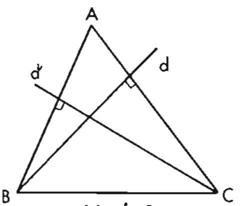
ÁP DỤNG TƯ DUY BIỆN CHỨNG TRONG DẠY HỌC TOÁN GIÚP HỌC SINH CHỦ ĐỘNG VÀ SÁNG TẠO TRONG HỌC TẬP

○ ThS. LÊ THIẾU TRÁNG *

Chương trình Toán phổ thông hiện nay đã chú trọng trình bày kiến thức một cách hệ thống, chú trọng mối liên hệ biện chứng giữa các chương mục khác nhau của môn *Toán*, quan tâm tới mối liên hệ với các môn học khác và vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn. Áp dụng tư duy biện chứng trong dạy học toán không những giúp học sinh (HS) giải quyết được một số dạng toán cơ bản mà còn góp phần phát triển tư duy sáng tạo cho các em. Đây cũng là một hướng dạy học rất hiệu quả.

Để minh họa, chúng tôi đưa ra một số bài toán về phương pháp tọa độ trong hình học phẳng. Qua bài các bài toán cơ bản này, giúp HS nhìn nhận vấn đề dưới các cặp phạm trù: «Nguyên nhân - kết quả", «Vận động và đứng yên", «Chung - riêng"... tìm được nhiều bài toán hay và giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau, phần nào phát triển tư duy sáng tạo và bước đầu giúp HS biết tự học, tự nghiên cứu những bài toán một cách toàn diện và đầy đủ hơn.

Bài toán 1: Cho tam giác ABC biết đỉnh A(1;3), phương trình chứa hai đường cao là (d): x - y - 2 = 0 và (d'): 2x + y + 2 = 0 *(hình 1)*. Xác định toạ độ các đỉnh B và C của tam giác ABC.



Hình 1

Hướng dẫn: Vì d'⊥AB và d⊥AC nên đường thẳng AB và AC qua A lần lượt nhận vectơ pháp tuyến của d' là $\vec{n}' = (2;1)$ và của d là $\vec{n} = (1;-1)$ làm vectơ chỉ phương.

Do đó, phương trình AB là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} \Leftrightarrow$ x - 2y + 5 = 0.

Phương trình AC là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} \Leftrightarrow$ x + y - 4 = 0.

Do B = d∩AB và C = d'∩AC nên toạ độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-y-2=0 \\ x-2y+5=0 \end{cases}$ và tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+y+2=0 \\ x+y-4=0 \end{cases}$

Ta được B(9;7) và C(-6;10).

Nhận xét: Qua bài toán trên, HS thấy đây là dạng toán cơ bản. Việc xác định quan hệ giữa các yếu tố để tìm lời giải là thuận lợi, đó là quan hệ vuông góc, lời giải khá tự nhiên. Nếu chỉ dừng lại ở đó, HS không phát huy được kiến thức cũ để hình thành hướng giải quyết mới hay các bài toán tương tự và tổng quát. Dựa trên các yếu tố của tư duy biện chứng và tư duy sáng tạo, hướng dẫn HS nghiên cứu sâu hơn về quan hệ trong tam giác và quan hệ giữa các thành phần của giả thiết và kết luận để có thể đưa ra những bài toán mới, những hướng giải quyết mới. Xây dựng bài toán đảo, giả thiết hai đường cao thay đổi bằng những đường đặc biệt khác như: đường trung tuyến, đường phân giác và tổng quát hơn là hai đường thẳng đó chia hai cạnh theo tỉ số nào đó.

Bài toán 2: Cho ΔABC biết đỉnh B(0;1), C(-1;3). Phương trình chứa đường cao qua B và C lần lượt là (d): x - y + 1= 0 và (d'): 2x - y + 5 = 0. Tính chu vi ΔABC.

Hướng dẫn: Ta có: AB ⊥ (d'), AC ⊥ (d) nên ta được phương trình AB là: x + 2y - 2 = 0; phương trình AC là: x + y - 2 = 0. Do A = AB ∩ AC nên A(2;0). Ta tính được: AB = $\sqrt{5}$, BC = $\sqrt{5}$, CA = $3\sqrt{2}$. Vậy chu vi 2p = $2\sqrt{5}$ + $3\sqrt{2}$.

Bài toán 3: Cho ΔABC biết hai đỉnh B(1;2), C(5;-4), trực tâm H(3;1). Tính diện tích ΔABC.

Hướng dẫn: Suy luận tương tự trên: BH ⊥ AC và CH ⊥ AB nên AC có một vectơ pháp tuyến là $\overline{BH}$ = (2;-1), AB có một vectơ pháp tuyến $\overline{CH}$ = (-2;5). Ta được phương trình AC là: 2x - y - 14 = 0, phương trình AB là: 2x-5y+8=0.

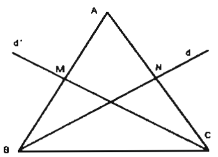
* Trường trung học phổ thông chuyên Tuyên Quang

Do $A = AB \cap AC$ nên $A\left(\frac{39}{4};\frac{11}{2}\right)$. $S_{ABC}=\frac{1}{2}BC.d(A,BC)$

$= \frac{133}{4}$ (đvdt).

Tính chất vuông góc và trực tâm còn có thể khai thác sâu hơn. Xét khía cạnh sự vận động của đường cao, có các bài toán sau:

Bài toán 4: Cho ΔABC biết đỉnh $A(1;3)$ và phương trình chứa hai đường trung tuyến là (d): $x - y + 1 = 0$ và (d'): $x + y - 2 = 0$ *(hình 2)*. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC.



Hình 2

Hướng dẫn: Dễ thấy A không nằm trên (d) và (d').

Gọi (d) là trung tuyến qua B và (d') là trung tuyến qua C. Đường thẳng (d) có dạng tham số là $\begin{cases} x = t \\ y = t + 1 \end{cases}$

Gọi N là trung điểm AC thì $N \in d \Rightarrow N(t;t+1)$

và $\overrightarrow{NA} = -\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t=-(x_C-t) \\ 3-t-1=-(y_C-t-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2t-1 \\ y_C = 2t-1 \end{cases}$.

Vì $C \in (d')$ nên $x_C + y_C - 2 = 0 \Leftrightarrow 2t-1+2t-1-2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

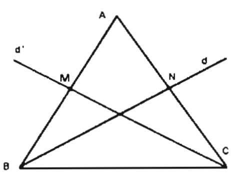
Suy ra $C(1;1)$. Tương tự có $B\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ và phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là:

$$\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{85}{36}$$

Nhận xét: Việc sử dụng phương trình đường thẳng dạng tham số rất thuận lợi trong giải toán, làm giảm bớt số lượng ẩn và đánh giá quan hệ giữa các yếu tố khá sát với tính chất của hình vẽ, đó là phương pháp chủ yếu được sử dụng trong các bài toán sau đây:

Bài toán 5: Cho ΔABC biết $A(1;1)$, đường thẳng (d): $x-2y = 0$ đi qua B và chia đoạn AC theo tỉ số $m = \frac{1}{3}$ *(hình 3)*. Đường thẳng (d'): $2x - y + 1 = 0$ đi qua C, chia đoạn AB theo tỉ số $n = \frac{1}{2}$. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC.

Hướng dẫn: Đường thẳng (d) có dạng tham số: $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$.



Hình 3

Nếu $N = (d) \cap AC$ thì $N \in (d)$ nên $N(2t;t)$.

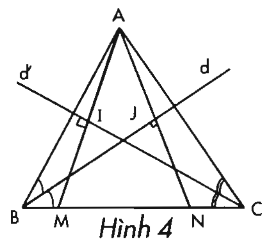
Từ giả thiết ta có:

$$\overrightarrow{NA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2t = -\frac{1}{3}(x_C-2t) \\ 1-t = -\frac{1}{3}(y_C-t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 8t-3 \\ y_C = 4t-3 \end{cases}.$$

Vì $C \in (d')$ nên $2x_C - y_C + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{6} \Rightarrow C\left(-\frac{5}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

Tương tự có: $B\left(-\frac{10}{3};-\frac{5}{3}\right)$. Sử dụng công thức $r = \frac{S}{p}$ để tìm bán kính đường tròn nội tiếp tam giác, ta được: $r = \frac{22}{\sqrt{29}+2\sqrt{41}+\sqrt{233}}$.

Bài toán 6: Cho ΔABC, biết đỉnh $A(2;4)$. Phương trình chứa hai đường phân giác trong qua B và C lần lượt là (d): $x+y-2 = 0$ và (d'): $x-3y-6 = 0$ *(hình 4)*. Viết phương trình đường thẳng qua B, C.



Hình 4

Hướng dẫn: Gọi M và N là điểm đối xứng của A qua (d') và (d). Theo tính chất đường phân giác, ta có M, N $\in$ BC (vì các ΔCAM và ΔBAN cân tại C và B).

Do vậy, ta chỉ cần tìm M, N thì phương trình BC chính là phương trình MN.

Đường thẳng AM qua A và vuông góc (d') nên có phương trình là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-3} \Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0$.

Nếu I là hình chiếu của A lên (d') thì $I = AM \cap (d')$.

Tìm được $I\left(\frac{18}{5};-\frac{4}{5}\right)$. Do I là trung điểm của AM nên: $\begin{cases} x_M = 2x_I - x_A = \frac{26}{5} \\ y_M = 2y_I - y_A = -\frac{28}{5} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(\frac{26}{5};-\frac{28}{5}\right)$.

Tương tự, phương trình AN: $x - y + 2 = 0$. Nếu $J = AN \cap (d)$ thì $J(0;2)$ và tìm được $N(-2;0)$.

Vậy phương trình đường thẳng BC hay phương trình đường thẳng MN là:

$$\frac{x+2}{\frac{26}{5}+2} = \frac{y-0}{-\frac{28}{5}-0} \Leftrightarrow 7x + 9y + 14 = 0.$$

Đảo lại ta có bài toán sau:

Bài toán 7: Cho các điểm: I(2;4), B(1;1), C(5;5). Tìm điểm A sao cho I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC *(hình 5)*.

Hướng dẫn:

Ta có: $\overrightarrow{BI}=(1;3)$, $\overrightarrow{BC}=(4;4)$. Giả sử $\overrightarrow{BA}=(m;n)$, $m^2+n^2\neq 0$.

Vì BI là tia phân giác góc B nên $|\cos(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BC})| = |\cos(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BA})|$

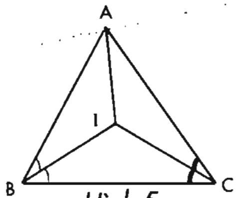
$$\Leftrightarrow \frac{|\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{BI}|.|\overrightarrow{BC}|}=\frac{|\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{BA}|}{|\overrightarrow{BI}|.|\overrightarrow{BA}|} \Leftrightarrow \frac{|1.4+3.4|}{\sqrt{32}}=\frac{|m+3n|}{\sqrt{m^2+n^2}}$$

$\Leftrightarrow 7m^2-6mn-n^2=0$

$\Leftrightarrow n=m$ hoặc $n=-7m$

- Trường hợp n = m: Chọn m = n = 1 (loại vì cùng phương $\overrightarrow{BC}$).

- Trường hợp n = -7m: Chọn m =1, n =-7 có $\overrightarrow{BA}=(1;-7) \Rightarrow$ Phương trình AB là: 7x + y - 8 = 0.



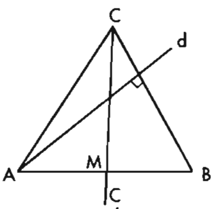
Hình 5

Lập luận tương tự có phương trình AC:

x + 7y - 40 = 0. Do đó, tìm được $A\left(\frac{1}{3};\frac{17}{3}\right)$.

Sau khi ta đã giải quyết các trường hợp đặc biệt, ta xét sự kết hợp của các đường trên:

Bài toán 8: Cho ΔABC biết B(2;-1). Đường cao qua A nằm trên đường thẳng (d): x-y+1= 0, đường trung tuyến qua C nằm trên đường thẳng (d'): 2x + y - 1 = 0 *(hình 6)*. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.



Hình 6

Hướng dẫn: Sử dụng tính chất vuông góc, có phương trình BC là: x + y – 1 = 0 và được C(0;1).

Sử dụng tính chất toạ độ của trung điểm có $A\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$, được phương trình AB: x + 2y = 0 và AC: x – y + 1= 0.

Ta thấy: đường thẳng AC trùng với đường thẳng (d) nên DABC vuông tại C. Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm M của AB và có toạ độ: $M\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

Những ví dụ trên cho thấy, có thể đưa ra hàng loạt các bài toán có hệ thống tương tự. Ở trên là một số dạng toán thường gặp trong chương trình **Hình học 10**. Dựa vào phương pháp tư duy này, HS có thể tự ra thêm được bài tập. Mặt khác, HS còn có thể đưa ra những hệ thống bài tập tương tự như: Xác định phương trình đường thẳng khi biết hai điều kiện, xác định đường tròn khi biết ba điều kiện. Đặc biệt, phương pháp suy luận trên còn có ứng dụng rất hữu hiệu trong môn *Hình học giải tích* sau này. ❑

Tài liệu tham khảo

1. Đào Tam. **Phương pháp dạy hình học phổ thông**. Trường Đại học sư phạm Vinh, 1998.

2. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán**. NXB *Đại học sư phạm*, H. 2006.

Quản lí việc xây dựng...

(Tiếp theo trang 27)

Sách ĐCMH và đĩa CD ghi tất cả ĐCMH được lưu giữ tại bộ môn, khoa, phòng đào tạo. ĐCMH được đưa lên trang web của trường và phổ biến rộng rãi cho SV.

Trên cơ sở ĐCMH, các khoa hoặc bộ môn chịu trách nhiệm: - Tổ chức biên soạn bài giảng theo ĐCMH đã được ban hành; - Tổ chức cập nhật nội dung MH, xây dựng phương pháp dạy học và áp dụng các phương pháp kiểm tra - đánh giá tiên tiến phù hợp với yêu cầu MH và phương thức đào tạo theo tín chỉ; - Kiểm tra, giám sát việc xây dựng, thực hiện ĐCMH trong quá trình dạy học, công tác kiểm tra - đánh giá của GV; - Cuối mỗi học kì, các đơn vị báo cáo cho lãnh đạo nhà trường việc áp dụng và kế hoạch cập nhật ĐCMH cho những khóa đào tạo sắp tới.

Mọi phương thức đào tạo đều lấy quá trình dạy học và kết quả của quá trình đào tạo làm trọng tâm. Trong phương thức đào tạo truyền thống, vai trò của người dạy được coi trọng (lấy người dạy làm trung tâm). Ngược lại, trong phương thức đào tạo theo tín chỉ, vai trò của người học được đặc biệt coi trọng. Quan niệm đó phải được quán triệt từ việc thiết kế chương trình, xây dựng ĐCMH, biên soạn nội dung giảng dạy và sử dụng phương pháp giảng dạy... Trong đó, việc thiết kế ĐCMH không được xem nhẹ, cần phải được quản lí chặt chẽ. Có như vậy mới góp phần nâng cao chất lượng giáo dục đại học theo phương thức đào tạo tín chỉ. ❑

Tài liệu tham khảo

1. Bộ GD-ĐT. *Đề án đổi mới giáo dục đại học Việt Nam giai đoạn 2006-2020*. Hà Nội, 2005.

2. Lâm Quang Thiệp - Lê Viết Khuyến. **Một số vấn đề về giáo dục đại học**. NXB *Đại học quốc gia Hà Nội*, 2004.