

**SỬ DỤNG PHẦN MỀM MAPLE HỖ TRỢ DẠY VÀ HỌC
DIỆN TÍCH, THỂ TÍCH**
**THE USE OF MAPLE IN THE TEACHING AND STUDYING
OF AREA AND VOLUME**

Trần Quốc Chiến

Trường Đại học Sư phạm, Đại học Đà Nẵng

Nguyễn Thọ

HV Cao học khóa 2006 -2009

TÓM TẮT

Ngày nay, với sự trợ giúp của một số phần mềm toán học có nhiều hình vẽ trực quan sinh động. Việc dạy và học toán trở nên hiệu quả hơn. Vì thế, mục tiêu bài báo là viết chương trình tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường cong $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ với $a < b$ trên phần mềm toán học Maple. Đặc biệt, với bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng quanh trục Oy, giải bằng phương pháp bao trụ. Từ đó, vận dụng giải một số dạng toán trên, nhằm hỗ trợ dạy và học toán diện tích, thể tích.

ABSTRACT

Nowadays, with the help of some mathematical softwares, many shapes have become lively and visual. This makes the teaching and studying of maths much more effective. This article is aimed to present a new approach in solving the approximation area and volume of revolution problems limited by curves: $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ with $a < b$. Especially, with the help of the Maple Software, the volume of revolution made while rotating around vertical axis is solved by the boundary functions. This program is then applied to the solution of some mathematical forms, supporting the area and volume studying and teaching.

1. Cơ sở lý thuyết (Xem tài liệu tham khảo [3])

1.1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$, ($a < b$)

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \quad (1.1)$$

1.2. Thể tích khối tròn xoay

1.2.1. Phương pháp cắt lát để tính thể tích

* Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$, sinh ra khi quay quanh trục Ox.

$$V = \int_a^b \pi \cdot [f(x)]^2 dx \quad (1.2)$$

* Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$, sinh ra khi quay quanh trục Ox.

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx \quad (1.3)$$

1.2.2. Phương pháp bao trụ để tính thể tích

* Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=b$, sinh ra khi quay quanh Oy

$$V = \int_a^b 2\pi |x| |f(x)| dx \quad (1.4)$$

* Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$, sinh ra khi quay quanh Oy

$$V = \int_a^b 2\pi |x| |f(x) - g(x)| dx \quad (1.5)$$

2. Chương trình viết trên MAPLE

2.1. Giới thiệu Maple

Maple là hệ thống tính toán trên các biểu thức đại số và minh họa toán học mạnh mẽ của công ty Waterloo Maple Inc. Cung cấp nhiều công cụ trực quan, các gói lệnh gắn liền với toán học phổ thông và đại học. Maple còn là một ngôn ngữ lập trình hướng thủ tục (procedure). Thủ tục được thực hiện bằng cách đóng gói một dãy các lệnh xử lý cùng một công việc vào trong một thủ tục (procedure) duy nhất, sau đó ta chỉ cần gọi thủ tục này và Maple tự động thực hiện các lệnh có trong thủ tục đó một cách tuần tự và sau đó trả lại kết quả cuối cùng.

2.2. Một số hàm dùng trong chương trình (xem tài liệu tham khảo [1])

2.3. Khai báo thủ tục

procedure_name:=proc(parameter_sequence)

[local local_sequence]

[global global_sequence]

[options options_sequence] statements_sequence;end;

Ghi chú: Để xuống dòng nhấn **Shift + Enter**

2.4. Chương trình tính diện tích và thể tích

```
>hinhphang := module ()
```

```
option package; export sapxeptang, dientich, thetich;
```

```
sapxeptang := proc (danhsach:list) # Thủ tục sắp xếp
```

```
    local tam, i, j, A, n; A := danhsach; n := nops(danhsach);
```

```
    for i to n-1 do for j from i+1 to n do
```

```
        if is(A[j] < A[i]) then tam := A[i]; A[i] := A[j]; A[j] := tam end if
```

```
    end do;end do; return A;end proc;
```

```
dientich := proc () # Thủ tục tính diện tích
```

```
    local t, q, a, b, f, g;
```

```
f:= readstat("Nhap f(x) = "); g:= readstat("Nhap g(x) = "); a:= readstat("Nhap a = <<neu  
khong co Enter bo qua>> "); b := readstat("Nhap b = <<neu khong co Enter bo qua>> ");
```

```
with(Student[Calculus1]); with(plots);print(`-----BAI GIAI-----`);
```

```
if a <> NULL and b <> NULL then
```

```
print(`Dien tich hinh phang gioi han boi cac duong `);
```

```
print(`y` = f, `y` = g, `x` = a, `x` = b); print(`Do thi cac duong cong`);
```

```
print(plot([f, g], x = -10.. 10, y = -10.. 10, color = [red, green]));
```

```
print(`Vay dien tich la: S=`Int(abs(f-g), x = a.. b) = int(abs(f-g), x = a.. b)) end if;
```

```
if a = NULL and b = NULL then
```

```
print(`Dien tich hinh phang gioi han boi cac duong `); print(`y` = f, `y` = g);
```

```
print(`Toa do giao diem cua hai duong cong (C1) va (C2)`);print(f-g = 0);
```

```
print(`suy ra nghiem`, solve({f = g}, {x}));print(`Do thi cac duong cong`);
```

```
print(plot([f, g], x = -3.. 3, -5.. 5));t := solve(f = g, x); q := sapxeptang([t]);
```

```
print(`Vay dien tich la: S=`Int(abs(f-g),x = q[1]..q[nops(q)]=int(abs(f-g),x = q[1]..  
q[nops(q)]));end if;end proc;
```

```
thetich := proc () #Thủ tục tính thể tíchlocal t, q, a, b, f, g;
```

```
f := readstat("Nhap f(x) ="); g := readstat("Nhap g(x) ="); a := readstat("Nhap a = <neu  
khong co Enter bo qua>> "); b := readstat("Nhap b = <<neu khong co Enter bo qua>> ");
```

```
with(Student[Calculus1]); with(plots);print(`-----BAI GIAI-----`);
```

```

if a <> NULL and b <> NULL then print(`Hình phẳng giới hạn bởi các đường `);
print(`y` = f, `y` = g, `x` = a, `x` = b); print(`Đồ thị các đường cong`);
print(plot([f,g],x = -10..10, y = -10..10,color = [red,green]));print(`Vật thể khi quay
quanh trục Ox`); print(VolumeOfRevolution(f, g, a.. b, output = plot));
print(`Thể tích vật thể khi quay quanh trục Ox cần tìm là:`);
print(`V=`VolumeOfRevolution(f, g, a.. b, output = integral) = VolumeOfRevolution(f,
g, a.. b)); print(`Vật thể sinh ra khi quay quanh trục Oy`);
print(VolumeOfRevolution(f,g,a..b,'axis'='vertical','distancefromaxis'=0,'output'='plot'));
print(`Thể tích vật thể khi quay quanh trục Oy cần tìm là:`);
print(`V=`VolumeOfRevolution(f,g,a..b,'axis' = 'vertical','distancefromaxis'= 0,output =
integral)=VolumeOfRevolution(f, g, a.. b, 'axis' = 'vertical','distancefromaxis' = 0));
else print(`Hình phẳng giới hạn bởi các đường `); print(`y` = f, `y` = g);
print(`Tọa độ giao điểm của hai đường cong (C1) và (C2)`);print(f-g = 0);print(`suy ra
nghiệm`,solve({f= g},{x}));print(plot([f, g], x = -10..10, y=-10..10,color=[red, green]));
t := solve(f = g, x); q := sapxep(tang([t]));print(`Vật thể khi quay quanh trục Ox`);
print(VolumeOfRevolution(f, g, q[1].. q[nops(q)], output = plot));
print(`Thể tích vật thể khi quay quanh trục Ox cần tìm là:`);
print(VolumeOfRevolution(f, g, q[1].. q[nops(q)], output = integral) =
VolumeOfRevolution(f,g,q[1]..q[nops(q)]));print(`Vật thể quay quanh trục Oy`);
print(VolumeOfRevolution(f,g,q[1]..q[nops(q)],'axis'='vertical','distancefromaxis' = 0,
'output' = 'plot')); print(`Thể tích vật thể khi quay quanh trục Oy cần tìm là:`);
print(`V =`VolumeOfRevolution(f, g, q[1]..q[nops(q)],'axis'='vertical','distancefromaxis'
= 0, output = integral) = VolumeOfRevolution(f, g, q[1].. q[nops(q)], 'axis' = 'vertical',
'distancefromaxis' = 0)) end if; end proc; end module; # Xong thủ tục

```

Ta gộp các thủ tục vào trong thủ tục **hinhphang**, khi cần tính ta gọi gói lệnh **>with(hinhphang)**: Sau đó tính diện tích ta gõ lệnh **dientich()**; tính thể tích ta gõ lệnh **thetich()**; nhập các hàm số theo bài toán. Nếu bài toán chỉ giới hạn bởi $y = f(x)$, trục Ox, $x = a$, $x = b$ thì ta nhập hàm số $g(x) = 0$. Hai cận a và b không có thì nhấn **Enter**.

* **Bài toán** : Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường cong $y = x^3$, $y = 2x$.

a. Tính diện tích hình (H).

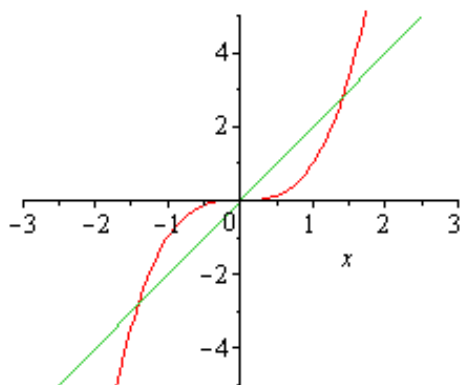
b. Tính thể tích vật thể sinh ra khi quay hình (H) quanh Ox và Oy.

Thực hiện giải bài toán bằng cách: **>with(hìnhphang):dientich()**;

Nhập $f(x) = x^3$ và $g(x) = 2*x$ ta được kết quả như sau:

-----BAI GIAI-----

*Dien tich hình phang gioi han boi cac duong $y = x^3, y = 2x$
Toa do giao diem cua hai duong cong (C1) va (C2) $x^3 - 2x = 0$
suy ra nghiem, $\{x = 0\}, \{x = \sqrt{2}\}, \{x = -\sqrt{2}\}$
Do thi cac duong cong*



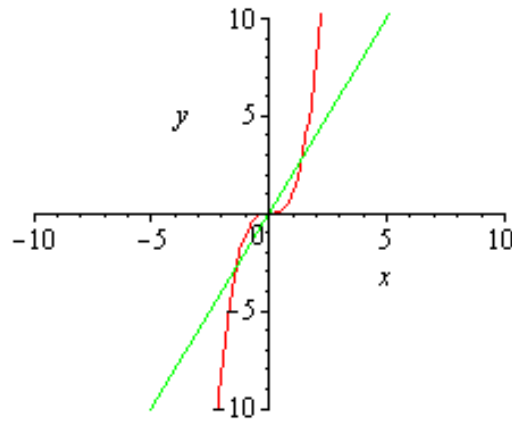
$$\text{Vay dien tich la: } S = \left(\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |x^3 - 2x| dx \right) = 2$$

Ta thực hiện câu b như sau: **>with(hìnhphang):thetich()**;

Nhập $f(x) = x^3$ và $g(x) = 2*x$ ta được kết quả là:

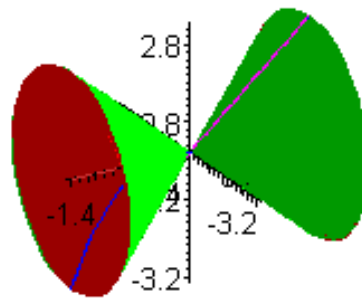
-----BAI GIAI-----

*Hình phang gioi han boi cac duong $y = x^3, y = 2x$
Toa do giao diem cua hai duong cong (C1) va (C2)
 $x^3 - 2x = 0$
suy ra nghiem, $\{x = 0\}, \{x = \sqrt{2}\}, \{x = -\sqrt{2}\}$
Do thi hai duong cong*



Vat the khi quay quanh trục Ox

The Volume of Revolution Around the Horizontal Axis Between
 $f(x) = x^3$
 and
 $g(x) = 2x$
 on the Interval $[-2^{1/2}, 2^{1/2}]$

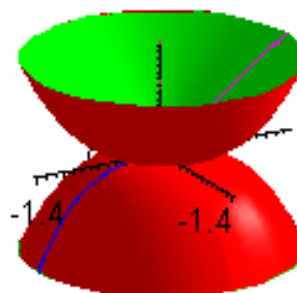


The tích vat the khi quay quanh trục Ox can tìm là:

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \pi |x^6 - 4x^2| dx = \frac{64}{21} \sqrt{2} \pi$$

Vat the sinh ra khi quay quanh trục Oy

The Volume of Revolution Around the Vertical Axis Between
 $f(x) = x^3$
 and
 $g(x) = 2x$
 on the Interval $[-2^{1/2}, 2^{1/2}]$



The tích vật thể khi quay quanh trục Oy cần tìm là:

$$V = \left(\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} 2\pi |x| |x^3 - 2x| dx \right) = \frac{32}{15} \sqrt{2} \pi$$

3. Kết luận

Chương trình tính diện tích hình phẳng và thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi một hoặc hai đường cong, rất thuận tiện khi ta thực hiện trình bày một bài giải cũng như kiểm chứng kết quả trong quá trình làm toán. Như chúng ta đã biết, việc tính thể tích vật thể tròn xoay khi hình phẳng quay quanh trục Oy là một bài toán phức tạp khi chuyển hàm số về biểu thức x theo biến y. Với bài toán đó ta dùng phương pháp bao trụ để tính sẽ hiệu quả hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Trần Quốc Chiến (2008), *Giáo trình phần mềm toán học MAPLE*, ĐHQĐN.
- [2] Phạm Huy Điển (2002), *Tính toán lập trình và giảng dạy học toán trên Maple*, NXB khoa học và kỹ thuật Hà Nội.
- [3] Nguyễn Văn Mậu (2005), *Một số vấn đề chọn lọc về Tích phân*, NXB Giáo dục.
- [4] M.B.Monagan K.O.Geddes, K.M.Heal, G.Labahn, S.M.VorKoette, J.Mccarron, P.DeMarco (2007), *Maple Introductory Programming Guide*, Maplesoft, a division WaterlooMaple