$

Tìm m để các tiếp tuyến với đồ thị tại $A(1; 0)$, $B(-1;0)$ vuông góc với nhau.

1) Tri thức phương pháp

Bước 1: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$

Bước 2: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại $B(-1;0)$

Bước 3: Điều kiện để 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau

Bước 4: Kết luận

2) Cách dạy TTPP

Chúng tôi sử dụng cách dạy "Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động" như sau:

Bước 1: Yêu cầu HS tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$.

HS tiến hành: $k_1 = f'(1) = 4m-4$

Sau khi HS tìm được k_1 , GV thông báo để tìm k_1 cần tuân thủ những bước sau:

+) Tính đạo hàm

+) Tính $f'(1) = k_1$

Bước 2: Yêu cầu HS tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại A(-1;0).

HS tiến hành: $k_2 = f'(-1) = -4m+4$

Sau khi HS tìm được k_2 , GV thông báo để tìm k_2 cần tuân thủ những bước sau:

+) Tính đạo hàm

+) Tính $f'(-1) = k_2$

Bước 3: Tìm điều kiện để 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau.

HS tiến hành: Nếu các tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau

$$\Leftrightarrow y'(1).y'(-1) = -1$$

$$\Leftrightarrow (4m-4)(-4m+4) = -1$$

$$\Leftrightarrow -16m^2 + 32m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{4} \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Sau khi HS đã tìm được các giá trị của tham biến, GV thông báo điều kiện để 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau khi $k_1.k_2 = -1$ Giải phương trình đó, suy ra giá trị của m.

Bước 4: Yêu cầu HS kết luận

$$\begin{cases} m = \frac{5}{4} \\ m = \frac{3}{4} \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện của bài toán}$$

2.4. KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Với mục đích chú trọng truyền thụ TTPP cho HS trong dạy học "giải toán có ứng dụng đạo hàm", ở chương 2, chúng tôi đã đề ra định hướng sư phạm, một số biện pháp dạy học và xây dựng hệ thống bài tập qua từng chủ đề kiến thức với mức độ từ đơn giản đến phức tạp, trong đó đã chỉ ra những TTPP cần thiết phải truyền thụ, dự kiến cách dạy và gợi ý về việc sử dụng TTPP vào việc giải toán có ứng dụng đạo hàm.

Sau khi đề ra giải pháp truyền thụ TTPP đối với nội dung "giải toán có ứng dụng đạo hàm", ở chương tiếp theo, chúng tôi sẽ trình bày về việc tiến hành thử nghiệm sư phạm để bước đầu kiểm chứng tính hiệu quả và tính khả thi của kết quả nghiên cứu.

Chương 3

THỰC NGHIỆM SỬ DỤNG

3.1. MỤC ĐÍCH VÀ NHIỆM VỤ

3.1.1. Mục đích thử nghiệm

Kiểm tra tính khả thi và tính hiệu quả của việc sử dụng hệ thống bài tập đã xây dựng nhằm truyền thụ TTPP trong dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm cho học sinh lớp 12 - THPT.

3.1.2. Nội dung và phương pháp thử nghiệm

3.1.2.1. Nội dung thử nghiệm

Tiến hành dạy một số tiết lý thuyết và bài tập có sử dụng dạy học TTPP cho HS qua chủ đề "giải toán có ứng dụng đạo hàm" ở lớp 12 THPT. Sử dụng các hệ thống bài tập đã xây dựng ở chương 2.

Chúng tôi đã phổ biến các kiến thức lý thuyết, phương pháp giải các dạng bài tập và hệ thống bài tập qua từng chủ đề kiến thức:

- +) Xác định sự đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = f(x)$
- +) Tìm cực trị của hàm số
- +) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số
- +) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- +) Các bài toán về tiếp tuyến

Với nội dung giảng dạy thử nghiệm theo các chủ đề nêu trên nhằm mục đích cho HS nắm chắc phương pháp giải một số dạng toán thường gặp và biết cách vận dụng vào giải bài tập trong mỗi chủ đề đã nêu một cách linh hoạt, sáng tạo đồng thời tạo cho các em có thói quen tìm tòi, khám phá và mở rộng các kiến thức kỹ năng ngoài phạm vi SGK.

3.1.2.2. Về phương pháp thử nghiệm

Chúng tôi vận dụng một số phương pháp dạy học theo hướng phát huy tính tích cực của HS. Theo hướng này thì GV đóng vai trò là người tổ chức và điều khiển HS thực hiện nội dung thử nghiệm.

- Thiết kế giáo án, thiết kế đề kiểm tra.
- Tổ chức dạy thử nghiệm.
- Thu thập số liệu để xử lý và rút ra các nhận xét.

3.1.3. Tổ chức thử nghiệm

Chọn lớp thử nghiệm là lớp 12A và 12B ở trường THPT Lương Ngọc Quyên (năm học 2007 - 2008). Trong đó lớp 12B là lớp thử nghiệm, lớp 12A là lớp đối chứng. Cả hai lớp đều là lớp bình thường, kết quả thử nghiệm như sau:

Giáo viên thực nghiệm Nguyễn Thị Mai Liên của trường THPT Lương Ngọc Quyên.

Số tiết thử nghiệm: 6 tiết.

- *Tiết 1*: Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.
- *Tiết 2*: Bài tập về sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.
- *Tiết 3*: Cực đại và cực tiểu.
- *Tiết 4*: Bài tập về cực đại và cực tiểu.
- *Tiết 5*: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- *Tiết 6*: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

Thời gian thử nghiệm: Được xếp vào giờ lý thuyết và bài tập giữa năm (2007 - 2008).

3.1.4. Giáo án minh họa

Chương I: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số

Đ6. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của một số hàm đa thức

Tiết 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

I. Mục tiêu

1. Phương pháp dạy học

- Phương pháp vấn đáp
- Phương pháp thuyết trình

2. Kiến thức: Các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

3. Về kỹ năng: Biết vận dụng các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số vào bài tập cụ thể.

4. Về tư duy

- Tư duy hàm.
- Quy lạ về quen

5. Về thái độ: Cẩn thận, chính xác.

II. Chuẩn bị về phương tiện dạy học

1. Các dụng cụ dạy học như: bảng, phấn, thước kẻ.
2. Phương tiện tranh vẽ minh họa đồ thị.

III. Phương pháp dạy học

Phương pháp gợi mở vấn đáp thông qua các hoạt động điều khiển tư duy

IV. Tiến trình bài học và các hoạt động

A. Tình huống học tập

GV nêu vấn đề bằng cách cho HS làm bài tập: Xét sự biến thiên và khoảng lồi lõm, điểm uốn của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Giải quyết vấn đề qua các hoạt động:

Hoạt động 1: Xét sự biến thiên của hàm số nhằm kiểm tra kiến thức cũ, đồng thời là hoạt động để dẫn tới giải quyết các bài tập.

Hoạt động 2: Đưa ra các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

Hoạt động 3: Làm ví dụ minh họa của hoạt động 2.

Hoạt động 4: Đưa ra các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm

$$\text{số } y = \frac{ax + b}{ex + d}.$$

Hoạt động 5: Làm ví dụ minh họa của hoạt động 4.

B. Tiến trình bài học

* **Kiểm tra bài cũ:** Xét chiều biến thiên của hàm số, tìm cực trị, xét khoảng lồi lõm và điểm uốn của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Hoạt động 1: Xét sự biến thiên của hàm số nhằm kiểm tra kiến thức cũ, đồng thời là hoạt động để dẫn tới giải quyết các bài tập

Hoạt động của học sinh	Hoạt động của giáo viên
<p>Ví dụ: Xét chiều biến thiên, tìm cực đại của hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 2$</p>	<p>Gọi HS lên bảng làm bài tập đồng thời gọi một HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.</p> <p>GV: Để xét chiều biến thiên, tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$ ta phải tuân thủ các bước như thế nào?</p> <p>HS:</p> <p><i>Bước 1:</i> Tìm TXĐ</p> <p><i>Bước 2:</i> - Tính đạo hàm</p> <p style="padding-left: 40px;">- Tìm nghiệm của đạo hàm</p> <p style="padding-left: 40px;">- Xét dấu đạo hàm</p>

1. TXĐ: \mathbb{R} , hàm số chẵn

2. Sự biến thiên:

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$			2				$+\infty$

3. Cực trị

Hàm số đạt cực tiểu tại: $x_{CT} = -1, y_{CT} = 1$

Hàm số đạt cực tiểu tại: $x_{CT} = 1, y_{CT} = 1$

Hàm số đạt cực đại tại: $x_{CD} = 0,$
 $y_{CD} = 2$

$x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$ hàm số nghịch biến

$x \in (-1, 0) \cup (1, +\infty)$ hàm số đồng biến

Bước 3: Lập bảng biến thiên

Từ bảng biến thiên suy ra cực trị của hàm số và khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

GV nhận xét bài của HS sau khi HS về chỗ.

+ Sử dụng cách dạy "Truyền thụ tương minh TTPP" như sau:

Bước 1: Đây là hàm đa thức, đồng thời là hàm chẵn nên TXĐ: \mathbb{R}

Bước 2: Sử dụng công thức tính đạo hàm xét dấu đạo hàm theo phương pháp khoảng với các bước.

+ Tìm nghiệm đạo hàm

+ Sắp xếp các nghiệm từ thấp đến cao lên bảng biến thiên.

\Rightarrow dấu của y' .

Bước 3: Từ bảng biến thiên và áp dụng định lý về sự đồng biến và nghịch biến của hàm số suy ra khoảng đồng biến và nghịch biến, giá trị cực đại của hàm số.

Hoạt động 2: Đưa ra các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

Hoạt động của học sinh	Hoạt động của giáo viên
<p>- HS tập trung lắng nghe</p> <p>- Các bước khảo sát và vẽ đồ thị.</p> <p>1. TXĐ</p> <p>2. Xét sự biến thiên của hàm số</p> <p>a) Tìm giới hạn tại vô cực và giới hạn vô cực (nếu có) của hàm số.</p> <p>b) Lập bảng biến thiên của hàm số bao gồm tính đạo hàm của hàm số, xét dấu đạo hàm, xét chiều biến thiên và tìm cực trị của hàm số (nếu có), điền các kết quả vào bảng.</p> <p>c) Tính khoảng lồi lõm và điểm uốn.</p>	<p>- GV sử dụng phương pháp tường minh đưa ra các bước khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số:</p> $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$ $y = \frac{ax + b}{ex + d}$ <p>+ GV sử dụng cách dạy "tường minh" đưa ra các bước khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số:</p> <p>$y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$ là:</p> <p><i>Bước 1:</i> Nhận dạng hàm số: đây là hàm phân thức nên tập xác định $D = \mathbb{R}$</p> <p><i>Bước 2:</i> Xét dấu của đạo hàm bằng phương pháp khoảng</p> <p>Sử dụng cách dạy "Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động" để xét dấu đạo hàm bằng phương pháp khoảng như sau:</p> <p>Tìm nghiệm của y' tức là cho $y' = 0$</p> $\Leftrightarrow 4ax^3 + 2bx = 0$ <p>Sau đó đưa ra các nghiệm trên bảng biến thiên để suy ra các khoảng đồng biến và nghịch biến, nhận xét các điểm cực đại.</p>

<p>3. Vẽ đồ thị của hàm số</p> <p>a) Vẽ các đường tiệm cận của đồ thị.</p> <p>b) Xác định một số điểm đặc biệt của đồ thị chẳng hạn từ giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ (trong trường hợp đồ thị không cắt trục toạ độ hoặc tìm toạ độ giao điểm phức tạp thì bỏ qua).</p> <p>c) Nhận xét về đồ thị chỉ ra trục và tâm đối xứng của đồ thị.</p>	<p><i>Bước 3.</i> Sử dụng cách dạy “<i>Truyền thụ tường minh TTPP</i>” để tính lỗi lồi và điểm uốn.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tính $y'' = 12ax^2 + 2b$ - Xét dấu y'' - Từ đó suy ra các khoảng lồi lõm và điểm uốn <p><i>Bước 4:</i> Vẽ đồ thị tuân thủ các bước vẽ đồ thị của hàm số đã học</p>
---	--

Hoạt động 3: Làm ví dụ minh hoạ của hoạt động 2

Hoạt động của học sinh	Hoạt động của giáo viên
<p>Ví dụ 1: Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số</p> $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2}$ <p>1. TXĐ: R</p> <p>2. Sự biến thiên của hàm số</p> $y' = -2x^3 - 2x$ $y' = 0 \Leftrightarrow -2x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ <p>$y' > 0$ trên khoảng $(-\infty, 0)$</p> <p>$y' < 0$ trên khoảng $(0, +\infty)$</p>	<p>GV sử dụng cách dạy “<i>Tường minh TTPP</i>” để giải quyết ví dụ, yêu cầu HS tuân thủ các bước của khảo sát.</p> <p>Sử dụng cách dạy “<i>Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động</i>” như sau:</p> <p><i>Bước 1:</i> TXĐ của hàm số, HS tiến hành $D = R$.</p> <p><i>Bước 2:</i> Xét sự biến thiên của hàm số, yêu cầu HS:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tính đạo hàm - Tìm nghiệm của đạo hàm - Xét dấu đạo hàm. <p>\Rightarrow khoảng đồng biến và nghịch biến.</p>

Cực trị: Điểm cực đại $x = 0$, $y_{CD} = y(0) = \frac{3}{2}$

Không có điểm cực tiểu.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{2x^4} \right) = -\infty$

Tương tự $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$

Đồ thị không có tiệm cận.

* Tính lồi lõm của đồ thị:

$$y'' = -6x^2 - 2 = -2(3x^2 + 1) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

x	$-\infty$		$+\infty$
y''		-	
ĐTHS		Lồi	

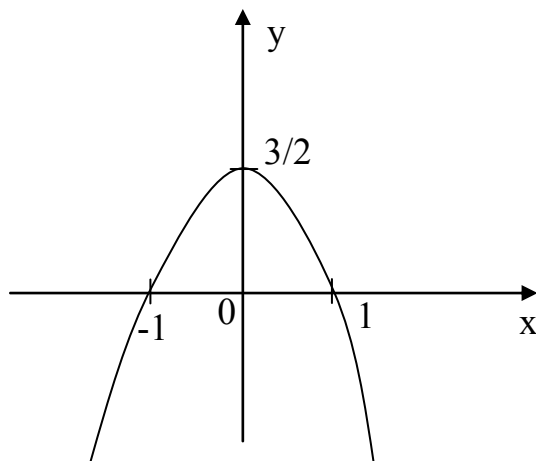
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$\nearrow 3/2$	$\searrow -\infty$

3. Đồ thị

Giao với trục hoành: A (1, 0); B (-1, 0)

Giao với trục tung: C (0, 3/2)



- Tìm cực trị của hàm số.

- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$

- Tính lồi lõm của đồ thị gồm các bước:

+ Tính y'' .

+ Xét dấu y''

- Dựa vào các bước đã làm ở trên lập bảng biến thiên

Bước 3: Vẽ đồ thị

+ Tìm giao với trục hoành

$$\text{Cho } y = 0 \Leftrightarrow \frac{-x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1$$

+ Giao với trục tung:

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}.$$

Hoạt động 4:

Đưa ra các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{ex+d}$

Hoạt động của học sinh	Hoạt động của giáo viên
<p>+ Để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số</p> <p>$y = \frac{ax+b}{ex+d}$ gồm 3 bước:</p> <p>- <i>Bước 1:</i> Tìm TXĐ</p> <p>- <i>Bước 2:</i> Xét sự biến thiên</p> <p>- <i>Bước 3:</i> Vẽ đồ thị</p> <p>1. TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{e} \right\}$</p> <p>2. Sự biến thiên</p> <p>- Tính đạo hàm</p> $y' = \left(\frac{ax+b}{ex+d} \right)' = \frac{(ax+b)'(ex+d) - (ex+d)'(ax+b)}{(ex+d)^2}$ $= \frac{a(ex+d) - e(ax+b)}{(ex+d)^2}$ $= \frac{ad - eb}{(ex+d)^2}$	<p>GV từ các bước khảo sát và vẽ đồ thị của các hàm số đã đưa ở hoạt động 2, đặt câu hỏi cho HS: để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{ex+d}$ gồm bao nhiêu bước?</p> <p>Sử dụng cách dạy "<i>Truyền thụ tường minh TTPP</i>" và "<i>Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động</i>" để dạy cho HS.</p> <p>TTPP khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{ex+d}$ như sau:</p> <p><i>Bước 1:</i> Nhận dạng hàm số đây là hàm phân thức, điều kiện để hàm số có nghĩa là mẫu khác không</p> <p><i>Bước 2:</i> Để xét sự biến thiên phải tính đạo hàm $y = \frac{ax+b}{ex+d}$ bằng công thức hàm hợp</p> <p>+ Nhận xét về dấu của đạo hàm</p> <p>Từ dấu của $y' \Rightarrow$ khoảng đồng biến và nghịch biến \Rightarrow tính cực trị của hàm số</p>

<p>+ Dấu của y' phụ thuộc và dấu của tử, hàm số không có cực trị</p> <p>+ Giới hạn: hàm số có 2 đường tiệm cận</p> <p>Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{e}$ vì $\lim_{x \rightarrow -\frac{d}{e}} \frac{ax+b}{ex+d} = \infty$</p> <p>Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{e}$ vì</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+b}{ex+d} = \frac{a}{e}$ <p>Lập bảng biến thiên</p> <p>3. Vẽ đồ thị:</p> <p>+ Vẽ các đường tiệm cận</p> <p>+ Tìm giao trục tung</p> <p>+ Tìm giao trục hoành</p>	<p>+ Về giới hạn: chúng tôi sử dụng cách dạy "<i>Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP</i>" như sau:</p> <p>+ Tìm tiệm cận ngang?</p> <p>+ Tìm là tiệm cận đứng?</p> <p><i>Bước 3:</i></p> <p>Vẽ đồ thị tuân thủ các bước vẽ đồ thị đã nêu ở hoạt động 2</p>
---	---

Hoạt động 5: Làm ví dụ minh họa của hoạt động 4

Hoạt động của học sinh	Hoạt động của giáo viên
<p>Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số:</p> $y = -\frac{x+2}{2x+1}$ <p>1. TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-1/2\}$</p> <p>2. Xét sự biến thiên</p> <p>a) Chiều biến thiên</p> $y' = \frac{(2x+1)(-1) - (-x+2)2}{(2x+1)^2} = \frac{-5}{(2x+1)^2}$	<p>GV sử dụng cách dạy "<i>Thông báo TTPP trong quá trình hoạt động</i>" dẫn dắt HS trong quá trình khảo sát và vẽ đồ thị.</p> <p><i>Bước 1:</i> Đây là hàm phân thức TXĐ của hàm số là gì?</p> <p><i>Bước 2:</i> Sự biến thiên : Yêu cầu HS tính đạo hàm.</p> <p>Có nhận xét gì về dấu của đạo hàm.</p> <p>+ Từ dấu của $y' \Rightarrow$ khoảng đồng</p>

$$y < 0 \quad \forall x \neq -\frac{1}{2}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng

$$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \text{ và } \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

b) Cực trị: Hàm số đã cho không có cực trị.

c) Giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{-x+2}{2x+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} \frac{-x+2}{2x+1} = +\infty$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x+2}{2x+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{đường thẳng } y = -\frac{1}{2} \text{ là tiệm cận ngang.}$$

d) Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	-		-
y	$-\frac{1}{2}$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$

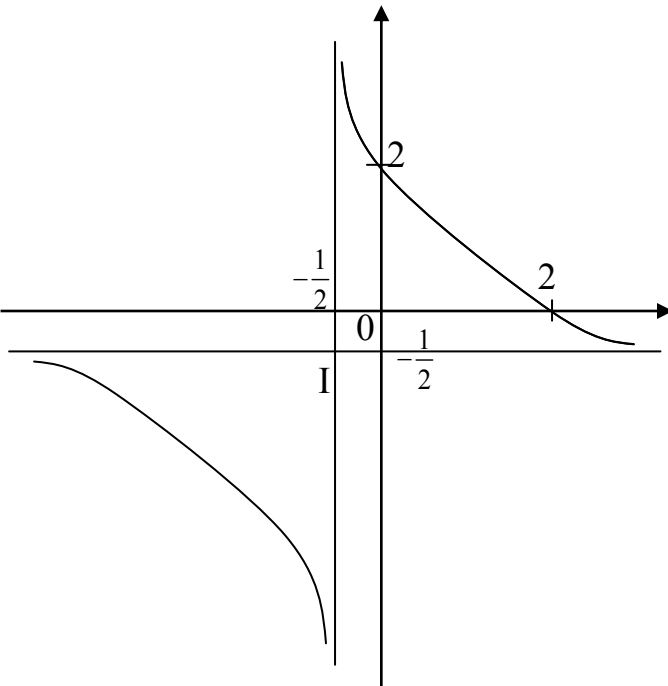
biến và nghịch biến của hàm số \Rightarrow cực trị của hàm số.

Ở phần giới hạn: chúng tôi sử dụng cách dạy "Tập luyện những hoạt động ăn khớp với những TTPP" như sau:

+ Tìm tiệm cận đứng?

+ Tìm tiệm cận ngang?

+ Trong bảng biến thiên: HS lưu ý điền các đầu mút của $x \rightarrow -\infty$ và $x \rightarrow +\infty$.

<p>3. Đồ thị cắt trục tung tại $A(0, 2)$ Cắt trục hoành tại $B(2, 0)$ Giao của 2 tiệm cận là $I(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$</p> 	<p><i>Bước 3: Vẽ đồ thị</i></p> <p>Ở phần này chúng tôi sử dụng cách dạy “Trường minh TTPP” tuân thủ theo các bước vẽ đồ thị.</p> <ul style="list-style-type: none"> + Tìm giao với trục hoành. + Tìm giao với trục tung + Vẽ các đường tiệm cận. <p>Yêu cầu HS xem các biểu thức trong SGK.</p> <p>GV bằng cách sử dụng cách dạy “Thông báo tri thức trong quá trình hoạt động” nhắc lại cho HS các bước khảo sát.</p>
--	--

C. Củng cố

Yêu cầu HS nắm được các bước của khảo sát hàm số và vẽ đồ thị của hàm số

Bài tập về nhà 1, 2, 3

3.2 PHÂN TÍCH ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ THỬ NGHIỆM

3.2.1. Khả năng tiếp thu kiến thức của học sinh

Khi đã truyền thụ TTPP ở giải toán có ứng dụng đạo hàm, nhìn chung HS có khả năng tiếp thu và nắm được cách giải bài tập như xét tính đơn điệu của hàm số, tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

Một số bài chưa tự giải được thì một số em đã giải được khi có sự hướng dẫn, gợi ý của GV. Sau đợt thử nghiệm HS nắm chắc được phương pháp giải các bài tập cơ bản về ứng dụng đạo hàm.

3.2.2. Kết quả kiểm tra

A. Đề kiểm tra (thời gian 45')

Bài 1: a) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số

$$y=x^3+3x^2-2$$

b) Biện luận bằng đồ thị số nghiệm của phương trình

$$y=x^3+3x^2-2=m$$

Bài 2: Cho $y = \frac{x-1}{x+1}$ (C)

a) Chứng minh rằng (C) tồn tại những điểm mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau

b) Từ đó em có thể phát biểu dạng bài toán tổng quát và rút ra phương pháp giải loại bài tập tương tự như ở ý a.

Biểu điểm

Bài 1: 5 điểm

a) 2,5 điểm

b) 2,5 điểm

Bài 2: 5 điểm

a) 2,5 điểm

b) 2,5 điểm

Những ý định sơ phạm về đề kiểm tra:

Bài 1.

a. Với dạng toán này chúng tôi yêu cầu HS phải đạt được 2 yêu cầu:

- Về TTPP: Phải nắm được quy trình khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số thông qua các bước (đây là TTPP)

- Về kỹ năng: HS biết vận dụng quy trình khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

b. Với dạng toán này không chỉ đòi hỏi HS hiểu mà còn phải biết "ứng dụng đạo hàm để giải các bài toán biện luận nghiệm".

Bài 2. Đây là dạng toán "ứng dụng đạo hàm" đòi hỏi HS hiểu, biết, vận dụng TTPP để giải. Riêng ở ý b các em phải nêu được bài toán tổng quát, đây là bài dành cho HS khá và giỏi.

B. KẾT QUẢ KIỂM TRA

Điểm Lớp	4đ'	5đ'	6đ'	7đ'	8đ'	9đ'	10đ'	tổng số
12A	10	3	6	8	11	7	4	49
%	20,5	6,12	12,7	16,32	22,4 5	14,2	8,02	100%
12B	2	4	6	10	18	2	7	49
%	4,1	6,12	12,3	20,4	36,7 3	4,1	16,25	100%

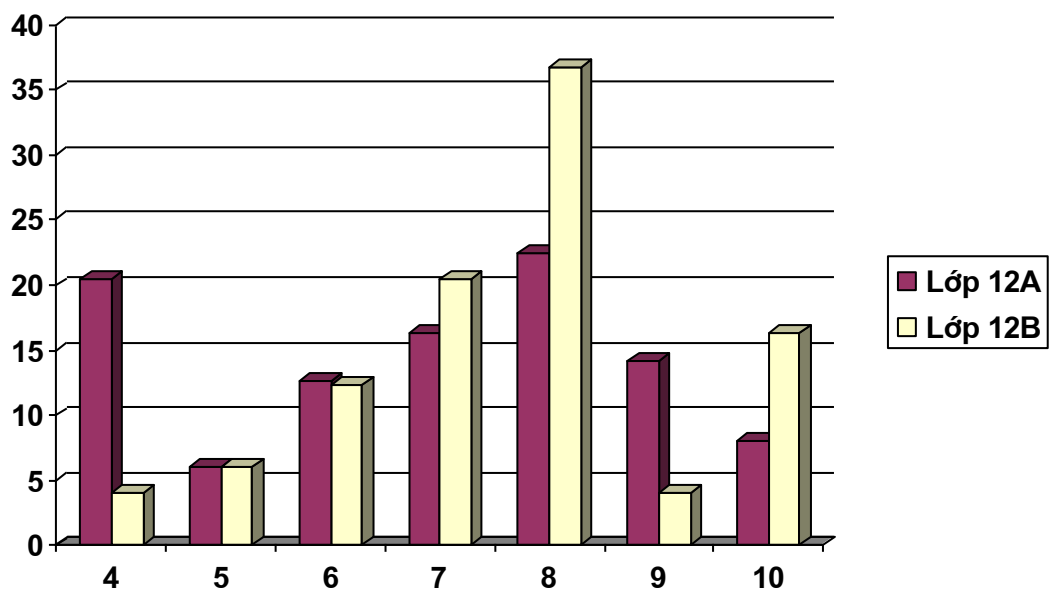
3.2.3. Đánh giá kết quả thực nghiệm

1. Nhận xét về mặt định tính

Nhờ quan sát qua giảng dạy trên lớp và tình hình làm bài kiểm tra, chúng tôi nhận thấy phần lớn HS có kỹ năng tính toán đạo hàm khá tốt, vận dụng được tri thức đã học để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (câu 1a) và biện luận số nghiệm (câu 1b)

Trong câu 2, đa số HS đều không làm được vì phương pháp để giải các bài toán về tiếp tuyến HS chưa thành thạo ở (câu 2, ý b), đây là câu sử dụng về số tính chất hình học, GV chưa truyền thụ TTPP cho HS nên các em còn lúng túng về cả kỹ năng và phương pháp giải.

2. Nhận xét về mặt định lượng



Qua kết quả chấm điểm bài kiểm tra và thống kê điểm số, chúng tôi đưa ra một số nhận xét:

Từ 4 đến 5 điểm lớp 12A có 13/49 HS, lớp 12B có 6/49 HS

Từ 5 đến 7 điểm lớp 12A có 14/49 HS, lớp 12B có 16/49 HS

Từ 7 đến 10 điểm lớp 12A có 22/49 HS, lớp 12B có 27/49 HS

Theo bảng thống kê trên ta nhận thấy lớp 12B là lớp thử nghiệm nắm vững kiến thức, phương pháp giải các bài tập về ứng dụng đạo hàm như khảo sát và vẽ đồ thị hàm số, các bài toán về tiếp tuyến...Có một số em có lời giải tương đối tốt và ngắn gọn, còn lớp 12A nhiều em còn chưa nắm rõ quy trình khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

Như vậy giải pháp truyền thụ cho HS tri thức phương pháp để giải toán về ứng dụng đạo hàm lớp 12 bước đầu đã có tính khả thi và hiệu quả nhất định trong thực tiễn.

3.3..KẾT LUẬN CHƯƠNG 3

- Qua thực nghiệm cho thấy quy trình và cách thức tiến hành thực nghiệm là hợp lý.

- Nội dung thực nghiệm là phù hợp.

- Kết quả xử lý thực nghiệm cho thấy các biện pháp đã đề ra trong chương 2 là khả thi và bước đầu có tác dụng giúp HS nắm được và biết vận dụng TTPP vào giải toán có ứng dụng đạo hàm.

KẾT LUẬN

Qua quá trình nghiên cứu, luận văn đã thu được kết quả chính sau:

1. Làm sáng tỏ cơ sở lý luận về TTPP và dạy học TTPP trong dạy học môn toán nói chung và dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm ở lớp 12 - THPT nói riêng.

2. Đánh giá thực tiễn việc truyền thụ TTPP cho HS ở trường THPT và trong dạy học giải toán có ứng dụng đạo hàm.

3. Cụ thể hoá một số TTPP thường gặp ở nội dung giải toán có ứng dụng đạo hàm.

4. Đưa ra một số giải pháp dạy học TTPP thông qua một số biện pháp sư phạm.

Những kết quả thử nghiệm sư phạm đã chứng tỏ giải pháp đã xây dựng có tính hiệu quả và khả thi, giả thuyết khoa học của luận văn chấp nhận được và mục đích nghiên cứu đã hoàn thành.

Với những kết quả trên, hy vọng những vấn đề đã được trình bày trong luận văn có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho GV đang giảng dạy Toán lớp 12 ở trường THPT, góp phần giúp HS nắm vững và vận dụng được TTPP khi giải các bài toán có ứng dụng đạo hàm.

Tuy nhiên do phạm vi và điều kiện nghiên cứu của một luận văn thạc sĩ và trình độ người viết có hạn, luận văn không tránh khỏi những thiếu sót rất mong được sự góp ý của các thầy cô cùng các bạn độc giả để luận văn được hoàn chỉnh hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Quang Anh - Nguyễn Thành Dũng - Trần Thái Hùng - Phạm Tấn Phước: *Giải đề thi tuyển sinh Đại học* - NXB Hồ Chí Minh, 1994.
2. Phan Đức Chính - Vũ Dương Thụy - Tạ Mân - Đào Tam - Lê Thống Nhất: *Các bài giảng luyện thi môn toán (tập 3)* - NXB Giáo dục, 1999.
3. Hoàng Chúng: *Các bài toán cực trị* - NXB Giáo dục - Hà Nội, 1993.
4. Hoàng Chúng: *Phương pháp dạy toán ở trường THCS* - NXB Giáo dục - Hà Nội, 1998.
5. Văn Như Cương - Ngô Thúc Lan: *Tài liệu hướng dẫn giảng dạy toán 12* - NXB Giáo dục, 2000.
6. *Đề tuyển sinh môn Toán* - NXB Giáo dục, 1993.
7. Nguyễn Đức Đồng - Lê Hoàn Hoá - Võ Khắc Thường - Lê Quang Tuấn - Nguyễn Văn Vĩnh: *Phương pháp giải toán khảo sát hàm số* - NXB TP Hồ Chí Minh, 1999.
8. Phạm Gia Đức - Nguyễn Mạnh Cường - Bùi Huy Ngọc - Vũ Dương Thụy: *Phương pháp giảng dạy môn Toán* - NXB Giáo dục, 1998.
9. Trần Văn Hạo - Nguyễn Cam - Nguyễn Mộng Hy - Trần Đức Huyền - Cam Duy Lễ - Nguyễn Sinh Nguyên - Nguyễn Vũ Thanh: *Chuyên đề luyện thi vào Đại học* - NXB Giáo dục, 2001.
10. Trần Văn Hạo - Cam Duy Lễ - Ngô Thúc Lan - Ngô Xuân Sơn: *Sách giáo khoa Giải tích lớp 11*
11. Nguyễn Thái Hoà: *Rèn luyện tư duy qua việc giải bài tập toán* - NXB Giáo dục - Hà Nội, 1997.
12. Phan Huy Khải: *Các bài toán về hàm số* - NXB Hà Nội, 1997.

13. Nguyễn Bá Kim: *Học tập trong hoạt động và bằng hoạt động* - NXB Giáo, 1999.
14. Nguyễn Bá Kim: *Phương pháp dạy học môn toán* - NXB Đại học sư phạm, 2007.
15. Ngô Thúc Lanh - Ngô Xuân Sơn - Vũ Tuấn: Sách giáo khoa giải tích 12.
16. Trần Luận: *Vận dụng tư tưởng sư phạm của G.Pôlya xây dựng nội dung và phương pháp dạy học trên cơ sở các hệ thống bài tập theo chủ đề nhằm phát huy năng lực sáng tạo của học sinh chuyên toán cấp II* - Luận án phó tiến sĩ - Hà Nội, 1996.
17. Trần Phương: *Ba thập kỷ Đề thi toán vào các trường Đại học Việt Nam* - NXB Hà Nội, 2001.
18. Trần Phương: *Tuyển tập các chuyên đề luyện thi đại học môn toán Hàm số* - NXB Hà Nội, 2002.
19. Pôlya G: *Giải một bài toán như thế nào (bản dịch)* - NXB Giáo dục - Hà Nội, 1975.
20. Pôlya G: *Sáng tạo toán học (bản dịch)* - NXB Giáo dục - Hà Nội, 1976.
21. Hoàng Minh Thịnh: Luận văn Thạc sĩ “*Rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm để chứng minh bất đẳng thức cho học sinh lớp 12 trường THPT*” - Hà Nội, 2008.
22. Thái Duy Tuyên: *Một số vấn đề hiện đại lý luận dạy học* - Viện KHGD - Hà Nội, 1992.
23. *Tuyển tập 30 năm Tạp chí toán học và tuổi trẻ* - NXB Giáo dục, 1997.