CHƯƠNG TRÌNH AUTOLISP TẠO HỌ ĐƯỜNG CONG EPITROCHOID VÀ HYPOTROCHOID TÍCH HỢP VÀO AUTOCAD

THE AUTOLISP PROGRAM CREATES A FAMILY OF EPITROCHOID AND HYPOTROCHOID CURVES INTEGRATED IN AUTOCAD

Nguyễn Độ

Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng

TÓM TẮT

Bài báo trình bày chương trình AutoLISP tạo ra họ các đường cong Epitrochoid và Hypotrochoid - quỹ tích của các điểm được tạo ra bởi một điểm gắn với một đường tròn khi đường tròn này lần lượt lăn không trượt quanh phía bên ngoài và phía bên trong một đường tròn cố định khác. Chương trình biểu diễn rất nhanh, chính xác và tổng quát họ các đường cong Epitrochoid và Hypotrochoid theo góc nghiêng bất kỳ của trục X và góc quay bất kỳ của bán kính đường tròn cố định. Đây là chương trình AutoLISP dùng cho các nhà thiết kế cơ khí, nó được dùng rộng rãi trong thiết kế tạo biên dạng răng cycloid và nhiều ứng dụng khác trong kỹ thuật.

ABSTRACT

The paper presents the AutoLISP program creating a family of the Epitrochoid and Hypotrochoid curves which are locus of points traced out by a point attached to a circle as the circle rolls without slipping around the outside and the inside of another fixed circle, respectively. This program generates a family of the Epitrochoid and Hypotrochoid curves very fast, exactly and generally at any rotation angle of X - axis and of fixed circle's radius. This is a useful AutoLISP program for mechanical engineers, which has been widely used in the design of gear tooth profile and other applications in technology.

1. Đặt vấn đề và khảo sát

Hiện nay *AutoCAD* vẫn chưa có đủ các chương trình ứng dụng thỏa mãn mọi nhu cầu của người dùng, chẳng hạn để tạo ra đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* dùng tạo biên dạng răng *cycloid* trong thiết kế cơ khí cũng như các ứng dụng khác thì *AutoCAD* vẫn chưa có lệnh.

Đường cong Epitrochoid và Hypotrochoid là quỹ tích của các điểm được tạo ra bởi một điểm M gắn với một đường tròn khi đường tròn này lần lượt lăn không trượt quanh bên ngoài và bên trong một đường tròn cố định khác

Đường tròn lăn bán kính r gọi là đường tròn sinh

Đường tròn cố định bán kính R gọi là đường tròn cơ sở.

➢ Nếu đường tròn r lăn không trượt phía bên ngoài đường tròn cơ sở R thì quỹ đạo của điểm M gắn với đường tròn lăn vạch ra đường *Epitrochoid*

Giả sử đường tròn tâm I bán kính r lăn không trượt phía bên ngoài đường tròn cố định bán kính R có tâm trùng gốc hệ trục tọa độ, bắt đầu lăn từ T_0 và lăn được một cung T_0T (đoạn nét đứt); (hình 1a), chắn góc φ ở tâm O tương ứng với cung TN thuộc đường

tròn lăn chắn góc δ ở tâm I ; lúc này quỹ đạo của điểm M vạch lên cung đường cong *Epitrochoid* M_0M. Dễ dàng thiết lập được hệ phương trình tham số của đường *Epitrochoid* là:

$$\begin{cases} x = (R + r)\cos\varphi - d.\cos(\dfrac{R + r}{r}\varphi) \\ y = (R + r)\sin\varphi - d.\sin(\dfrac{R + r}{r}\varphi) \end{cases} \quad (1)$$

➢ Nếu đường tròn lăn không trượt phía bên trong đường tròn cơ sở thì quỹ đạo của điểm M gắn với đường tròn lăn vạch ra đường *Hypotrochoid*

Giả sử đường tròn tâm I bán kính r lăn không trượt phía bên trong đường tròn cố định bán kính R, lúc này quỹ đạo của điểm M vạch lên cung đường cong *Hypotrochoid* M_0M; (hình 1b). Dễ dàng thiết lập được hệ phương trình tham số của đường *Hypotrochoid* là:

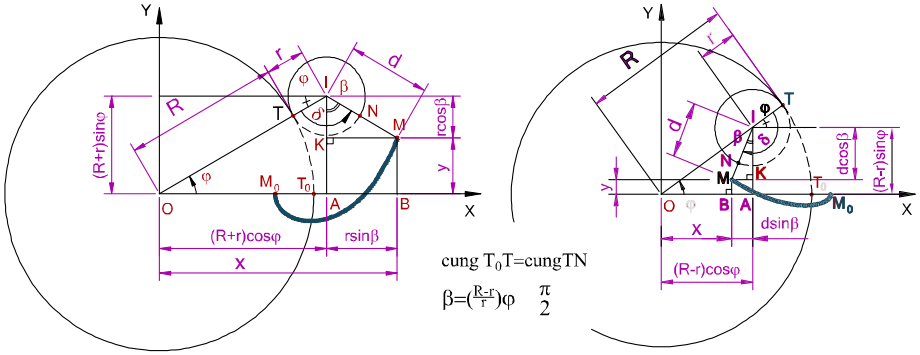
$$\begin{cases} x = (R - r)\cos\varphi + d.\cos(\dfrac{R - r}{r}\varphi) \\ y = (R - r)\sin\varphi - d.\sin(\dfrac{R - r}{r}\varphi) \end{cases} \quad (2)$$

Trong đó: R bán kính của đường tròn cơ sở

r bán kính của đường tròn lăn

d khoảng cách từ điểm M tới tâm vòng tròn lăn

φ tham số góc quay tương ứng của bán kính đường tròn cơ sở.



a) Vòng lăn tiếp xúc ngoài cho Epitrochoid b) Vòng lăn tiếp xúc trong cho Hypotrochoid

Hình 1. *Hình thành đường cong* ***Epitrochoid*** và ***Hypotrochoid***

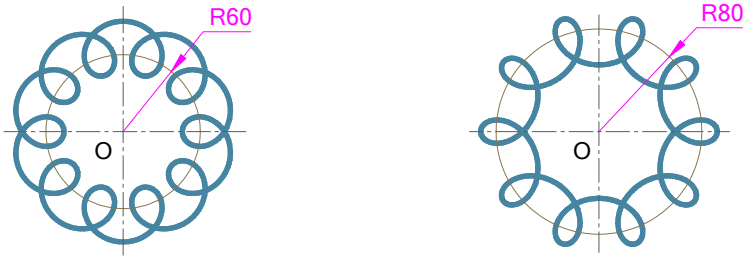
➢ Các trường hợp:

Nếu d = r, tức điểm M nằm trên đường tròn lăn thì lúc này đường ***Epitrochoid*** trở thành đường ***Epicycloid*** và đường ***Hypotrochoid*** trở thành đường ***Hypocycloid*** (hình 2)

a) Với R=60, d = r = 20 - Epicycloidb) Với R =90, d=r = 30 - Hypocycloid

Hình 2.** Biểu diễn đường cong **Epicycloid** và **Hypocycloid

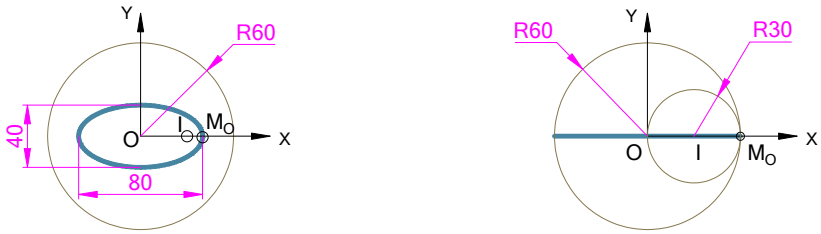
- Nếu R/r = k là số nguyên thì họ các đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* gồm k cung bằng nhau đóng kín khi bán kính R của đường tròn cơ sở quay góc 360^0 (hình 3)



***Hình 3.** Biểu diễn đường cong **Epitrochoid** và **Hypotrochoid** với R/r = 10, d=20, $\varphi=360^0$*

- Nếu R/r = 2 và d ≠ r thì hệ phương trình *Hypotrochoid* (2) biểu diễn đường cong *elip* (hình 4) và có phương trình (3) như sau:

$$\begin{cases} x = (r+d)\cos\varphi \\ y = (r-d)\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{(r+d)^2} + \frac{y^2}{(r-d)^2} = 1 \qquad (3)$$



Hình 4.** Với R=2r=60; d=10* ***Hình 5**- Với R=2r=2d =60 thì thì đường Hypotrochoid trở thành **Elip**Hypotrochoid suy biến thành **đoạn thẳng

- Nếu R/r = 2 và d = r thì hệ phương trình *Hypotrochoid* (2) suy biến thành đoạn thẳng (hình 5) nằm trên trục X có độ dài lớn nhất bằng 2R và có phương trình tham số (4) như sau:

$$\begin{cases} x = R\cos\varphi \\ y = 0 \end{cases} \qquad (4)$$

- Nếu R/r = k là số hữu tỉ tối giản dạng p/q thì đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* có p cung bằng nhau đóng kín khi bán kính R của đường tròn cơ sở quay góc $\varphi = q.360^0$ (hình 6)

a) Với R/r =5/2; d=28, φ= 720⁰ biểu diễn Epitrochoid kín

a) Với R/r =5/2; d=45, φ= 720⁰ biểu diễn Hypotrochoid kín

***Hình 6.** Biểu diễn đường **Epitrochoid** và **Hypotrochoid** khi R/r là hữu tỉ*

- Nếu R/r = k là số vô tỉ thì đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* không bao giờ đóng.

➢ **Ứng dụng**: Họ các đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* là các loại đường cong được dùng để tạo biên dạng răng *cycloid* trong thiết kế cơ khí (hình 7).

Hình 7.** Ứng dụng tạo biên dạng răng **Epitrochoid** và **Hypotrochoid

➢ **Biểu diễn**: Việc vẽ họ các đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* bằng phương pháp thủ công thì quá phức tạp, rất khó khăn và mất nhiều thời gian.

Để tạo ra họ các đường *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* chính xác, nhanh và tổng quát ứng với các đường tròn cơ sở và đường tròn lăn bất kỳ. Dựa vào ngôn ngữ lập trình **AutoLISP** tác giả xây dựng chương trình biểu diễn họ các đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* tích hợp vào *AutoCAD*. Đó chính là nội dung nghiên cứu của bài báo này.

2. Nội dung chương trình

Sau đây là toàn bộ nội dung chương trình biểu diễn họ đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* có bán kính và góc quay tùy ý của đường tròn cơ sở được tích hợp vào *AutoCAD*:

```
(defun C:EHTRO ()
  (princ   "\nDAY LA CHUONG TRINH VE DUONG CONG EPITROCHOID VA HYPOTROCHOID " )
  (setq echo (getvar "cmdecho"))
  (setvar "cmdecho" 0)
  (setvar "osmode" 4287)
  (setq       Osm (getvar "osmode")
              Ort (getvar "orthomode")
```

```
 )
 (setq Pt (getpoint   "\nNhap tam cua duong tron co so: "))
 (setq      R1 (getdist Pt "\nNhap ban kinh R cua duong tron co so : ")
            R2 (getdist    "\nNhap ban kinh r cua duong tron lan: ")
            d  (getdist    "\nNhap khoang cach d tren duong cong toi tam duong tron lan: ")
            k  (/ R1 R2)
 )
 (command "UCS" "N" Pt)
 (setq a (getint "\nNhap goc bat dau ve duong cong <0>: "))
 (command "UCS" "Z" a)
 (setq      Ang (getint    "\nNhap goc quay cua ban kinh duong tron co so <360>: ")
            goc 0.0
 )
 (if (not a)  (setq a 0))
 (if (not ang) (setq ang 360))
 (setvar "orthomode" 0)
 (command "undo" "be")
 (command "Viewres" "" 5000)
 (command "COLOR" 1)
 (setvar "osmode" 0)
 (defun dtr (x) (* x (/ pi 180)))
 (defun EPITRO   ()
   (command "spline")
   (repeat Ang
     (setq X (- (* (+ R1 R2) (cos (dtr goc)))
                          (* d
                            (cos (* (+ k 1) (dtr goc)))
                          )
                )
     )
     (setq Y (- (* (+ R1 R2) (sin (dtr goc)))
                          (* d
                            (sin (* (+ k 1) (dtr goc)))
                          )
                )
     )
     (setq goc (+ goc 1))
     (setq Toado (list X Y))
     (command Toado)
   );dong Repeat
   (setq X (- (* (+ R1 R2) (cos (dtr goc)))
                 (* d
                          (cos (* (+ k 1) (dtr goc)))
                 )
              )
   )
   (setq Y (- (* (+ R1 R2) (sin (dtr goc)))
                 (* d
                          (sin (* (+ k 1) (dtr goc)))
                 )
              )
   )
   (setq Toado (list X Y))
   (command Toado)
   (command "" "" "")
   (command "color" 7)
   (Command "Circle" '(0 0) R1)
);dong ham EPITRO
(defun HYPOTRO ()
  (command "spline")
  (repeat Ang
    (setq X (+ (* (- R1 R2) (cos (dtr goc)))
                 (* d
                          (cos (* (- k 1) (dtr goc)))
                 )
              )
```

```
  )
  (setq Y (- (* (- R1 R2) (sin (dtr goc)))
             (* d
                (sin (* (- k 1) (dtr goc)))
             )
          )
  )
  (setq goc (+ goc 1))
  (setq Toado (list X Y))
  (command Toado)
 );dong Repeat
 (setq      X (+ (* (- R1 R2) (cos (dtr goc)))
          (*      d
                  (cos (* (- k 1) (dtr goc)))
          )
       )
 )
 (setq      Y (- (* (- R1 R2) (sin (dtr goc)))
          (*      d
                  (sin (* (- k 1) (dtr goc)))
          )
       )
 )
 (setq Toado (list X Y))
 (command Toado)
 (command "" "" "")
 (command "color" 7)
 (Command "Circle" '(0 0) R1)
);dong ham HYPOTRO
(initget "Epitrochoid Hypotrochoid eXit")
(Setq  EH   (getkword   "\nNhap mot tuy chon [Epitrochoid/Hypotrochoid/eXit] <E>: "))
(Cond
 ((not EH) (EPITRO))
 ((= "Epitrochoid" EH) (EPITRO))
 ((= "Hypotrochoid" EH) (HYPOTRO))
 ((= "eXit" EH)
  (princ "\nThoat chuong trinh")
 )
);dong ham Cond
(command "Regen")
(command "Zoom" "all")
(command "UCS" "")
(command "undo" "e")
(setvar "osmode" osm)
(setvar "orthomode" ort)
(setvar "cmdecho" echo)
(princ)
);ket thuc chuong trinh
(prompt "\nGo lenh EHTRO de chay chuong trinh")
```

3. Tải và chạy chương trình

Sau khi viết xong chương trình phải lưu lại với tên *file* nào đó, ví dụ **EHtrochoid**, có phần mở rộng ***.lisp*** nằm trong thư mục SUPPORT của *AutoCAD*.

Trình tự tải file **EHtrochoid** và chạy chương trình như sau:

- Khởi động phần mềm *AutoCAD*

- Nhập lệnh *Appload* hoặc gọi lệnh trên danh mục: *Tools> AutoLISP>Load Application…* làm hiển thị hộp thoại *Load/Unload Application*

- Trong hộp thoại, chọn file ***EHtrochoid***, nhắp nút *Load* rồi nút *Close* để đóng hộp thoại.

- Trên dòng nhắc lệnh của *AutoCAD* ta gọi lệnh *EHTRO* để chạy chương trình như sau:

- *Command*: **EHTRO** ↵

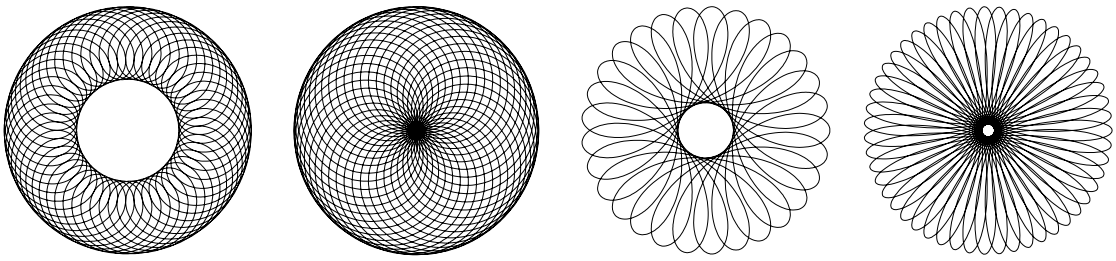
DAY LA CHUONG TRINH VE DUONG CONG EPITROCHOID VA HYPOTROCHOID

- *Nhap tam cua duong tron co so:* Chọn một điểm tùy ý trên màn hình
- *Nhap ban kinh R cua duong tron co so:* Có thể nhập một giá trị hoặc chọn hai điểm trên màn hình
- *Nhap ban kinh r cua duong tron lan:* Nhập một giá trị hoặc chọn hai điểm trên màn hình.
- *Nhap khoang cach d tren duong cong toi tam duong tron lan:* Nhập một giá trị hoặc chọn hai điểm trên màn hình.
- *Nhap goc bat dau ve duong cong <0>:* Giá trị này có thể số dương, số âm hoặc bằng 0.
- *Nhap goc quay cua ban kinh duong tron co so <360>:* Giá trị này phải là số dương.
- *Nhap mot tuy chon [Epitrochoid/Hypotrochoid/eXit] <E>:* (*)

Các tùy chọn:

+ Nếu tại dòng (*), nhập **E** ↵ hoặc *Enter* thì chương trình vẽ đường cong *Epitrochoid*
+ Nếu tại dòng (*), nhập **H**↵ thì chương trình vẽ đường cong *Hypotrochoid*
+ Nếu tại dòng (*), nhập **X** ↵ thì thoát chương trình.

Sau đây biểu diễn vài họ đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* ứng với các tỉ số k=R/r khác nhau: Hình 8a với R/r = 53/7, d=25, $\varphi=2520^0$; hình 8b với R/r = 39/8, d=47, $\varphi=2880^0$; Hình 8c với R/r = 29/7, d=28, $\varphi=2880^0$ và hình 8d với R/r = 51/20, d=28, $\varphi=7200^0$.



a)*Epitrochoid* b)*Epitrochoid* c)*Hypotrochoid* d)*Hypotrochoid*

Hình 8. *Biểu diễn họ các đường cong* ***Epitrochoid*** *và* ***Hypotrochoid***

4. Kết luận

Kết quả của bài báo trên đây là khảo sát họ các đường cong *Epitrochoid*, *Hypotrochoid* và xây dựng chương trình *AutoLISP* tích hợp vào *AutoCAD* nhằm biểu diễn nhanh và chính xác họ các đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* một cách hoàn chỉnh và tổng quát với góc bắt đầu vẽ và góc quay kết thúc bất kỳ của bán kính

đường tròn cơ sở. Đường cong *Epicycloid* và *Hypocycloid* là trường hợp đặc biệt của họ đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid*. Họ các đường cong *Epitrochoid* và *Hypotrochoid* được tạo ra trên đây là đường cong S*pline* thường được dùng để tạo biên dạng răng *cycloid* hình thành các bánh răng được ứng dụng rộng rãi trong thiết kế cơ khí. Có thể sử dụng chương trình *AutoLISP* kết hợp hai chuyển động quay này để chọn cơ cấu cơ khí thích hợp trong thiết kế máy nhằm tạo ra các mẫu hoa văn cho các sản phẩm gạch hoa, tạo các mẫu sản phẩm nữ trang trong ngành kim hoàn, tạo các vân sợi trên sản phẩm của các loại bánh được sản xuất từ nguyên liệu bột gạo, bột sắn, bột mì trong ngành chế biến thực phẩm,…

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Nguyễn Độ; Chương trình AutoLISP tạo lệnh cho AutoCAD để vẽ các đường cong Cycloid và Trochoid; Tạp chí Khoa học & Công nghệ ĐH Đà Nẵng; Số 31/2009; Đà Nẵng -2009

[2] *Nguyễn Độ*; *AutoCAD 2006 Tập 1 - 2D*; Nhà xuất bản Xây dựng; Hà Nội - 2007

[3] *Nguyễn Độ*; *Giáo trình Vẽ kĩ thuật*; Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội - 2008

[4] Http://en.wikipedia.org/wiki/ Epitrochoid, Hypotrochoid

[5] Nguyễn Hữu Lộc, Nguyễn Thanh Trung; Lập trình thiết kế với AutoLISP và Visual LISP, tập 1,2; Nhà xuất bản Tp Hồ Chí Minh - 2003